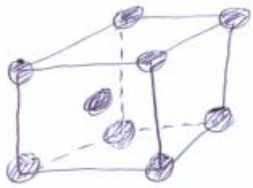
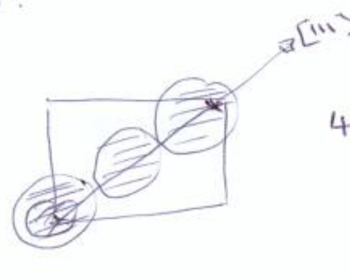
Solution :

Exo 1 :

a/ : Calcul du rayon atomique

* Pour fer α (C.C) :





diagonale

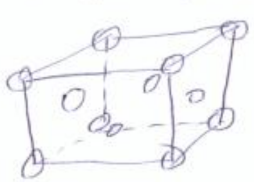
$4R = x$

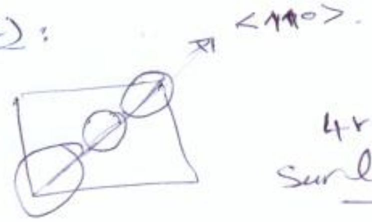
$$x^2 = y^2 + a^2 = 2a^2 + a^2 = 3a^2$$

$$x = a\sqrt{3} = 4r_\alpha$$

$$\boxed{r_\alpha = \frac{a\sqrt{3}}{4}} = \frac{2,86\sqrt{3}}{4} = 1,24\,A°$$

* Pour fer γ (CFC) :





$4r = x$ sur la face

$$4r_\gamma = a\sqrt{2}$$

$$\boxed{r_\gamma = \frac{a\sqrt{2}}{4}} = \frac{3,56\sqrt{2}}{4} = 1,26\,\mathring{A}$$

b/ : Calcul de la densité du fer :

$$d = \frac{\rho_{Fe}}{\rho_{eau} = 1}$$

$$d = \rho_{Fe} = \frac{m\,M}{V = a^3}$$

1 mol $\longrightarrow N_A$

$m \longrightarrow Z$ $\Longrightarrow m = \frac{Z}{N_A}$ $\Longrightarrow \boxed{d = \frac{Z \cdot M}{N\,a^3}}$

Pour C.C :

$$Z = \left(\frac{1}{8}\times 8\right) + 1 = 2 \text{ atom / maille} \Rightarrow \boxed{d_x = 7,92}$$

Pour CF.C :

$$Z = \left(\frac{1}{8}\times 8\right) + \left(\frac{1}{2}\times 6\right) = 4 \text{ atome / maille}$$

$$\Rightarrow \boxed{d_{F_x} = 8,21}$$

c/ la compacité :

$$C = \frac{\text{volume occupé par les atomes}}{\text{volume de la maille}}$$

$$C = \frac{Z \cdot \frac{4}{3}\pi r^3}{a^3} \cdot 100 \ \% \quad \begin{cases} \boxed{C_{cc} = 68\%} \\ \boxed{C_{cfc} = 74\%} \end{cases}$$

+ La coordinance ≡ nbre d'atomes les plus proches voisins

C.C : Chaque atome est entouré par 8 atomes

CFC : " " " " 12 ".

d/ = Pour C.C :

$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \text{au centre des faces} \\ \text{au milieu des arêtes} \end{array}\right\}$ 6 sites par maille $= (6\times\frac{1}{2}) + (12\times\frac{1}{4})$

tétra ⇒ Sur les faces à mi-distance entre deux sites octa.
Chaque faces contient 4 sites tétra.
donc on a 12 sites tétra/maille.

Pour C.F.C :

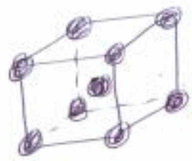
Les sites tétra :
au centre des petits cubes huitième du cube élémentaire.
8 sites tétra

Les sites octa :
ils sont au centre du cube et aux milieu des arrêtes.
nbre : 4 sites octa.

— o —

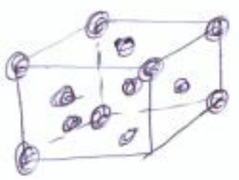
Exo2 :

① : C.C :



la direction le plus dense ⟨111⟩ :
⇒ diagonale du cube : $4R = a\sqrt{3}$.

C.F.C :



la direction la plus dense ⟨110⟩ :
⇒ Sur la face :
$4R = a\sqrt{2}$.

* L'expression de la masse volumique ρ :

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\cancel{Z} M}{N_A a^3}$$

Z_{cc} : 2 atomes/maille

Z_{CFC} : 4 " "

$$\boxed{\rho_{cc} = \frac{3\sqrt{3}\, M_{vanadium}}{32\, N_A\, R^3}}$$

$$\boxed{\rho_{CFC} = \frac{M_{vanadium}}{4\sqrt{2}\, N_A\, R^3}}$$

(2) Pour R donnée $\Rightarrow \rho_{CFC} = 6{,}35\ g \cdot cm^{-3}$.

$\rho_{cc} = 5{,}83\ g \cdot cm^{-3}$

$\rho_{cc} \neq \rho_{exp_V} = 6{,}10\ g \cdot cm^{-3}$ donc la différence $\simeq 2\%$.

$\Rightarrow$ Vanadium cristallise dans une structure Cubique Centrée.

(3) La Compacité : $C_{cc} = \frac{2 \times \frac{4}{3}\pi R^3}{a^3} = \frac{\pi\sqrt{3}}{8} = 0{,}68$

si on considère la boule centrale donc la coordinance est $\underline{\underline{8}}$.

Exo3 :

Pour CFC :

$$R = \frac{a\sqrt{2}}{4} \Rightarrow a = \frac{4R}{\sqrt{2}} = \frac{4 \times 144 \text{ pm}}{\sqrt{2}}$$

$$\boxed{a_{Ag} = 408{,}5 \text{ pm}}$$

le motif contient 4 atomes :

$$\rho = \frac{4 M_{Ag}}{N_A \times a^3} = \frac{4 \times 107{,}9}{6{,}02 \cdot 10^{23} \times (408{,}5)^3}$$

② sites tétra :

la tangente selon la diagonale du tétra impose que :

$$r + R(Ag) \leq \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

Soit : $r \leq R(Ag)\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right) = 32{,}4 \text{ pm}$.

site octa :

la tangente est maintenant le long d'une arête du cube

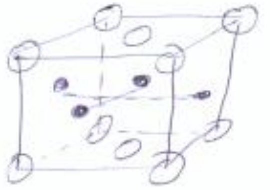
Soit : $r + R(Ag) \leq \frac{a}{2}$

$r \leq R(Ag)\left(\sqrt{2} - 1\right) = 59{,}6 \text{ pm}$.

(3) a/ le rayon métallique de Cu est supérieur aux rayons maximaux permis dans les sites octa et tétra : un alliage d'insertion n'est pas envisagé.

Un S.S. de substitution Cu-Ag

b/ le motif contient : $8 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{2} = 2$ atm Ag.



$4 \times \frac{1}{2} = 2$ Cu.

l'alliage de formule : AgCu

les ~~rayons~~ atomes de l'Ag sont tangents sur les faces

a ne modifie pas : $a = 408{,}5$ pm.

la tangente entre Cu et Ag sur les faces (verticale) donne : $\sqrt{a^2+c^2} = 2R_{Ag} + 2R_{Cu}$

$\boxed{C \approx 361 \text{ pm}}$