

## TD N°3 : Corps des nombres réels

### Exercice 1.

Pour tous réels  $x$  et  $y$ , montrer les propriétés suivantes :

1.  $|xy| = |x||y|$ .
2. Si  $a \geq 0$  alors  $|x| \leq a \iff -a \leq x \leq a$ .
3.  $||x| - |y|| \leq |x - y|$ .

### Exercice 2.

Montrer que :

1.  $\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R} : \alpha \leq \beta \implies E(\alpha) \leq E(\beta)$ .
2.  $\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R} : E(\alpha) + E(\beta) \leq E(\alpha + \beta) \leq E(\alpha) + E(\beta) + 1$ .

### Exercice 3.

On considère les deux sous-ensembles de  $\mathbb{R}$  suivants :

$$A = \{-x + 4, x \in [-5, 1]\}.$$

$$B = \{a + (-1)^n b \text{ où } (a, b) \in \mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}_+^* \text{ et } n \in \mathbb{N}\}.$$

1. Déterminer s'il existent  $\sup A$ ,  $\inf A$ ,  $\max A$ ,  $\min A$ .
2. Déterminer s'il existent  $\sup B$ ,  $\inf B$ ,  $\max B$ ,  $\min B$ .