

# Mécanique des Fluides

Auteur : Nouredine AZZAM

Université Frères Mentouri – Constantine 1

Département de Génie des Transports

© 2025 Nouredine AZZAM – Licence CC BY 4.0

v1.0 14 juillet 2025





# Table des matières

<b>Objectifs</b>	<b>4</b>
<b>I - STATIQUE DES FLUIDES</b>	<b>5</b>
1. La définition de la pression d'un fluide.....	5
1.1. Différents types de pression .....	7
1.2. La pression en un point d'un fluide .....	7
2. Théorème de Pascal .....	9
3. Loi fondamentale de statique des fluides.....	10
3.1. Cas d'un fluide incompressible .....	12
3.2. Cas d'un fluide incompressible non-miscibles superposés .....	12
3.3. Cas d'un fluide compressible.....	13
4. Mesure de la pression .....	13
4.1. Le manomètre .....	13
4.2. Le baromètre.....	15
5. Forces de pression hydrostatiques .....	16
5.1. Force hydrostatique sur une surface plane.....	16
6. Principe d'Archimède.....	19
6.1. Force d'Archimède .....	19
6.2. Condition de flottement des corps .....	20
<b>Mentions légales</b>	<b>21</b>

# Objectifs

À l'issue de ce cours, l'étudiant(e) sera capable de :

1. **Définir** les propriétés physiques des fluides et distinguer les différents types de fluides (**parfaits, réels, newtoniens, compressibles**, etc.).
2. **Analyser** la statique des fluides, notamment la notion de pression, la loi fondamentale de l'hydrostatique, les forces hydrostatiques et la poussée d'Archimède.
3. **Appliquer** les lois de conservation (masse, énergie) à l'étude des écoulements des fluides parfaits incompressibles, notamment via les équations d'Euler et de Bernoulli.
4. **Évaluer** les conditions d'écoulement des fluides réels en prenant en compte les effets de la viscosité, les régimes d'écoulement, les pertes de charges et les contraintes de cisaillement.
5. **Utiliser** les instruments et dispositifs de mesure des débits et des vitesses dans les conduites (**venturi-mètre, tube de Pitot**, etc.).
6. **Résoudre** des exercices concrets et des cas pratiques à travers une approche progressive et contextualisée.

# I STATIQUE DES FLUIDES

## 1. Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons étudié les propriétés des fluides en général qui expliquent leurs comportements au repos ou en mouvement. Ce chapitre est consacré à la statique des fluides ou l'hydrostatique. Il est étudié les lois de comportement des fluides (liquides et gaz) au repos, ainsi que les forces agissant sur les surfaces immergées. Dans ce cas, les forces de frottement, les contraintes de cisaillement et la viscosité, sont nulles. Par contre, les forces agissant sur les particules de fluide sont :

- La force de pression du fluide sur la surface (force de surface),
- La force de la gravité ou du poids de fluide (forces de volume).

## 2. La définition de la pression d'un fluide

La pression d'un fluide est une notion physique fondamentale relative aux transferts de quantité de mouvement dans un fluide. Elle est exprimée comme la force perpendiculaire à la surface (force normale) appliquée par le fluide sur l'unité de surface (Voir la figure II.1). L'unité de la pression dans le système international (SI) est le newton par mètre carré  $\text{N/m}^2$ , qui correspond le Pascal<sup>1</sup> représenté par Pa. La pression est une grandeur scalaire, elle est définie par l'équation suivante :

$$P = \frac{F}{A}$$

*Formule 1*

Où :

P : la pression en  $\text{N/m}^2$  ou Pa,

F : la force normale appliquée sur la surface en N,

A : la surface en  $\text{m}^2$ .

---

<sup>1</sup>. file:///E:/Cours%20GT/MDF/Cours/Polycopi%C3%A9%20MDF%20%C3%A9tudiant%20chapitre%202.docx#\_ftn1

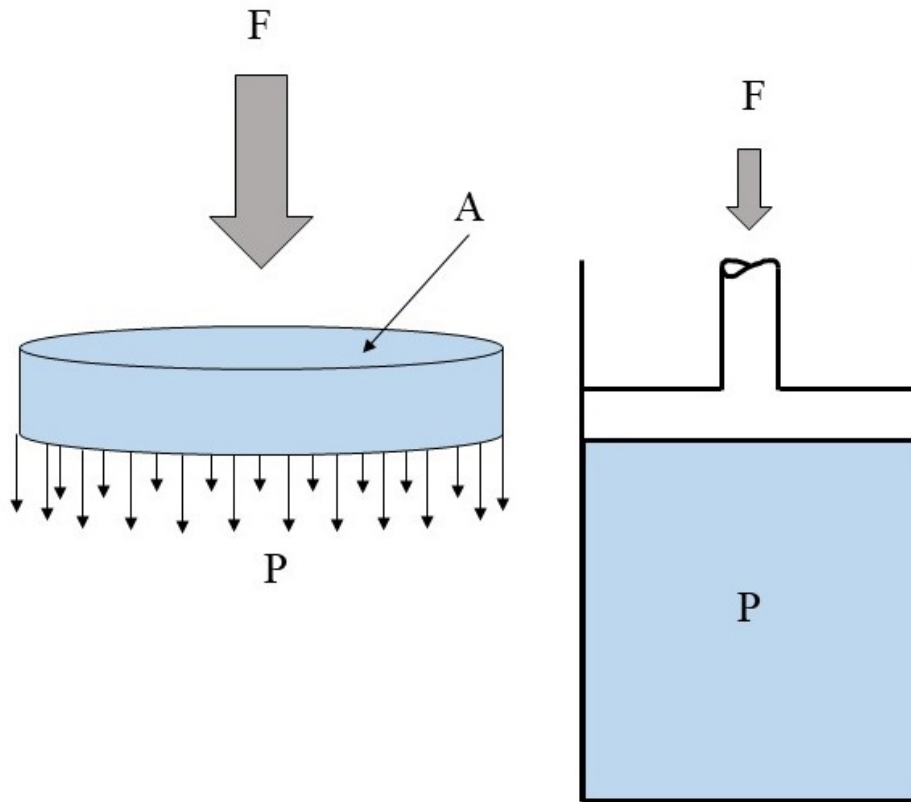


Image 1 Figure II. 1. Définition de la pression d'un fluide

**Conseil :**

En mécanique des fluides, il existe aussi d'autres unités de pression utilisées comme le bar (bar), l'atmosphère<sup>[1]</sup><sup>2</sup> (atm), le millimètre de mercure (mmHg) ou le Torr<sup>[2]</sup><sup>3</sup> et le millimètre d'eau (mmH<sub>2</sub>O).

- 1 bar = 10<sup>5</sup> Pa,
- 1 atm = 101325.1 Pa = 760 mmHg = 1.01325 bar,
- 1 Torr = 1 mmHg,
- 1 mmH<sub>2</sub>O = 9.80665 Pa.

**Conseil :**

Dans la pratique, l'unité de pression Pascal est très petite pour les valeurs de pression. Par conséquent, on utilise ses multiples tels que le kilo Pascal (kPa), le méga Pascal (MPa) et le giga Pascal (GPa).

- 1 kPa = 10<sup>3</sup> Pa.
- 1 MPa = 1 N/mm<sup>2</sup> = 10<sup>6</sup> Pa.
- 1 GPa = 10<sup>9</sup> Pa.

<sup>2</sup> file:///E:/Cours%20GT/MDF/Cours/Polycopi%C3%A9%20MDF%20%C3%A9tudiant%20chapitre%202.docx#\_ftn1

<sup>3</sup> file:///E:/Cours%20GT/MDF/Cours/Polycopi%C3%A9%20MDF%20%C3%A9tudiant%20chapitre%202.docx#\_ftn2

## 2.1. Différents types de pression

La pression d'un fluide est mesurée toujours relativement à la pression atmosphérique ( $P_{atm}$ ) ou à la pression absolue ( $P_{abs}$ ). Cette dernière est mesurée par rapport au vide absolu et toujours positive comme indiqué sur la figure II.2. La pression effective ( $P_{effe}$ ) ou indiquée, c'est la pression la plus fréquemment mesurée dans le domaine technologique. Elle est définie comme étant la différence entre la pression absolue et la pression atmosphérique.

La pression effective est positive lorsque la pression absolue est supérieure à la pression atmosphérique (surpression). D'autre part, elle est négative (dépression) quand la pression absolue est inférieure à la pression atmosphérique est appelé la pression du vide.

Les différents types de pression (pression absolue, la pression mesurée et la pression du vide) d'un fluide sont présents par l'équation suivante :

$$P_{effe} = P_{ab} - P_{atm}$$

$$P_{vide} = P_{atm} - P_{ab}$$

Formule 2

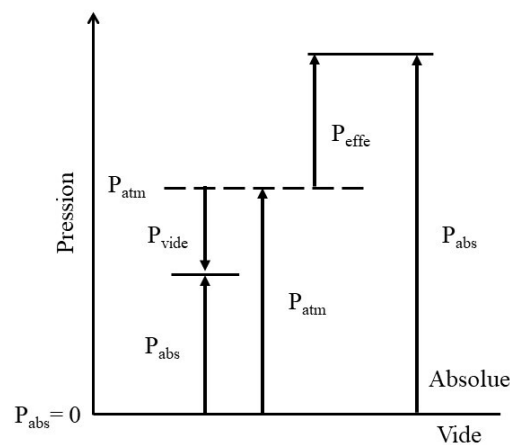


Image 2 Figure II. 2. Les différents types de pression

## 2.2. La pression en un point d'un fluide

### 💡 Fondamental :

On considère un réservoir ouvert à l'atmosphère rempli de fluide de masse volumique  $\rho$ , comme le montre la figure II.3 (a)), et prenons un petit élément fluide de forme prisme triangulaire de largeur  $dy$  (figure II.3 (b)).

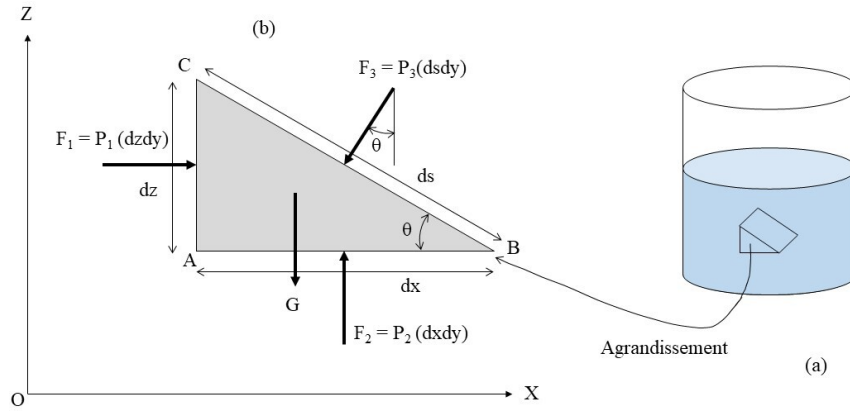


Image 3 Figure II-3. La pression en un point d'un fluide au repos

Comme mentionné précédemment dans l'introduction de chapitre, lorsqu'un fluide au repos les forces de frottement sont nulles il n'y a que les forces de pression (forces de surface) et de poids ou de gravité (forces de volume). Les forces de pression  $F_1$ ,  $F_2$  et  $F_3$  qui s'appliquent respectivement sur les trois surfaces de l'élément prisme triangulaire  $A_1$ ,  $A_2$  et  $A_3$  sont :

$$F_1 = P_1.A_1 = P_1.dz.dy$$

$$F_2 = P_2.A_2 = P_2.dx.dy$$

$$F_3 = P_3.A_3 = P_3.ds.dy$$

Formule 3

Ainsi, la force de poids (de volume) de l'élément prisme triangulaire du fluide est donnée par la relation suivante :

$$G = m.g = \rho.g.dV = \rho.g.\frac{dx.dy.dz}{2}$$

Formule 4

Pour simplifier, les forces de pression suivant l'axe Y ne sont pas représentées, car la projection de ses forces est égale et inversée et s'annule mutuellement. D'après la deuxième loi de Newton, l'élément fluide est en équilibre, si la force résultante agissant sur ce l'élément est égale à zéro :

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{G} = 0$$

La projection de la force agissant sur l'élément fluide sur l'axe X est :

$$F_1 - F_3 \sin(\theta) = 0$$

$$P_1.dz.dy - P_3.ds.\sin(\theta) = 0$$

Formule 5

Sachant que  $dz = ds.\sin(\theta)$ , et on divisant tous les termes de l'équation (II-4) par  $dy$  donne :

$$P_1 = P_3$$

Formule 6



La projection de la force résultante agissant sur l'élément fluide sur l'axe Z est :

$$F_2 - G - F_3 \cdot \cos(\theta) = 0$$

$$P_2 \cdot dx \cdot dy - \rho \cdot g \cdot \frac{dx \cdot dy \cdot dz}{2} - F_3 \cdot ds \cdot dy \cdot \cos(\theta) = 0$$

Formule 5

Sachant que  $dx = ds \cdot \cos(\theta)$ , et en divisant tous les termes de l'équation (II-6) par  $dy \cdot dx$ , on obtient :

$$P_2 - \rho \cdot g \cdot \frac{dz}{2} - P_3 = 0$$

Formule 6

Lorsque le volume de l'élément fluide tend vers un point, la variation,  $dz$ , tend vers zéro et les pressions deviennent des pressions ponctuelles, on obtient :

$$P_2 = P_3$$

Formule 7

Les équations (II-5) et (II-7), montrent que :

$$P_1 = P_2 = P_3$$

Formule 8

### 3. Théorème de Pascal

Comme mentionné précédemment, la pression d'un fluide au repos est une quantité scalaire. Elle est la même dans toutes les directions de n'importe quel point dans un fluide. C'est ce qu'on appelle le principe de Pascal (Voir la figure II.4). B. Pascal a également observé que : tout changement de pression en un point dans un fluide incompressible au repos, est la même en tout autre point du même fluide.

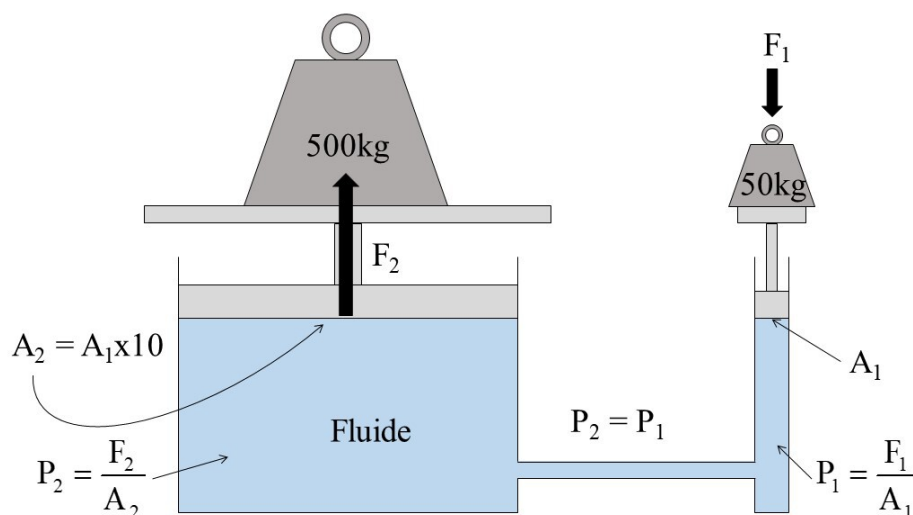


Image 4 Figure II. 4. Principe de Pascal

## 4. Loi fondamentale de statique des fluides

On considère un fluide en statique de masse volumique  $\rho$  dans un réservoir ouvert à l'atmosphère. Supposons un petit élément de volume d'un fluide incompressible. Cet élément de volume à la forme d'un parallélépipédique avec les dimensions  $dx$ ,  $dy$  et  $dz$  (Voir la figure II.5).

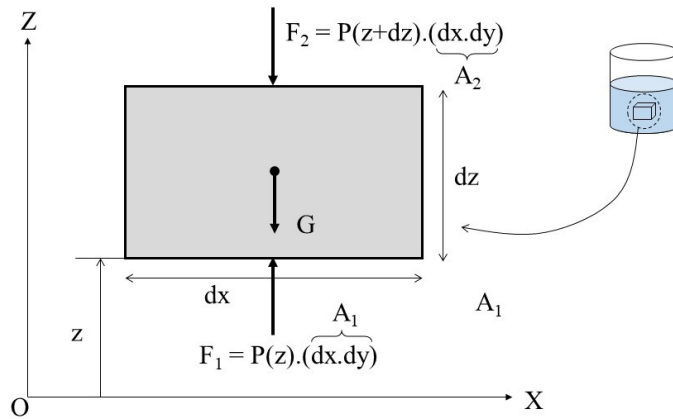


Image 5 Figure II. 5. Forces agissant sur un élément fluide

Comme déjà montre précédemment, un fluide en équilibre les forces de frottement entre les molécules de fluide sont nulles il n'y a que les forces de pression et de poids.

Les forces de pression  $F_1$  et  $F_2$  suivant la direction  $Z$ , qui s'appliquent respectivement sur les deux surfaces de l'élément fluide  $A_1$  et  $A_2$  sont :

$$F_1 = P(z) \cdot dx \cdot dy$$

$$F_2 = P(z + dz) \cdot dx \cdot dy$$

Formule 7

Ainsi, la force de poids (de gravité) de l'élément parallélépipédique du fluide est :

$$G = m \cdot g = \rho \cdot dV = \rho \cdot g \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

D'après la deuxième loi de Newton, le l'élément fluide est en équilibre si la force résultante agissant sur l'élément fluide est égale à zéro :

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{G} = 0$$

La projection de la force résultante agissant sur l'élément fluide sur l'axe  $Z$  est :

$$P(z) \cdot dx \cdot dy - P(z + dz) \cdot dx \cdot dy - \rho \cdot g \cdot dx \cdot dy \cdot dz = 0$$

Formule 8

Si on divise tous les termes de l'équation (II-10) par  $dx$  et  $dy$ , on obtient :

$$P(z) - P(z + dz) - \rho \cdot g \cdot dz = 0$$

Puisque  $dz$  est infiniment petit, nous pouvons effectuer un développement limité au premier ordre de  $P(z + dz)$  comme suit :

$$P(z + dz) = P(z) + \frac{\partial P}{\partial z} dz + \dots$$

On trouve alors :

$$P(z) - P(z) - \frac{\partial P}{\partial z} dz - \rho \cdot g \cdot dz = 0$$

Après réarrangement, en divisant tous les termes de l'équation précédente par  $dz$ , on obtient :

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho \cdot g$$

Formule 3

De la même manière, on obtient les équations d'équilibre suivant les axes X et Y :

$$\frac{\partial P}{\partial x} = 0, \frac{\partial P}{\partial y} = 0$$

Formule 4

Lorsqu'un fluide en équilibre, les forces de pression du fluide sont égales au poids de fluide. À partir des équations (II-11) et (II-12), on peut en déduire que :

$$\frac{\partial P}{\partial x} = 0, \frac{\partial P}{\partial y} = 0, \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho \cdot g$$

Formule 5

On peut écrire l'équation (III-13) sous la forme suivante :

$$\vec{\nabla} = -\rho \cdot g$$

$$\vec{\text{grad}}(P) = -\rho \cdot g$$

L'équation (II-13) est appelée l'équation fondamentale de l'hydrostatique (Équation d'Euler<sup>4</sup>). Cette équation montre que la pression ne dépend pas de  $x$  ou de  $y$  c'est-à-dire elle est constante dans le plan horizontal. Ainsi, la pression dans un fluide au repos est indépendante de la forme ou de la section du réservoir et la quantité du fluide. Elle change avec la profondeur verticale et le poids spécifique du fluide concerné, mais reste constante dans les autres directions (Voir figure II.6).

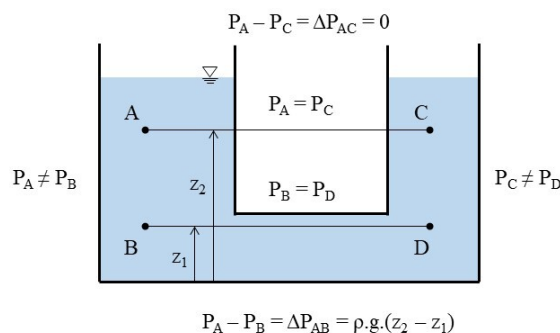


Image 6 Figure II. 6. La variation de pression dans un fluide au repos

<sup>4</sup>. file:///E:/Cours%20GT/MDF/Cours/Polycopi%C3%A9%20MDF%20%C3%A9tudiant%20chapitre%202.docx#\_ftn1

**Conseil :**

D'autre part, lorsque la pression est variée avec un seul variable  $z$ , on peut écrire l'équation (II-11) sous la forme suivante :

$$\frac{dP}{dz} = -\rho \cdot g$$

Formule 9

L'équation (II-14) montre que la variation de pression  $dP$  dans un fluide entre deux points est proportionnelle à la variation de profondeur verticale  $dz$  entre les deux points et le poids spécifique du fluide ( $\gamma = \rho g$ ).

#### 4.1. Cas d'un fluide incompressible

Dans ce cas, les fluides sont des liquides tels que l'eau, l'huile, le mercure, etc. Pour un fluide incompressible, la masse volumique est considérée comme constante, l'intégration de l'équation (II-14) entre deux points (1) et (2) de fluide au repos, donne :

$$\int_1^2 dP = -\rho \cdot g \int_1^2 dz \Rightarrow P_2 - P_1 = -\rho \cdot g(z_2 - z_1)$$

$$\Rightarrow P_1 = P_2 + \rho \cdot g \cdot h$$

Formule 10

Si le point (2) situé sur la surface libre d'un fluide ouvert à l'atmosphère où la pression est atmosphérique ( $P_2 = P_{atm}$ ). La pression  $P_1$  à une profondeur  $h$  à partir de la surface libre devient :

$$P_1 = P_{atm} + \rho \cdot g \cdot h$$

#### 4.2. Cas d'un fluide incompressible non-miscibles superposés

Dans ce cas, des fluides incompressibles non-miscibles superposés comme illustres dans la figure II.7. La pression au fond de réservoir  $P_1$  est déterminée à partir du point (2) qui se trouve sur la surface libre où la pression  $P_2 = P_{atm}$ , ensuite continuer à ajoutant la quantité  $\rho g h$  de chaque fluide jusqu'au point (1). On obtient :

$$P_1 = P_{atm} + \rho_1 \cdot g \cdot h_1 + \rho_2 \cdot g \cdot h_2$$

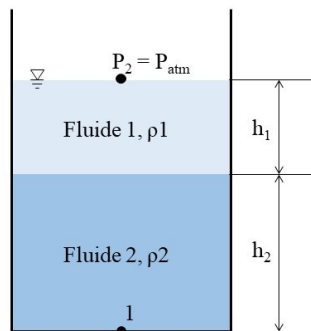


Image 7 Figure II. 7. La pression dans les fluides non-miscibles superposés

### 4.3. Cas d'un fluide compressible

Dans ce cas, les fluides sont des gaz tels que l'air, l'oxygène, l'azote, etc. La masse volumique de ces fluides est variée de façon significative avec la hauteur. L'intégration de l'équation (II-14) entre deux points (1) et (2) de fluide au repos, donne :

$$\int_1^2 dP = - \int_1^2 \rho \cdot g \cdot dz$$

#### **🔔 Rappel :**

D'autre part, la masse volumique d'un gaz parfait est liée directement aux variations de pression et de température à travers l'équation suivante :

$$\rho = \frac{P}{R \cdot T} \cdot M$$

Où :

R : la constante des gaz parfaits sa valeur est égale 8.314 J/K.mol,

T : la température en kelvin (K),

M : la masse molaire du gaz en kg/mol.

On remplaçant la masse volumique du gaz parfait dans l'expression de variation de pression, donne :

$$\int_1^2 dP = - \int_1^2 \frac{P}{R \cdot T} \cdot M \cdot g \cdot dz$$

Si la température T est constante (isotherme), l'équation précédente devient :

$$\int_1^2 \frac{dp}{P} = \frac{-M \cdot g}{R \cdot T} \int_1^2 dz$$

Après l'intégration de l'équation précédente, on obtient :

$$P_2 = P_1 \cdot e^{\frac{-M \cdot g}{R \cdot T} (z_2 - z_1)}$$

## 5. Mesure de la pression

Pour mesurer la pression d'un fluide, il existe plusieurs appareils utilisés tels que le manomètre, le baromètre, le piézomètre et le vacuomètre<sup>5</sup>. On présente dans ce cours le plus utilisés en mécanique des fluides :

- le manomètre (de base et de différentiel),
- le baromètre.

Ces appareils sont basés sur l'idée de la pression hydrostatique dans le processus de mesure.

### 5.1. Le manomètre

Un manomètre est un appareil de mesure utilisé pour mesurer la pression à un point dans un fluide. Il est constitué d'un ou plusieurs tubes transparents en forme U, qui contient un ou plusieurs fluides comme le mercure, l'alcool, etc. Le manomètre permet de mesurer la pression d'un fluide au repos ou en mouvement, en équilibrant la colonne de fluide par la même colonne ou une autre colonne du fluide dans un réservoir ou dans une conduite. Il existe plusieurs types de manomètres tels que le manomètre de base (Voir la figure II.8) et le manomètre différentiel (Voir la figure II.9).

<sup>5</sup> file:///E:/Cours%20GT/MDF/Cours/Polycopi%C3%A9%20MDF%20%C3%A9tudiant%20chapitre%202.docx#\_ftn1

## a) Manomètre de base

Dans le manomètre simple ou de base (Voir la figure II.8), la pression au point B égale la pression au point A ( $P_A = P_B$ ) et la pression au point C égale la pression au point D ( $P_C = P_D$ ). La colonne de fluide de hauteur  $h_2$  est en équilibre statique et elle est ouverte à l'atmosphère. Donc les relations entre les pressions aux points A, B, C, D et  $P_{atm}$  peut être écrites par :

$$P_D = P_C = P_{atm} + \rho_2 \cdot g \cdot h_2$$

$$P_C = P_A + \rho_1 \cdot g \cdot h_1$$

$$P_A - P_{atm} = \rho_2 \cdot g \cdot h_2 - \rho_1 \cdot g \cdot h_1$$

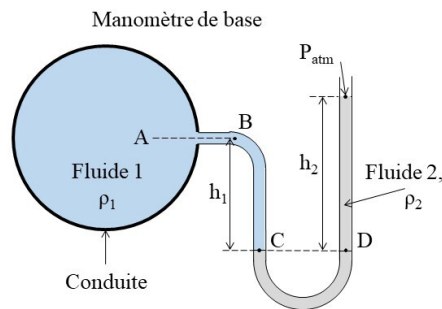


Image 8 Figure II. 8. Le manomètre de base

## b) Manomètre différentiel

Le manomètre différentiel est utilisé pour mesurer la différence de pression entre deux points dans un fluide au repos ou en mouvement (Voir la figure II.9). Par conséquent, la différence de pression entre les deux points (1) et (2) est donnée par la relation suivante :

$$P_2 = P_1 + \rho_1 \cdot g(a + h) - \rho_2 \cdot g \cdot h - \rho_1 \cdot g \cdot a$$

$$P_1 - P_2 = g \cdot h(\rho_2 - \rho_1)$$

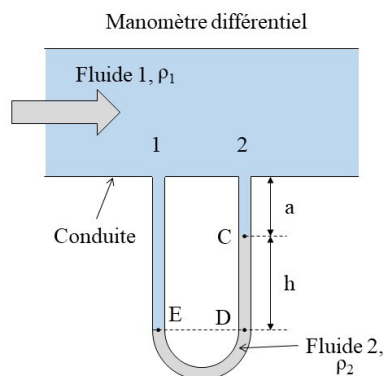


Image 9 Figure II. 9. Le manomètre différentiel

Si le fluide (1) (fluide dans la conduite) est un gaz, la pression de la colonne de fluide (1) peut être négligée en raison de faible masse volumique de gaz par rapport au fluide du manomètre 2 c'est-à-dire  $\rho_1 \ll \rho_2$ . L'équation précédente de manomètre différentiel peut être écrite comme suite :

$$P_1 - P_2 = g.h.\rho_2$$

## 5.2. Le baromètre

Un baromètre est un appareil de mesure utilisé pour mesurer la pression atmosphérique (pression barométrique). Il est composé d'un tube transparent fermé à une extrémité avec l'extrémité ouverte immergée dans un récipient de fluide tel que le mercure, l'eau, etc. comme représenté sur la figure II.10. Premièrement, le tube est rempli de fluide, puis retourné avec l'extrémité ouverte dans un récipient de fluide ouvert à l'atmosphère.

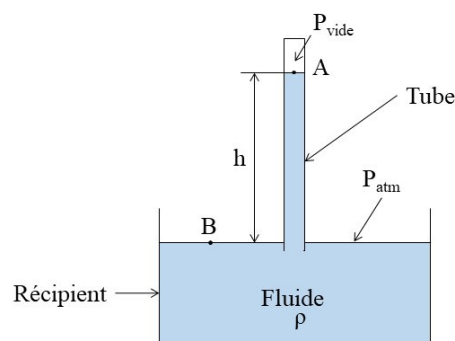


Image 10 Figure II. 10. Un baromètre de pression

Après l'équilibre des forces (force de poids de fluide dans le tube et la force due à la pression atmosphérique) dans le sens de gravité, en appliquant la loi fondamentale de statique entre les deux points A et B, on obtient :

$$P_B = P_A + g.h.\rho$$

La pression au point A,  $P_A$ , est la pression vide  $P_{vide}$  est égale à zéro. Ainsi, la pression au point B,  $P_B$ , est la même que la pression atmosphérique,  $P_{atm}$ . L'équation précédente devient :

$$P_{atm} = g.h.\rho$$

Il existe plusieurs types de baromètres selon le fluide utilisés, tels que le baromètre à mercure inventé en 1643, le baromètre à eau créé en 1792, le baromètre à gaz créé en 1818, etc.

## 6. Forces de pression hydrostatiques

Lorsqu'un corps est immergé dans un fluide, des forces se développent sur la surface du corps à cause du fluide. La détermination de ses forces est importante dans la conception des réservoirs de stockage, des navires, des barrages et d'autres structures hydrauliques. Ces forces de fluide sont toujours perpendiculaires aux surfaces sur lesquelles elles agissent. On distingue trois cas de surfaces immergées dans les fluides :

- Surface plane (verticale, horizontale, inclinée),
- Surface courbure (cylindre, sphère) la force de pression hydrostatique consiste à déterminer les deux composantes verticale et horizontale de la force résultante  $F_T$ ,
- Surface gauche (forme quelconque) : la force de pression hydrostatique consiste à déterminer les trois composantes ( $F_X$ ,  $F_Y$ ,  $F_Z$ ) de la force résultante  $F_T$ .

### 6.1. Force hydrostatique sur une surface plane

#### a) L'intensité de la force de pression totale

Considérons une plaque plane de géométrie quelconque de surface  $A$ . Elle est immergée totalement dans un fluide incompressible de masse volumique  $\rho$ . La plaque est inclinée d'un angle  $\theta$  quelconque par rapport à la surface libre du fluide ; c'est-à-dire par rapport à l'horizontale et son centre de gravité est  $G$ . Ainsi, elle est soumise à la force de pression du fluide  $F_1$  et la force de milieu extérieur  $F_2$  voir la figure II.11.

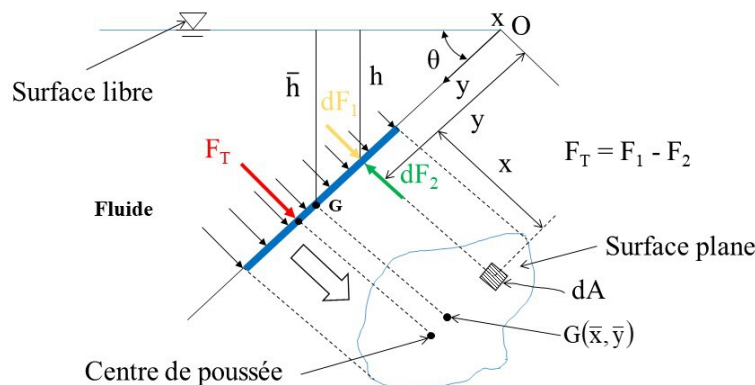


Image 11 Figure II. 11. Forces hydrostatiques sur une surface plane

L'intensité de la force de pression totale  $F_T$  est égale la somme des forces qui agissent sur toute la surface plane (les forces de deux côtés intérieure  $F_1$  et extérieures  $F_2$ ).

$$F_T = F_1 - F_2$$

Dans le côté intérieur, la force de pression élémentaire  $dF_1$  agissant sur un élément infiniment petit d'aire  $dA$ , à une profondeur  $h$  et à une distance  $y$  de l'axe  $OY$  est :

$$dF_1 = P.dA = (P_{atm} + \rho.g.h).dA = (P_{atm} + \rho.g.y.\sin(\theta)).dA$$



Pour trouver la force de pression totale  $F_1$  agissant sur toute la surface de la plaque A, il suffit d'intégrer  $dF_1$  sur cette surface :

$$F_1 = \int_A (P_{atm} + \rho \cdot g \cdot y \cdot \sin(\theta)) \cdot dA$$

$$F_1 = P_{atm} \cdot A + \rho \cdot g \cdot \sin(\theta) \int_A dA$$

Avec :

$$\int_A y \cdot dA = \int_x dx \cdot \int_y dy = x \cdot \frac{1}{2} y^2 = \frac{y}{2} \cdot x \cdot y = \bar{y} \cdot A$$

Où :

A : la surface totale de la plaque en contact avec le fluide,

$\bar{y}$  : la distance suivant l'axe y jusqu'au le centre de gravité de la plaque G.

$$F_1 = P_{atm} \cdot A + \rho \cdot g \cdot A \cdot \bar{y} \cdot \sin(\theta)$$

$$\text{Où : } \bar{h} = \bar{y} \cdot \sin(\theta)$$

$$F_1 = P_{atm} \cdot A + \rho \cdot g \cdot A \cdot \bar{h}$$

Par ailleurs, dans le côté extérieur de la plaque la force de pression totale  $F_2$  agissant sur toute la surface de la plaque A, est :

$$F_2 = P_{atm} \cdot A$$

La force hydrostatique  $F_T$  (force de pression) agissant sur toute la surface de la plaque plane est :

$$F_T = F_1 - F_2$$

Avec :

$$F_T = P_{atm} \cdot A + \rho \cdot g \cdot A \cdot \bar{h} - P_{atm} \cdot A$$

Dans la plupart des cas, le côté extérieur de la plaque est ouvert à l'atmosphère, et donc la pression atmosphérique agit sur les deux côtés (intérieure et extérieure) de la plaque, donnant une résultante nulle. À cet effet, la force hydrostatique  $F_T$  est :

$$F_T = \rho \cdot g \cdot A \cdot \bar{h}$$

Où :

$\rho$  : la masse volumique de fluide en  $\text{kg/m}^3$ ,

$g$  : l'accélération de la pesanteur  $\text{m/s}^2$ ,

$\bar{h}$  : la distance verticale entre la surface libre du fluide et le centre de gravité G de la plaque (la profondeur de centre de gravité de la plaque) en m.

### Remarque :

1. La force de pression hydrostatique agissant sur une surface plane est indépendante de l'angle  $\theta$ . Elle dépend uniquement du poids spécifique du fluide, de la surface immergée et de la profondeur du centre de gravité de la plaque,
2. La force de pression hydrostatique est égale la pression au centre de gravité de la plaque multiplié par la surface immergée de la plaque,
3. Le sens de la force hydrostatique est toujours perpendiculaire à la surface plane (force normale).

b) Centre de poussée

La force de pression hydrostatique  $F_T$  n'agissant pas au centre de gravité,  $G$  de la plaque, mais à un point appelé centre de poussée ou de pression ( $y_{cp}$ ). Le centre de poussée  $y_{cp}$  de la force hydrostatique sur les surfaces plane est présenté par l'équation suivante :

$$y_{cp} = \frac{I_{GX}}{y_G \cdot A} \cdot y_G$$

Formule 11

Où :

$y_{cp}$  : le centre de poussée en m,

$y_G$  : la distance suivant l'axe y de centre de gravité en m,

$A$  : la surface de la plaque en contact avec le fluide en  $m^2$ ,

$I_{GX}$  : le moment d'inertie de la plaque par rapport à l'axe x en  $m^4$ .

Le tableau II.1 montre les moments d'inertie et autres propriétés géométriques de quelques surfaces planes couramment utilisées :

Formes usuelles		Surfaces $m^2$	Moments d'inerties $m^4$
Rectangle		$A = a \cdot b$	$I_{GX} = \frac{ab^3}{12}$ $I_{GY} = \frac{ba^3}{12}$
Cercle		$A = \pi \cdot R^2$	$I_{GX} = I_{GY} = \frac{\pi R^4}{4}$
Triangle		$A = \frac{ab}{2}$	$I_{GX} = \frac{ab^3}{36}$ $I_{GY} = \frac{ba^3}{36}$

Tableau II. 1. Moments d'inertie pour quelques surfaces planes usuelles

Tableau 1    Tableau II. 1. Moments d'inertie pour quelques surfaces planes usuelles

## 7. Principe d'Archimède

### 💡 Fondamental :

Le principe d'Archimède<sup>[1]</sup><sup>6</sup> est : tout corps flottant ou immergé complètement dans un fluide en équilibre subit une force verticale est égale au poids du fluide déplacé. Cette force est orientée vers le haut (verticale ascendante) opposée de la gravité et appelée la force ou la poussée d'Archimède.

### 7.1. Force d'Archimède

Considérons un corps solide de volume  $V$ , immergé complètement (plongé) dans un fluide incompressible de masse volumique  $\rho_f$  comme indiqué sur la figure II.12.

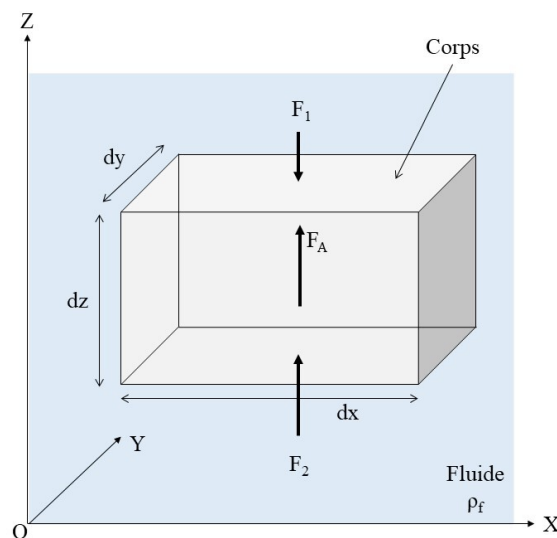


Image 12 Figure II. 12. Principale d'Archimède

Dans un fluide au repos, la pression augmente linéairement avec la profondeur. Il est évident que les forces horizontales (force dans le plan OXY) de pression du fluide se compensent mutuellement.

L'intensité de la poussée d'Archimède  $F_A$  est égale la somme des forces qui agissant sur le corps solide. Elle est dirigée dans le sens d'action de la force la plus grande.

$$F_A = F_2 - F_1$$

Les forces verticales de pression du fluide  $F_1$  et  $F_2$  (suivant l'axe Z), qui s'appliquent respectivement sur les deux surfaces de corps solide  $A_1$  et  $A_2$  comme indiqué dans la figure II.12 sont :

$$F_1 = P_1 \cdot A_1 = \rho_f \cdot g \cdot z_1 \cdot dx \cdot dy \Rightarrow F_2 - F_1 = \rho_f \cdot g \cdot (z_2 - z_1) \cdot dx \cdot dy = \rho_f \cdot g \cdot dz \cdot dx \cdot dy$$

$$F_1 = P_1 \cdot A_1 = \rho_f \cdot g \cdot z_1 \cdot dx \cdot dy$$

$$F_A = F_2 - F_1 = \rho_f \cdot g \cdot dz \cdot dx \cdot dy = \rho_f \cdot g \cdot V$$

L'intensité de la force de poussée d'Archimède  $F_A$  est donnée par la relation suivante :

$$F_A = \rho_f \cdot g \cdot V$$

Formule 12

Où :

$V$  : le volume de corps immergé dans le fluide en  $m^3$ ,

<sup>6</sup> file:///E:/Cours%20GT/MDF/Cours/Polycopi%C3%A9%20MDF%20%C3%A9tudiant%20chapitre%202.docx#\_ftn1

$\rho_f$  : la masse volumique de fluide en  $\text{kg/m}^3$ .

**Remarque :**

On remarque que, l'équation (II-18) est indépendante de la forme géométrique de corps immergé dans le fluide. Elle est uniquement dépend du volume de corps et le poids spécifique de fluide. D'autre part, la force de flottabilité agissant sur un corps immergé dans un fluide est égale le poids d'un volume équivalent du fluide.

## 7.2. Condition de flottement des corps

Les forces s'exerçant sur le corps sont le poids du corps immergé et la poussée d'Archimède. La condition d'équilibre s'écrit par la relation suivante :

$$F_A - mg = 0$$

$$\rho_f - \rho = 0$$

m : la masse de corps solide immergé est égale  $\rho V$ .

**Remarque :**

On remarque qu'il y a trois cas (Voir la figure II.13) :

- Si la masse volumique du fluide est inférieure à la masse volumique du corps immergé, ( $\rho_f < \rho$ ) : le corps descend au fond du récipient, (le corps se noie),
- Si la masse volumique de fluide est égale à la masse volumique du corps immergé, ( $\rho_f = \rho$ ) : le corps est en équilibre indifférent dans le fluide, (le corps flotte en état immergé),
- Si la masse volumique de fluide est supérieure à la masse volumique du corps immergé, ( $\rho_f > \rho$ ) : le corps remonte à la surface du fluide (le corps flotte).

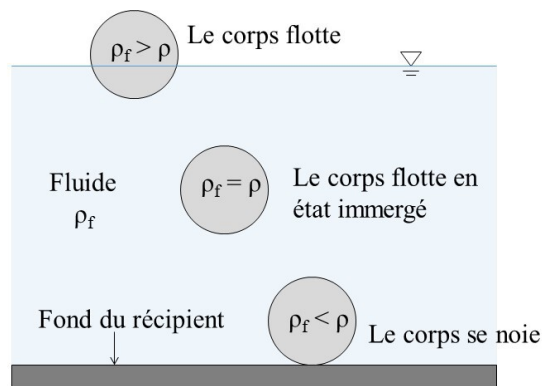


Image 13 Figure II. 13. Condition de flottement des corps

# Mentions légales

Ce module est publié sous licence **Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)**

Vous êtes autorisé à copier, distribuer, modifier et utiliser ce contenu à condition d'en attribuer la paternité à l'auteur : **Noureddine AZZAM – Université Frères Mentouri Constantine 1.**