

Université Constantine 1 — Faculté des Sciences Exactes

Département de Chimie

Module : Structure de la Matière (Chimie I) | L1 Chimie | 2025/2026

Corrigé du Travaux Dirigés N° 4

Modèle de Bohr et spectre de l'atome d'hydrogène

Enseignante : Dr. ZERDOUM Radia

Ce corrigé propose une démarche détaillée pour chacun des exercices du TD 4. Les étapes de raisonnement, les formules utilisées et les calculs intermédiaires sont explicités afin de permettre une auto-correction et une révision efficaces.

Exercice 1 — Analyse critique du modèle de Rutherford

Rappel de cours

En électromagnétisme classique, toute charge accélérée rayonne de l'énergie (formule de Larmor). Or un mouvement circulaire est un mouvement accéléré.

Le modèle planétaire de Rutherford est donc incompatible avec la stabilité observée de la matière.

Question 1 — Instabilité prévue

L'électron en orbite subit une accélération centripète : il devrait rayonner en continu, perdre son énergie mécanique et décrire une spirale jusqu'à s'écraser sur le noyau. Le modèle prévoit donc un atome instable, ce que l'expérience dément.

Question 2 — Durée de vie théorique

L'intégration de la perte d'énergie par rayonnement depuis $r = a_0$ jusqu'à $r = 0$ donne :

$\tau \approx 10^{-11}$ s (de l'ordre de quelques dizaines de picosecondes)

Un atome d'hydrogène ne survivrait donc pas au-delà d'une fraction de nanoseconde, alors qu'il est stable indéfiniment.

Question 3 — Contradiction avec le spectre d'émission

Une spirale continue s'accompagnerait d'une fréquence de rotation variant continûment, donc d'un spectre d'émission continu. Or le spectre de l'hydrogène est constitué de raies discrètes, à des longueurs d'onde parfaitement définies (656,3 nm ; 486,1 nm...). L'énergie de l'atome ne peut donc prendre que certaines valeurs.

Question 4 — Hypothèse nouvelle

Il faut introduire la quantification : l'électron ne peut occuper que des orbites stationnaires, sur lesquelles il ne rayonne pas (1er postulat de Bohr), caractérisées par la quantification du moment cinétique $m_e v r = n\hbar$. L'émission ou l'absorption d'un photon accompagne alors le seul passage d'un niveau à un autre : $\Delta E = h\nu$ (2^e postulat).

Exercice 2 — Niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène

Rappel de cours

Rayon des orbites : $r_n = n^2 \cdot a_0$ avec $a_0 = 5,29 \times 10^{-11} \text{ m}$.

Énergie des niveaux : $E_n = -13,6 / n^2$ (en eV).

L'énergie est négative : elle correspond à un état lié. $E = 0$ est l'électron libre au repos, infiniment éloigné du noyau.

Question 1 — Rayons et énergies des cinq premiers niveaux

n	$r_n = n^2 a_0$ (m)	r_n (nm)	$E_n = -13,6/n^2$ (eV)	E_n (J)
1	$5,29 \times 10^{-11}$	0,0529	-13,6	$-2,18 \times 10^{-18}$
2	$2,12 \times 10^{-10}$	0,212	-3,40	$-5,45 \times 10^{-19}$
3	$4,76 \times 10^{-10}$	0,476	-1,51	$-2,42 \times 10^{-19}$
4	$8,46 \times 10^{-10}$	0,846	-0,850	$-1,36 \times 10^{-19}$
5	$1,32 \times 10^{-9}$	1,32	-0,544	$-8,71 \times 10^{-20}$

Le rayon croît comme n^2 tandis que l'énergie croît comme $-1/n^2$: les niveaux se resserrent très rapidement quand n augmente, alors que l'atome devient de plus en plus volumineux.

Question 2 — Diagramme énergétique

Sur un axe vertical gradué en eV, placer $E = -13,6$ ($n = 1$, très bas et isolé), $-3,40$ ($n = 2$), $-1,51$ ($n = 3$), $-0,850$ ($n = 4$), $-0,544$ ($n = 5$), puis $E = 0$ pour $n = \infty$ (trait horizontal marquant la limite d'ionisation). L'écart entre niveaux successifs diminue continûment : les niveaux s'accumulent sous $E = 0$.

Question 3 — Énergie d'ionisation

L'énergie d'ionisation est l'énergie minimale à fournir à l'atome dans son état fondamental pour amener l'électron à l'infini avec une vitesse nulle ($n = 1 \rightarrow n = \infty$) :

$$E_i = E_\infty - E_1 = 0 - (-13,6)$$

$$E_i = 13,6 \text{ eV}$$

$$E_i = 13,6 \times 1,602 \times 10^{-19} = 2,18 \times 10^{-18} \text{ J}$$

Exercice 3 — Quantification du moment cinétique**Rappel de cours**

1er postulat de Bohr : $m_e \cdot v \cdot r = n \cdot \hbar$, d'où $v_n = n\hbar / (m_e r_n)$.

Période de révolution : $T = 2\pi r / v$; fréquence de rotation : $f = 1 / T$.

Question 1 — Vitesse de l'électron sur l'orbite $n = 1$

$$v = \hbar / (m_e \cdot a_0) = 1,055 \times 10^{-34} / (9,11 \times 10^{-31} \times 5,29 \times 10^{-11})$$

$$= 1,055 \times 10^{-34} / 4,82 \times 10^{-41}$$

$$v \approx 2,19 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Cette vitesse représente environ 0,7 % de celle de la lumière ($v/c \approx 1/137$, la constante de structure fine) : le traitement non relativiste reste acceptable pour l'hydrogène, mais devient insuffisant pour les éléments lourds.

Question 2 — Période de révolution

$$T = 2\pi r / v = 2\pi \times 5,29 \times 10^{-11} / 2,19 \times 10^6 = 3,32 \times 10^{-16} / 2,19 \times 10^6$$

$$T \approx 1,52 \times 10^{-16} \text{ s}$$

Question 3 — Fréquence de rotation

$$f = 1 / T = 1 / 1,52 \times 10^{-16}$$

$$f \approx 6,6 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

Le domaine visible s'étend d'environ 4×10^{14} à $7,5 \times 10^{14}$ Hz : la fréquence de rotation est près de dix fois supérieure, donc située dans l'ultraviolet. C'est précisément le rayonnement que la théorie classique prévoyait — et qui n'est jamais observé, l'électron ne rayonnant pas sur une orbite stationnaire.

Exercice 4 — Construction du diagramme énergétique

Le diagramme reprend les valeurs de l'exercice 2, reportées sur une échelle verticale d'énergie en eV ($E = 0$ en haut, $E = -13,6$ en bas) :

- $n = 1$: $E = -13,6$ eV — état fondamental, isolé au bas du diagramme ;
- $n = 2$ à 5 : $E = -3,40$; $-1,51$; $-0,850$; $-0,544$ eV — états excités, de plus en plus resserrés ;
- $n = \infty$: $E = 0$ — limite d'ionisation, tracée en trait fort.

Transitions à figurer par des flèches verticales orientées vers le bas (émission) :

Transition	$\Delta E = E_{\text{init}} - E_{\text{final}}$	$\lambda = hc/\Delta E$	Série / domaine
$n = 2 \rightarrow 1$	10,2 eV	121,5 nm	Lyman α — UV
$n = 3 \rightarrow 2$	1,89 eV	656,3 nm	Balmer α — visible (rouge)
$n = \infty \rightarrow 1$	13,6 eV	91,2 nm	Limite de Lyman — UV

Relation pratique à retenir : $\lambda(\text{nm}) = 1240 / \Delta E(\text{eV})$. Elle évite de repasser par les joules à chaque calcul.

Exercice 5 — Énergie des hydrogénoïdes He^+ et Li^{2+} **Rappel de cours**

Un hydrogénoïde ne possède qu'un seul électron : les formules de Bohr restent valables à condition d'y introduire la charge nucléaire Z .

$$E_n = -13,6 \cdot Z^2 / n^2 \text{ (eV)} \text{ et } r_n = n^2 \cdot a_0 / Z.$$

Question 1 — Énergie du niveau fondamental

$$\text{He}^+ (Z = 2) : E_1 = -13,6 \times 2^2 / 1^2 = -13,6 \times 4$$

$$E_1(\text{He}^+) = -54,4 \text{ eV}$$

$$\text{Li}^{2+} (Z = 3) : E_1 = -13,6 \times 3^2 / 1^2 = -13,6 \times 9$$

$$E_1(\text{Li}^{2+}) = -122,4 \text{ eV}$$

Question 2 — Rayon de l'orbite $n = 1$

$$\text{He}^+ : r_1 = a_0 / 2 = 5,29 \times 10^{-11} / 2$$

$$r_1(\text{He}^+) = 2,65 \times 10^{-11} \text{ m}$$

$$\text{Li}^{2+} : r_1 = a_0 / 3 = 5,29 \times 10^{-11} / 3$$

$$r_1(\text{Li}^{2+}) = 1,76 \times 10^{-11} \text{ m}$$

Question 3 — Énergie d'ionisation de He^+

$$E_i = 0 - E_1 = 54,4 \text{ eV, soit 4 fois celle de l'hydrogène (13,6 eV).}$$

$$E_i(\text{He}^+) = 54,4 \text{ eV} = 4 \times E_i(\text{H})$$

L'énergie d'ionisation varie en Z^2 et le rayon en $1/Z$: plus la charge nucléaire est grande, plus l'électron est proche du noyau et fortement lié. C'est le même effet, à l'état pur, que celui qui gouverne l'évolution des rayons atomiques dans une période du tableau périodique.

Exercice 6 — Comparaison des spectres de H, He⁺ et Li²⁺

Pour la transition $n = 2 \rightarrow n = 1$: $\Delta E = 13,6 \cdot Z^2 \cdot (1/1^2 - 1/2^2) = 10,2 \cdot Z^2$ eV, puis $\lambda = hc/\Delta E = 1240 / \Delta E(\text{eV})$ en nanomètres.

Question 1 — Longueurs d'onde émises

Espèce	Z	ΔE (eV)	λ (nm)	Domaine spectral
H	1	10,2	121,5	UV lointain
He ⁺	2	40,8	30,4	UV extrême / X mous
Li ²⁺	3	91,8	13,5	UV extrême / X mous

Détail du calcul pour He⁺ : $\Delta E = 10,2 \times 4 = 40,8$ eV $\rightarrow \lambda = 1240 / 40,8 = 30,4$ nm.

Question 2 — Domaines spectraux

Aucune de ces trois transitions n'est visible à l'œil : toutes se situent dans l'ultraviolet, et les deux hydrogénoïdes atteignent la frontière des rayons X mous.

Question 3 — Décalage vers les hautes énergies

L'énergie des niveaux varie comme Z^2 , donc tout écart énergétique varie aussi comme Z^2 , et λ comme $1/Z^2$. Physiquement, une charge nucléaire plus élevée attire plus fortement l'unique électron : les niveaux s'abaissent, leurs écarts se creusent, et les photons émis sont d'autant plus énergétiques.

Vérification : $\lambda(\text{He}^+) = \lambda(\text{H})/4 = 121,5/4 = 30,4$ nm ✓ et $\lambda(\text{Li}^{2+}) = \lambda(\text{H})/9 = 13,5$ nm ✓

Exercice 7 — Identification des séries spectrales

Rappel de cours

$\Delta E = 13,6 \times (1/n_f^2 - 1/n_i^2)$ en eV, puis $\lambda(\text{nm}) = 1240 / \Delta E(\text{eV})$.

La série est fixée par le niveau d'arrivée : $n_f = 1 \rightarrow$ Lyman (UV) ; $n_f = 2 \rightarrow$ Balmer (visible) ; $n_f = 3 \rightarrow$ Paschen (IR).

Transition	ΔE (eV)	λ (nm)	Série	Domaine
a) $n = 3 \rightarrow 2$	1,89	656,3	Balmer	Visible (rouge)
b) $n = 4 \rightarrow 1$	12,75	97,2	Lyman	UV
c) $n = 5 \rightarrow 3$	0,967	1282	Paschen	IR
d) $n = \infty \rightarrow 1$	13,6	91,2	Lyman (limite)	UV

Exemple de calcul détaillé (cas a) :

$$\Delta E = 13,6 \times (1/2^2 - 1/3^2) = 13,6 \times (0,250 - 0,111) = 13,6 \times 0,1389 = 1,89 \text{ eV}$$

$$\lambda = 1240 / 1,89 = 656 \text{ nm}$$

La transition d) correspond à la recombinaison d'un électron libre au repos sur le niveau fondamental : c'est la limite de la série de Lyman, au-delà de laquelle le spectre devient continu.

Exercice 8 — Identification d'éléments par spectroscopie

Question 1 — Appartenance à la série de Balmer

Les quatre raies se situent dans le visible, avec des écarts qui se resserrent vers les courtes longueurs d'onde : c'est la signature d'une série convergeant vers une limite (ici 364,6 nm). En appliquant la formule de Ritz avec $n_f = 2$, on retrouve exactement les quatre valeurs mesurées : le gaz est donc de l'hydrogène.

Question 2 — Identification des transitions

λ mesurée (nm)	Transition	ΔE (eV)	Couleur	Notation
656,3	$n = 3 \rightarrow 2$	1,89	Rouge	H_α
486,1	$n = 4 \rightarrow 2$	2,55	Bleu-vert	H_β
434,0	$n = 5 \rightarrow 2$	2,86	Bleu-violet	H_γ
410,2	$n = 6 \rightarrow 2$	3,02	Violet	H_δ

Question 3 — Constante de Rydberg expérimentale

$$1/\lambda = R_H \times (1/2^2 - 1/n_2^2) \rightarrow R_H = (1/\lambda) / (1/4 - 1/n_2^2)$$

Sur la raie rouge ($n_2 = 3$) : $1/\lambda = 1 / 656,3 \times 10^{-9} = 1,524 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$

$$R_H = 1,524 \times 10^6 / 0,1389$$

$$R_H \approx 1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

Sur la raie bleu-vert ($n_2 = 4$) : $R_H = 2,057 \times 10^6 / 0,1875 = 1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$

L'accord avec la valeur théorique ($1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$) est excellent, à moins de 0,1 % près : c'est ce résultat qui a historiquement validé le modèle de Bohr.

Exercice 9 — Tracé d'un spectre légendé

Sur un axe de longueurs d'onde de 0 à 2000 nm, reporter les raies suivantes, chaque série convergeant vers sa limite :

Série	n_f	Premières raies (nm)	Limite (nm)	Domaine
Lyman	1	121,5 — 102,6 — 97,2	91,2	UV
Balmer	2	656,3 — 486,1 — 434,0 — 410,2	364,6	Visible
Paschen	3	1876 — 1282 — 1094	820,4	IR

Le tracé fait apparaître que seules les raies de Balmer tombent dans la fenêtre visible (400–800 nm) : c'est la raison pour laquelle le spectre de l'hydrogène a d'abord été étudié dans cette série, avant que Lyman et Paschen ne soient accessibles par la spectroscopie UV et IR.

Exercice 10 — Limites du modèle de Bohr**Question 1 — Domaine de validité**

Le modèle ne s'applique rigoureusement qu'à l'atome d'hydrogène et aux ions hydrogénoïdes (He^+ , Li^{2+} , Be^{3+} ...), c'est-à-dire aux systèmes à un seul électron.

Question 2 — Atomes polyélectroniques

Dès deux électrons (He), les répulsions interélectroniques rendent le problème insoluble analytiquement : les énergies calculées s'écartent fortement des valeurs expérimentales. Le modèle ne rend compte ni de l'effet d'écran, ni de la structure fine des raies, ni de leur dédoublement sous champ magnétique (effet Zeeman), ni de leurs intensités relatives.

Question 3 — Dualité onde-corpuscule

Non : Bohr postule la quantification sans la justifier, et conserve la notion classique de trajectoire. De Broglie l'interprétera ensuite comme une condition d'onde stationnaire ($2\pi r = n\lambda$), avant que la mécanique quantique ne remplace l'orbite par l'orbitale, densité de probabilité de présence — la notion de trajectoire étant elle-même incompatible avec le principe d'incertitude de Heisenberg.

Trois limites à retenir : (1) restriction aux systèmes monoélectroniques ; (2) incapacité à décrire la structure fine et les intensités des raies ; (3) quantification postulée et trajectoire classique, incompatibles avec la dualité onde-corpuscule.

Annexe — Méthodes générales à retenir

1. Formules de base du modèle de Bohr pour un hydrogénoïde : $E_n = -13,6 Z^2/n^2$ (eV) et $r_n = n^2 a_0 / Z$.
2. Une énergie de transition se calcule toujours comme une différence : $\Delta E = E_{\text{init}} - E_{\text{final}}$, puis $\lambda = hc/\Delta E$.
3. Raccourci de calcul : $\lambda(\text{nm}) = 1240 / \Delta E(\text{eV})$ — à condition d'exprimer ΔE en électronvolts.
4. La série spectrale est déterminée par le niveau d'arrivée : Lyman ($n = 1$, UV), Balmer ($n = 2$, visible), Paschen ($n = 3$, IR).
5. Contrôler les ordres de grandeur : rayons atomiques $\sim 10^{-10}$ m, énergies atomiques quelques eV à quelques dizaines d'eV, longueurs d'onde optiques 10^2 à 10^3 nm.
6. Ne jamais oublier le signe négatif des énergies : un état lié a une énergie négative, et l'énergie d'ionisation en est l'opposée.