سلسلة الأعمال الموجهة

2019/2020

مقياس: فيزياء 2

لطلبة السنة الأولى جذع مشترك علوم وتقنيات

ل. حجاج

ع. بن سويسي

الفهرس

السلسلة الأولى: المراجعة الرياضية

التمرين الأول

احسب المشتقات الجزئية للدالتين السلميتين التاليتين ثم استنتج التفاضل الكلي لكل دالة

1- $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$
2- $g(x,y,z) = \exp(x^2 + y^2 + z^2)$

الحل:

تذكير

المشتقة الجزئية لدالة متعددة المتغيرات بالنسبة لمتغير معين تتعلق به هي مشتقة هذه الدالة بالنسبة لهذا المتغير باعتبار باقي متغيرات الدالة ثوابت عند الاشتقاق

ومنهيكون لدينا:

1- $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 2y, \quad \frac{\partial f}{\partial z} = 2z$

2- $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x\, e^{(x^2+y^2+z^2)}, \ \frac{\partial f}{\partial y} = 2y\, e^{(x^2+y^2+z^2)}, \ \frac{\partial f}{\partial z} = 2z\, e^{(x^2+y^2+z^2)}$

تذكير

يعرف التفاضل الكلي لدالة سلمية متعددة المتغيرات $f(x,y,z)$ كمايلي: $df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy + \frac{\partial f}{\partial z}dz$

ومنه يكون لدينا:

1- $df = 2\,(xdx + ydy + zdz)$
2- $dg = 2\, e^{(x^2+y^2+z^2)}(xdx + ydy + zdz)$

التمرين الثاني

ليكن المجال الشعاعي

$$\overrightarrow{OM} = \vec{r} = x\,\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$$

احسب

$\vec{\nabla}\ln(r)$ و $\vec{\nabla}\frac{1}{r}$

الحل:

1- $\vec{\nabla}\frac{1}{r} = \overrightarrow{grad}\frac{1}{r} = ?$

لدينا

$$r = \|\vec{r}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

وبالتعريف لدينا:

$\vec{\nabla}= \frac{\partial}{\partial x}\vec{i}+ \frac{\partial}{\partial y}\vec{j}+ \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$ (مؤثر الاشتقاق نابلا هو مؤثر شعاعي)

اذن:

$$\vec{\nabla}\frac{1}{r}=\left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i}+ \frac{\partial}{\partial y}\vec{j}+ \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right)\frac{1}{r}=\left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i}+ \frac{\partial}{\partial y}\vec{j}+ \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right)\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}=$$

$$\frac{\partial \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}}{\partial x}\vec{i}+ \frac{\partial \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}}{\partial z}\vec{k}$$

نلاحظ ثلاث مركبات شعاعية هي عبارة عن مشتقات جزئية متشابهة لذلك نشتق المركبة الأولى فقط ونستنتج باقي المركبات.

$$\frac{\partial(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}})}{\partial x}=\frac{\partial\,(x^2+y^2+z^2)^{\frac{-1}{2}}}{\partial x}=-\frac{1}{2}(x^2+y^2+z^2)^{-\frac{1}{2}-1}.2x=\frac{-x}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

وبالتالي نستنتج ان:

$$\frac{\partial(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}})}{\partial y}=\frac{-y}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

و

$$\frac{\partial \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}}{\partial z}=\frac{-z}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

و في الأخير يكون لدينا :

$$\vec{\nabla}\frac{1}{r}=-\frac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}\left(x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}\right)=-\frac{\vec{r}}{r^3}=-\frac{1}{r^2}\overrightarrow{u_r}$$

$$\vec{\nabla}\ln(r)=\overrightarrow{grad}\ln(r)=?$$

$$\vec{\nabla}\ln(r) = \left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{\imath} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{\jmath} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right)\ln r$$
$$= \left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{\imath} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{\jmath} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right)\ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}$$
$$= \frac{\partial\, ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{\partial x}\vec{\imath} + \frac{\partial\, ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{\partial y}\vec{\jmath} + \frac{\partial\, ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{\partial z}\vec{k}$$

هنا أيضا نلاحظ ثلاث مركبات شعاعية هي عبارة عن مشتقات جزئية متشابهة لذلك نشتق المركبة الأولى فقط ونستنتج باقي المركبات.

$$\frac{\partial \ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{\partial x} = \frac{\frac{\partial\,(x^2+y^2+z^2)^{\frac{1}{2}}}{\partial x}}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} = \frac{\frac{1}{2}(x^2+y^2+z^2)^{\frac{1}{2}-1}.2x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$
$$= \frac{x}{x^2+y^2+z^2}$$

وبالتالي نستنتج ان:

$$\frac{\partial \ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{\partial z} = \frac{z}{x^2+y^2+z^2} \text{ و } \frac{\partial \ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{\partial y} = \frac{y}{x^2+y^2+z^2}$$

وفي الأخير يكون لدينا:

$$\vec{\nabla}\ln(r) = \frac{1}{x^2+y^2+z^2}\left(x\vec{\imath}+y\vec{\jmath}+z\vec{k}\right) = \frac{\vec{r}}{r^2} = \frac{1}{r}\,.\overrightarrow{u_r}$$

<u>التمرين الثالث</u>

احسب باستعمال الاحداثيات:

1-القطبية محيط و مساحة دائرة نصف قطرها R

2-الاسطوانية المساحة الجانبية للأسطوانة وحجمهاونصف قطر الأسطوانة هو Rوارتفاعها هو h

3-الكروية مساحة وحجم كرة نصف قطرها R

الحل:

1- محيط ومساحة دائرة نصف قطرها R

$$\boldsymbol{dl_{cercle} = Rd\theta}$$
$$\boxed{\boldsymbol{L = R\int_0^{2\pi} d\theta = 2\pi R}}$$

$$dS_{cercle} = \rho\, d\rho\, d\theta$$

$$\boxed{S_{cercle} = \int_0^R \rho\, d\rho \int_0^{2\pi} d\theta = \pi R^2}$$

2- المساحة الجانبية للأسطوانة وحجمها ونصف قطر الأسطوانة هو R وارتفاعها هو h

$$dS_{latérale} = R\, d\theta\, dz$$

$$\boxed{S_{latérale} = R \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^h dz = 2\pi R h}$$

$$dV_{cylindre} = \rho\, d\rho\, d\theta\, dz$$

$$\boxed{V_{cylindre} = \int_0^R \rho\, d\rho \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^h dz = \pi R^2 h}$$

3-مساحة وحجم كرة نصف قطرها R

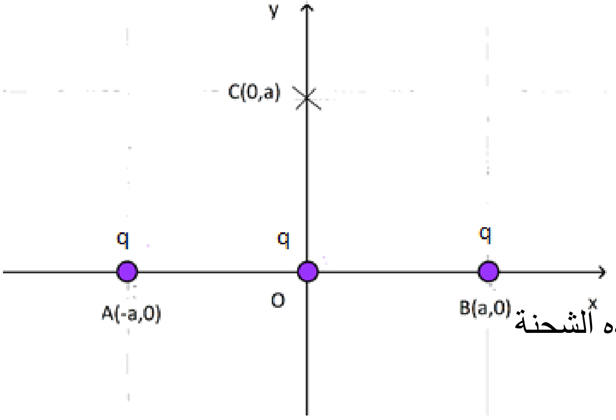
$$dS_{sphère} = R^2 \sin\varphi\, d\varphi\, d\theta$$

$$\boxed{S_{sphère} = R^2 \int_0^{\pi} \sin\varphi\, d\varphi \int_0^{2\theta} d\theta = 4\pi R^2}$$

$$dV_{sphère} = r^2 dr\ \sin\varphi d\varphi\ d\theta$$

$$\boxed{V_{sphère} = \int_0^R r^2\, dr \int_0^{\pi} \sin\varphi\, d\varphi \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{4}{3}\pi R^3}$$

السلسلة الثانية: الكهرباء الساكنة ونظرية غوص



التمرين الأول

ليكن التوزيع الشحني على الشكل المقابل

1-احسب المجال الكهربائي في النقاط A ،B وO

2-احسب الكمون الكهربائي في نفس النقاط السابقة

3-نضع شحنة q في C ، استنتج القوة الخاضعة لها هذه الشحنة

الحل

-1

$\overrightarrow{E_A}$ =?

$$\overrightarrow{E_A} = \overrightarrow{E_{OA}} + \overrightarrow{E_{BA}} = Kq\frac{\overrightarrow{OA}}{OA^3} + Kq\frac{\overrightarrow{BA}}{BA^3}$$

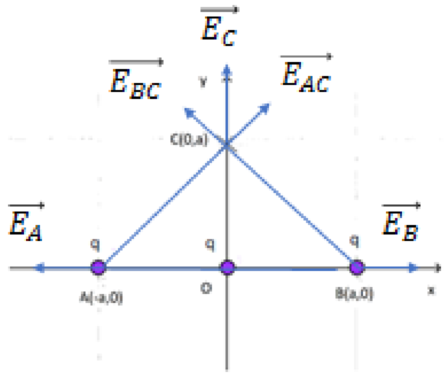
$$\overrightarrow{OA} = (x_A - x_O)\vec{i} + (y_A - y_O)\vec{j} = -a\vec{i}$$

$$=> \|\overrightarrow{OA}\| = OA = a$$

$$\overrightarrow{BA} = (x_A - x_B)\vec{i} + (y_A - y_B)\vec{j} = -2a\,\vec{i}$$

$$=> \|\overrightarrow{BA}\| = BA = 2a$$

$$\overrightarrow{E_A} = Kq(\frac{-a\vec{i}}{a^3} - \frac{2a\vec{i}}{8a^3}) \ => \boxed{\overrightarrow{E_A} = -\frac{5Kq}{4a^2}\vec{i}}$$



$\overrightarrow{E_B}$ =?

$$\overrightarrow{E_B} = \overrightarrow{E_{OB}} + \overrightarrow{E_{AB}} = Kq\frac{\overrightarrow{OB}}{OB^3} + Kq\frac{\overrightarrow{AB}}{AB^3}$$

$$\overrightarrow{OB} = (x_B - x_O)\vec{i} + (y_B - y_O)\vec{j} = a\vec{i} => \|\overrightarrow{OB}\| = OB = a$$

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} = 2a\vec{i} => \|\overrightarrow{AB}\| = AB = 2a$$

$$\overrightarrow{E_B} = Kq(\frac{a\vec{i}}{a^3} + \frac{2a\vec{i}}{8a^3}) \ => \boxed{\overrightarrow{E_B} = \frac{5Kq}{4a^2}\vec{i}}$$

$\overrightarrow{E_O}$ =?

بسبب التناظر بالنسبة الى النقطة O$(\overrightarrow{AO} = -\overrightarrow{BO}; \|AO\| = \|BO\|)$

$$\boxed{\overrightarrow{E_O} = \overrightarrow{E_{AO}} + \overrightarrow{E_{BO}} = Kq\frac{\overrightarrow{AO}}{AO^3} + Kq\frac{\overrightarrow{BO}}{BO^3} = \vec{0}}$$

2-حساب الكمون الكهربائي

$V_A = ?$

$$V_A = V_{OA} + V_{BA} = \frac{Kq}{OA} + \frac{Kq}{BA} = Kq\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{2a}\right) \Rightarrow \boxed{V_A = \frac{3Kq}{2a}}$$

$V_B = ?$

$$V_B = V_{OB} + V_{AB} = \frac{Kq}{OB} + \frac{Kq}{AB} = Kq\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{2a}\right) \Rightarrow \boxed{V_B = \frac{3Kq}{2a}}$$

$V_O = ?$

$$V_O = V_{AO} + V_{BO} = \frac{Kq}{AO} + \frac{Kq}{BO} = Kq\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a}\right) \Rightarrow \boxed{V_O = \frac{2Kq}{a}}$$

3-حساب القوة الكهربائية عند النقطة C

$\overrightarrow{F_C} = ?$

بالتعريف لدينا:

$$\boxed{\overrightarrow{F_C} = q\overrightarrow{E_C}}$$

وبالتالي يجب حساب $\overrightarrow{E_C}$أولا ثم استنتاج $\overrightarrow{F_C}$

$$\boxed{\overrightarrow{E_C} = \overrightarrow{E_{OC}} + \overrightarrow{E_{AC}} + \overrightarrow{E_{BC}} = Kq\frac{\overrightarrow{OC}}{OC^3} + Kq\frac{\overrightarrow{AC}}{AC^3} + Kq\frac{\overrightarrow{BC}}{BC^3}}$$

$$\overrightarrow{OC} = (x_C - x_O)\vec{\imath} + (y_C - y_O)\vec{\jmath} = a\vec{\jmath}$$

$$\Rightarrow \|\overrightarrow{OC}\| = OC = a$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A)\vec{\imath} + (y_C - y_A)\vec{\jmath} = a\vec{\imath} + a\vec{\jmath} = a\,(\vec{\imath} + \vec{\jmath})$$

$$\Rightarrow \|\overrightarrow{AC}\| = AC = a\sqrt{2}$$

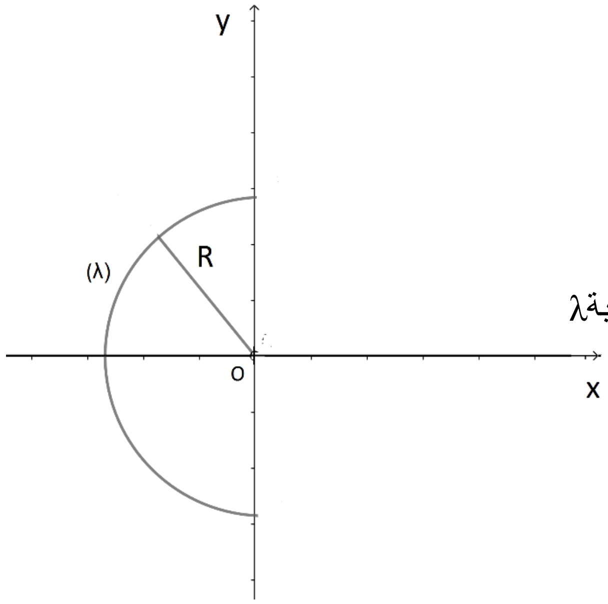
$$\overrightarrow{BC} = (x_C - x_B)\vec{\imath} + (y_C - y_B)\vec{\jmath} = -a\vec{\imath} + a\vec{\jmath} = a\,(-\vec{\imath} + \vec{\jmath})$$

$$\Rightarrow \|\overrightarrow{BC}\| = BC = a\sqrt{2}$$

$$\overrightarrow{E_C} = Kq\left(\frac{a}{a^3}\vec{\jmath} + \frac{a}{2\sqrt{2}a^3}(\vec{\imath} + \vec{\jmath} - \vec{\imath} + \vec{\jmath})\right) = Kq\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\vec{\jmath} \quad \Rightarrow$$

$$\overrightarrow{E_C} = \left(\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)\frac{Kq}{a^2}\vec{j} \quad => \boxed{\overrightarrow{F_C} = \left(\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)\frac{Kq^2}{a^2}\vec{j}}$$

التمرين الثالث



ليكن التوزيع الشحني المقابل:

احسب المجال والكمون الكهربائيين في المركز O

لسلك نصف دائري يحمل كثافة شحنية خطية ثابتة وموجبة λ

الحل:

$\overrightarrow{E_O} = ?$

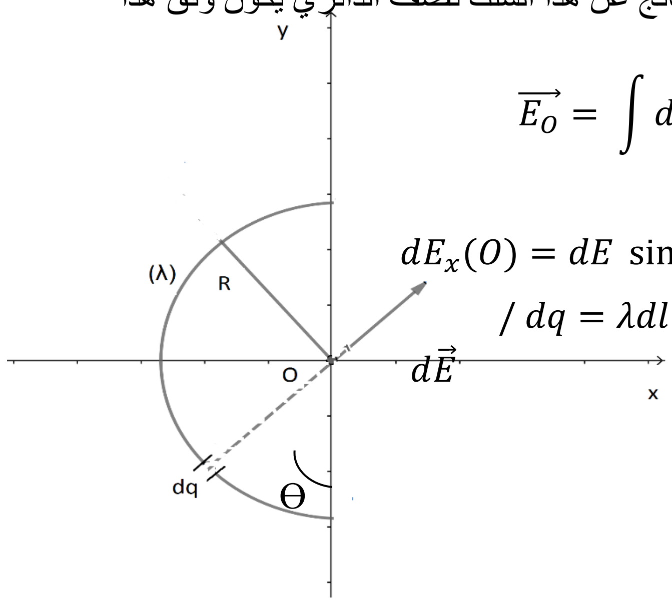
1-نبدأ في حساب المجال الكهربائي

من المقادير العنصرية:

$$\overrightarrow{dE} = \frac{Kdq}{r^2}\overrightarrow{U_r}$$

2-نلاحظ انه يوجد تناظر بالنسبة للمحور (ox)
ينبئنا بطريقة غير مباشرة ان المجال الكهربائي الناتج عن هذا السلك نصف الدائري يكون وفق هذا المحور، وبالتالي:

$$\overrightarrow{E_O} = \int dE_x(O)\vec{i}$$



$$dE_x(O) = dE\ \sin\theta = \frac{Kdq}{r^2}\sin\theta$$

$$/\ dq = \lambda dl = \lambda R d\theta$$

$d\vec{E}$

$$=> dE_x(O) = \frac{K\lambda R d\theta}{R^2}\sin\theta$$

$$=> \boxed{dE_x(O) = \frac{K\lambda}{R}\sin\theta\, d\theta}$$

$$E_O = \int dE_x(O) = \frac{K\lambda}{R}\int_0^{\pi}\sin\theta\, d\theta = \frac{K\lambda}{R}(-\cos\theta)_0^{\pi} = \frac{2K\lambda}{R} => \boxed{\overrightarrow{E_O} = \frac{2K\lambda}{R}\vec{i}}$$

$V_O = ?$

نبدأ في حساب الكمون الكهربائي من المقادير العنصرية:

$$\boxed{dV = \frac{Kdq}{r}}$$

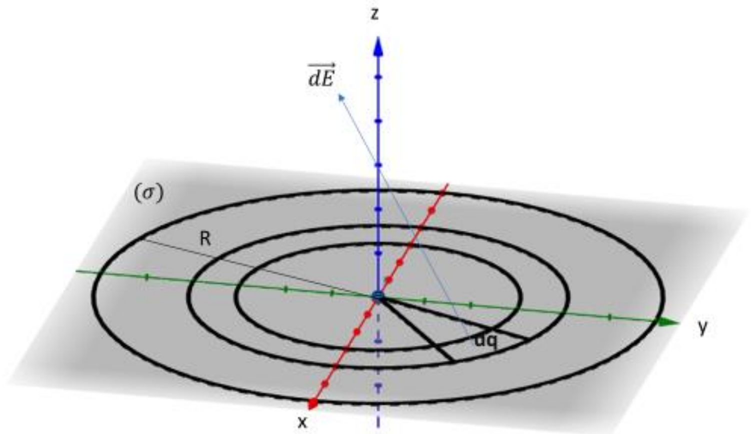
$$dV_O = \frac{K\lambda R d\theta}{R} = K\lambda d\theta \Rightarrow V_O = \int dV_O = K\lambda \int_0^{\pi} d\theta \Rightarrow \boxed{V_O = K\lambda\pi}$$

التمرين السادس:

1-احسب المجال والكمون الكهربائيين في نقطة M كيفية من محور قرص دائري نصف قطره R يحمل كثافة شحنية سطحية σ ثابتة وموجبة

2-استنتج المجال والكمون الكهربائيين الناتجين عن مستوي لا نهائي له نفس الكثافة الشحنية السطحيةσ

الحل:



1

$\overrightarrow{E_M} = ?$

- نبدأ في حساب المجال الكهربائي من المقادير العنصرية:

$$\overrightarrow{dE} = \frac{Kdq}{r^2}\overrightarrow{U_r}$$

- نلاحظ انه يوجد تناظر بالنسبة للمحور(ox) ينبئنا بطريقة غير مباشرة ان المجال الكهربائي الناتج عن هذا السلك نصف الدائري يكون وفق هذا المحور، وبالتالي:

$$\overrightarrow{E_M} = \int dE_z(M)\vec{k}$$

$$dE_z(M) = dE\ \cos\alpha = \frac{Kdq}{r^2}\cos\alpha$$

$$/\begin{cases} dq = \sigma dS = \sigma\rho d\rho d\theta \\ r = \sqrt{\rho^2 + z^2} \\ \cos\alpha = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} \end{cases}$$

$$=> dE_z(M) = \frac{K\sigma\rho d\rho d\theta}{\rho^2 + z^2} \cdot \frac{z}{\sqrt{\rho^2 + z^2}}$$

$$=> \boxed{dE_z(M) = K\sigma z \frac{\rho d\rho}{(\rho^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} d\theta}$$

$$E_M = \int dE_z(M) = K\sigma z \int_0^R \frac{\rho d\rho}{(\rho^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} \int_0^{2\pi} d\theta = K\sigma z I_1 . I_2 \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

نحسب I_1 وI_2 ثم نعوض في (1)

$$I_1 = \int_0^R \frac{\rho d\rho}{(\rho^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

نجري تبديلا للمتغير بحيث:

$$U = \rho^2 + z^2$$

$$\Rightarrow \; dU = d(\rho^2 + z^2) = d\rho^2 + dz^2 = d\rho^2 = 2\rho d\rho$$

$$\Rightarrow \; I_1 = \frac{1}{2}\int U^{-\frac{3}{2}} dU = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{-\frac{3}{2}+1} U^{-\frac{3}{2}+1} = -\frac{1}{\sqrt{U}}$$

نرجع الان الى المتغير الأول ونحسب هذا التكامل المحدود

$$I_1 = -\frac{1}{\sqrt{\rho^2 + z^2}}\Bigg|_0^R = \frac{1}{|z|} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + z^2}}$$

$$I_2 = \int_0^{2\pi} d\theta = [\theta]_0^{2\pi} = 2\pi$$

ولدينا:

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$=> \boxed{E_M = \frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{|z|} - \frac{1}{\sqrt{R^2+z^2}}\right]} \text{ و } \boxed{\overrightarrow{E_M} = \frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{|z|} - \frac{1}{\sqrt{R^2+z^2}}\right]\vec{k}}$$

$V_M = ?$

نبدأ في حساب الكمون الكهربائي من المقادير العنصرية:

$$\boxed{dV = \frac{Kdq}{r}}$$

$$dV_M = \frac{K\sigma\rho d\rho d\theta}{\sqrt{\rho^2+z^2}} => V_M = \int dV_M = K\sigma \int_0^R \frac{\rho d\rho}{\sqrt{\rho^2+z^2}} \int_0^{2\pi} d\theta = K\sigma I'_1 . I'_2 \quad ......(2)$$

نحسب I'_1 و I'_2 ثم نعوض في (2)

$$I'_1 = \int_0^R \frac{\rho d\rho}{\sqrt{\rho^2+z^2}}$$

نجري نفس تبديل المتغير السابق:

$$I'_1 = \frac{1}{2}\int U^{-\frac{1}{2}} dU = \frac{1}{2} . \frac{1}{-\frac{1}{2}+1} U^{-\frac{1}{2}+1} = \sqrt{U}$$

جع الان الى المتغير الأول ونحسب هذا التكامل المحدود

$$I'_1 = \sqrt{\rho^2+z^2}\Big|_0^R = \sqrt{R^2+z^2} - |z|$$

$$I'_2 = I_2 = 2\pi$$

ولدينا:

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_M = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{R^2+z^2} - |z|}$$

2-في حالة مستوي لا نهائي$(R \to \infty)$

$\overrightarrow{E_M} = ?$

$V_M = ?$

$$\boxed{\overrightarrow{E_M} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} . \frac{z}{|z|} \vec{k} = \mp \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{k} , \qquad V_M \to \infty \ (R \to \infty)}$$

نظرية غوص

تذكير:

هي نظرية تمت صياغتها من طرف الفيزيائي كارل فريديرش غوص بغرض حساب الحقل الكهربائي وهي تمثل احدى معادلات ماكسويل الأربعة للكهرومغناطيسية.

نص نظرية غوص- الصيغة التكاملية

ان التدفق الكلي Φ للحقل الكهربائي $\vec{E}$ عبر سطح مغلق S_G يساوي مقدار الشحنة الكلية الموجودة داخل هذا السطح مقسوما على سماحية الفراغ ε_0

$$\boxed{\boldsymbol{\Phi} = \oiint \vec{\boldsymbol{E}}.\boldsymbol{d}\overrightarrow{\boldsymbol{S_G}} = \frac{\boldsymbol{Q_{int}}}{\boldsymbol{\varepsilon_0}}}$$

ملاحظة:

1- في حالة توزيع شحني نقطي $Q_{int} = \sum_{i=1}^{n} q_i$

2-في حالة توزيع شحني نقطي زائد توزيع شحني مستمر

$$Q_{int} = \sum_{i=1}^{n} q_i + \int dq$$

$$/\begin{cases} dq = \lambda dl \\ dq = \sigma dS \\ dq = \rho dV \end{cases}$$

3-في حالة توزيع شحني مستمر

$$Q_{int} = \int dq$$

وحدود التكامل تحدد من الشكل بعد رسم سطح غوص المختار

التمرين السابع:

احسب المجال و الكمون الكهربائيين في نقطة M كيفية ل:

1-سلك مستقيم لا نهائي الطول يحمل كثافة شحنية خطية λ ثابتة وموجبة

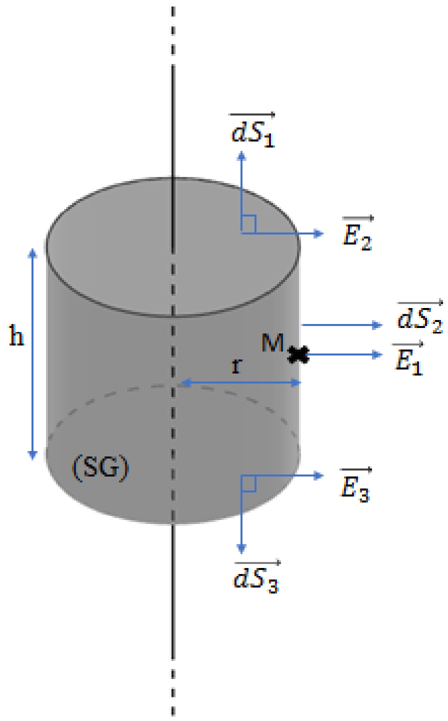
2-مستوي لا نهائي يحمل كثافة شحنية سطحية σ ثابتة وموجبة

3-أسطوانة لا نهائية الطول نصف قطرها R تحمل كثافة شحنية حجمية ρ ثابتة وموجبة

4-كرة نصف قطرها R تحمل كثافة شحنية سطحية σ ثابتة وموجبة

الحل:

1-سلك مستقيم لا نهائي الطول يحمل كثافة شحنية خطية λ ثابتة وموجبة



بسبب التناظر يكون الحقل الكهربائي $\vec{E}$ قطريا و لا يتعلق الا بالبعد r اذن نختار سطح غوص S_G اسطوانة نصف قطرها r وارتفاعها h فيكون لدينا التدفق:

$$\Phi = \oiint \vec{E}.\overrightarrow{dS_G} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$=> \Phi_{SG} = \iint \overrightarrow{E_1}.\overrightarrow{dS_1} + \iint \overrightarrow{E_2}.\overrightarrow{dS_2} + \iint \overrightarrow{E_3}.\overrightarrow{dS_3} = \iint E_1 dS_1$$

حيث لدينا:

$$\overrightarrow{E_1} \parallel \overrightarrow{dS_1}, \overrightarrow{E_2} \perp \overrightarrow{dS_2} \text{ و} \overrightarrow{E_3} \perp \overrightarrow{dS_3}$$

وبما ان E_1 ثابت على S_3 لانه لا يتعلق الا بالبعد r

$$=> \Phi = E_1 \iint dS_1 = E_1 S_1 = E 2\pi r h$$

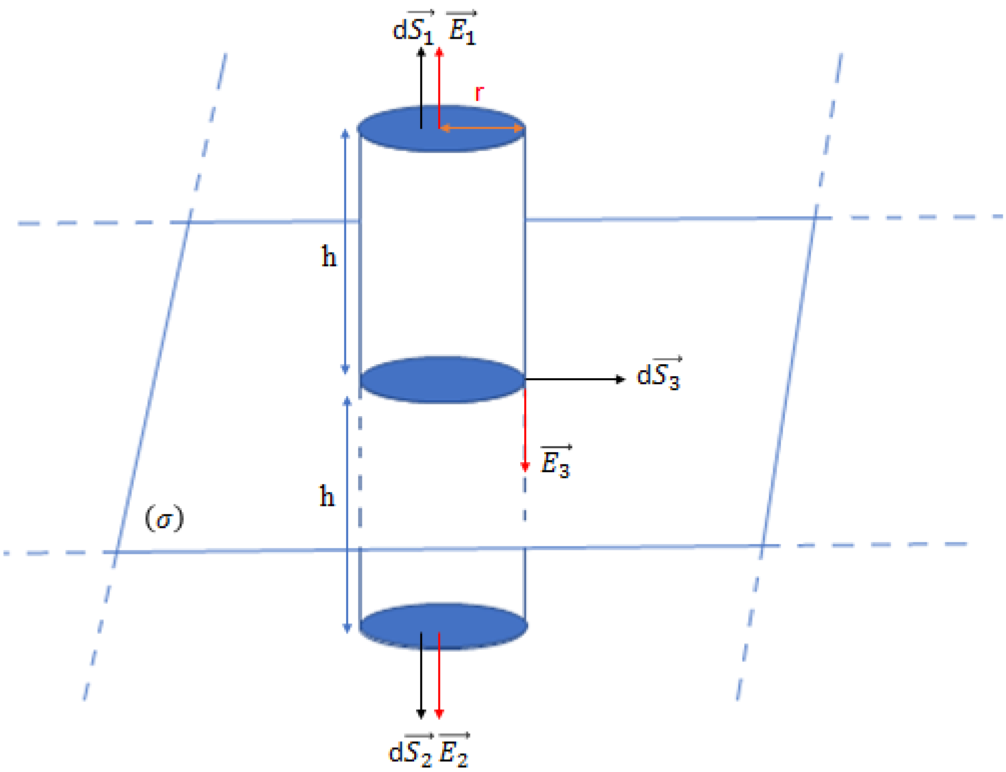
إيجاد Q_{int} :

$$Q_{int} = \int dq = \int \lambda\, dl = \int_0^h \lambda dz = \lambda h$$

اذن:

$$\boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi r}}$$

2-مستوي لا نهائي يحمل كثافة شحنية سطحية σ ثابتة وموجبة



بسبب التناظر يكون الحقل الكهربائي $\vec{E}$ عموديا على المستوي ∞ و لا يتعلق الا بالبعد z فنختار سطح غوص S_G أسطوانة نصف قطرها r و ارتفاعها 2h و ينصفها المستوي ∞

اذن:

$$\Phi = \oiint \vec{E}.d\vec{S_G} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$=> \Phi_{SG} = \iint \overrightarrow{E_1}.\,d\overrightarrow{S_1} + \iint \overrightarrow{E_2}.\,d\overrightarrow{S_2} + \iint \overrightarrow{E_3}.\,d\overrightarrow{S_3} = \iint \overrightarrow{E_1}.\,d\overrightarrow{S_1} + \iint \overrightarrow{E_2}.\,d\overrightarrow{S_2}$$

لان:

$$\overrightarrow{E_3} \perp \overrightarrow{dS_3} => \iint \overrightarrow{E_3}.\,d\overrightarrow{S_3} = 0$$

وحيث لدينا:

$$\overrightarrow{E_1} \parallel \overrightarrow{dS_1} \text{ و } \overrightarrow{E_2} \parallel \overrightarrow{dS_2}$$

و بما ان E_1 ثابت على S_3 لانه لا يتعلق الا بالبعد r

$$=> \Phi = \iint E_1 dS_1 + \iint E_2 dS_2 = E_1 \iint dS_1 + E_2 \iint dS_2 = E_1 S_1 + E_2 S_2$$

نلاحظ ان $E_1=E_2=E$ لانهما على نفس البعد h و $(S_1=S_2=S$ القاعدة$)$

اذن:

$$\phi = 2ES = 2E\pi r^2$$

إيجاد Q_{int} :

$$Q_{int} = \int dq = \int \sigma\, dS = \sigma S = \sigma \pi r^2$$

اذن:

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

3-أسطوانة لا نهائية الطول نصف قطرها R تحمل كثافة شحنية حجمية ρ ثابتة وموجبة

بسبب التناظر يكون الحقل الكهربائي $\vec{E}$ قطريا ولا يتعلق الا بالبعد القطري r اذن نختار سطح غوص S_G اسطوانة نصف قطرها r وارتفاعها h فيكونلدينا التدفق:

$$\Phi = \oiint \vec{E}.\,d\overrightarrow{S_G} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$=> \Phi_{SG} = \iint \overrightarrow{E_1}.\,d\overrightarrow{S_1} + \iint \overrightarrow{E_2}.\,d\overrightarrow{S_2} + \iint \overrightarrow{E_3}.\,d\overrightarrow{S_3} = \iint E_1 dS_1$$

حيث لدينا:

$$\overrightarrow{E_1} \parallel d\overrightarrow{S_1}, \overrightarrow{E_2} \perp d\overrightarrow{S_2} \text{ و } \overrightarrow{E_3} \perp d\overrightarrow{S_3}$$

وبما ان E_1 ثابتة على S_3 لأنه لا يتعلق الا بالبعد r

$$=> \Phi = E_1 \iint dS_1 = E_1 S_1 = E 2\pi r h$$

إيجاد Q_{int} :

$$Q_{int} = \int dq = \int \rho \, dV = \rho \pi r^2 h$$

أ- المنطقة I(r <R) :

$$E_I 2\pi r h = \frac{Q_I}{\varepsilon_0} = \frac{\rho \pi r^2 h}{\varepsilon_0}$$

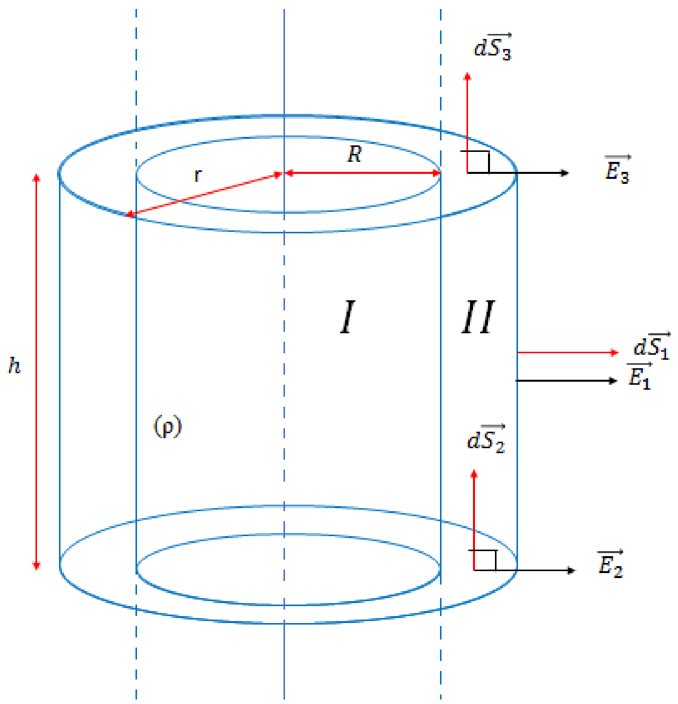
$$\boxed{E_I = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} r}$$

ب- المنطقة II(r >R):

$$E_{II} 2\pi r h = \frac{Q_{II}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho \pi R^2 h}{\varepsilon_0}$$

اذن:

$$\boxed{E_{II} = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0} \frac{1}{r}}$$



4-كرة نصف قطرها R تحمل كثافة شحنية سطحية σ ثابتة وموجبة

بسبب التناظر يكون الحقل الكهربائي $\vec{E}$ قطريا و لا يتعلق الا بالبعد القطري r اذن نختار سطح غوص S_G كرة نصف قطرها r ومتمركزة مع الكرة المشحونةفيكون لدينا التدفق:

$$\Phi = \oiint \vec{E}.\overrightarrow{dS_G} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

وبما ان $\overrightarrow{dS} \parallel \vec{E}$و$E$ مستقل عن $S(\varphi,\theta)$ فيكون

$$\Phi = ES = E4\pi r^2$$

إيجاد Q_{int} :

أ- المنطقة I (r <R) :

$$Q_I = \iint \sigma dS = 0 \ \ =>$$

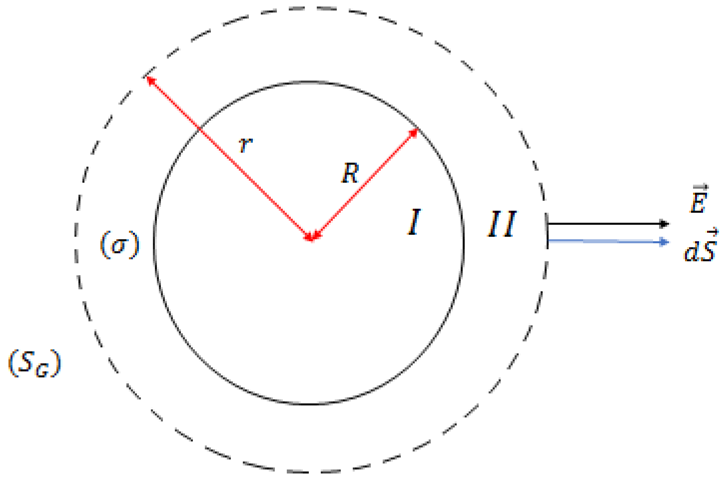
$$\boxed{E_I = 0}$$

ب- المنطقةII(r >R):

$$Q_{II} = \iint \sigma dS = \iint \sigma R^2 \sin\varphi \, d\varphi \, d\theta = \sigma R^2 \int_0^{\pi} \sin\varphi \, d\varphi \int_0^{2\theta} d\theta = \sigma 4\pi R^2$$

اذن:

$$\boxed{E_{II} = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}}$$



التمرين الثامن:

1- احسب المجال والكمون الكهربائيين في نقطة M كيفية لكرة نصف قطرها R تحمل شحنية حجمية ρ ثابتة وموجبة. نأخذ $V(\infty) = 0$.

2-ارسم كل من E(r) و V(r) و استنتج سطوح تساوي الكمون.

الحل:

1- حساب المجال والكمون الكهربائيين في نقطة M كيفية لكرة نصف قطرها R تحمل شحنية حجمية ρ ثابتة وموجبة. بأخذ $V(\infty) = 0$.

$E = ?$

بسبب التناظر يكون الحقل الكهربائي $\vec{E}$ قطريا و لا يتعلق الا بالبعد القطري r اذن نختار سطح غوص S_G كرة نصف قطرها r ومتمركزة مع الكرة المشحونةفيكون لدينا التدفق:

$$\Phi = \oiint \vec{E}.d\overrightarrow{S_G} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

وبما ان $\vec{E} \parallel d\vec{S}$ و E مستقل عن $S(\varphi,\theta)$ فيكون

$$\Phi = ES = E4\pi r^2$$

إيجاد Q_{int} :

أ- المنطقة I $(r < R)$:

$Q_I = \iiint_0^r \rho dV = \rho\frac{4}{3}\pi r^3$ وبعد التعويض نجد: $\boxed{E_I = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}r}$

ب- المنطقةII(r >R):

$$Q_{II} = \iiint_0^R \rho dV = \rho \frac{4}{3}\pi R^3$$

اذن:

$$\boxed{E_{II} = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}}$$

$V = ?$

بالتعريف لدينا: $V(r) = -\int \vec{E}.d\vec{r} + C$

أ'- المنطقة II (r >R) :

$$V_{II} = -\int \overrightarrow{E_{II}}.d\vec{r} + C_{II} = -\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\int \frac{\overrightarrow{U_r}.d\vec{r}}{r^2} + C_{II} \;;\; \overrightarrow{U_r}.d\vec{r} = dr$$

$$V_{II} = -\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\int \frac{dr}{r^2} + C_{II} = -\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r}\right) + C_{II} = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}.\frac{1}{r} + C_{II}$$

$$V(\infty) = 0 => \boxed{V_{II} = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}.\frac{1}{r}} \qquad (C_{II} = 0)$$

ب'- المنطقةI(r <R):

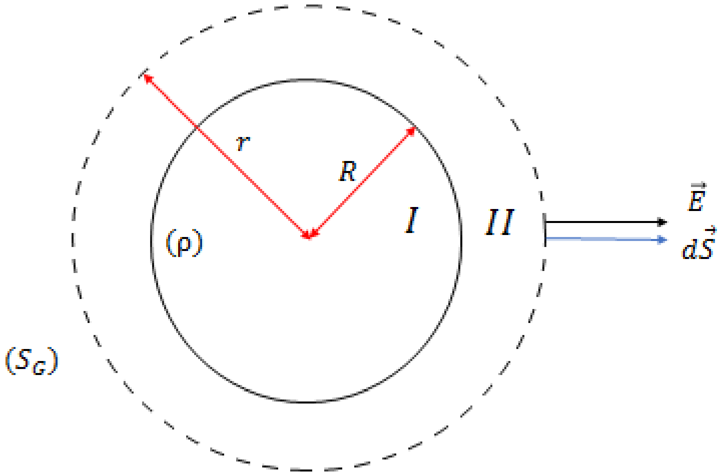
$$V_I = -\int \overrightarrow{E_I}.d\vec{r} + C_I = -\int \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r dr + C_I V_I = -\int \overrightarrow{E_I}.d\vec{r} + C_I$$

بسبب استمرارية الكمون فان:

$$V_I(R) = V_{II}(R) => C_I = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}$$

اذن:

$$\boxed{V_I = -\frac{\rho}{6\varepsilon_0}r^2 + \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}}$$



2-الرسم ((E(r) وV(r)):

السلسلة الثالثة: النواقل المتوازنة

التمرين الاول :

احسب سعة مكثفة كروية تحمل شحنة "Q"ونصف قطريها: R_1و R_2.

الحل:

تذكير: كمية الشحنة داخل مكثفة

ترتبط أساسا كمية الشحنة داخل مكثفة بعد شحنها بمقدارين و هما: سعة هذه المكثفة و الكمون المطبق عليها و هنا مصطلح الكمون يقصد به طبعا فرق الكمون و بالتالي يكون لدينا:

$$\boxed{Q = C\Delta V}$$

و يمكن التعبير عن ΔV بدلالة الحقل الكهربائي كمايلي:

$$\Delta V = -\int \vec{E}\,.\,d\vec{r}$$

في حالة حقل قطري.

حساب سعة مكثفة كروية تحمل شحنة "Q" ونصف قطريها: R_1و R_2:

نقوم بتقسيم الفضاء الى ثلاثة مناطق ونهتم فقط بالحقل الكهربائي للمنطقة الثانية والتي تمثل المكثفة الكروية المراد حساب سعتها الكهربائية:

$$Q = C\Delta V = -\,C\int_{R_2}^{R_1} \overrightarrow{E_{II}}.\,d\vec{r}$$

يوجد هنا حساب جانبي للحقل الكهربائي E_{II} باستعمال نظرية غوص تعرفتم عليه سابقا في التمرين السابع و ننطلق من الخطوة الأخيرة بحيث نعوض R ب R_1فنجد:

$$E_{II} = \frac{\sigma R_1^2}{\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}$$

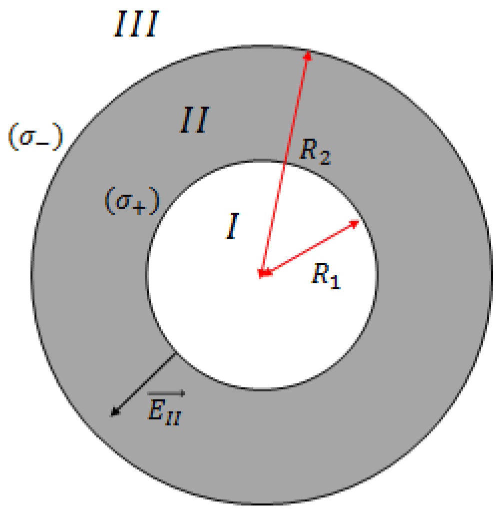
$$=> \quad \Delta V = \frac{\sigma R_1(R_2 - R_1)}{\varepsilon_0 R_2}$$

و لدينا أيضا من نفس التمرين السابق مقدار الشحنة Q نعوض R هنا أيضا ب R_1:

$$Q = \sigma 4\pi R_1^2$$

نعوض فنجد:

$$\boxed{C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}{(R_2 - R_1)}}$$


III
II
I
(σ−)
(σ+)
R2
R1
E_II

السلسلة الرابعة: الكهرباء المتحركة والشبكات

التمرين الاول :

جد المقاومة المكافئة بين A و B للدارات الاتية:

الحل:

لحساب المقاومة المكافئة بين نقطتين A و B نفترض دخول تيار من النقطة A و خروجه من النقطة B بحيث:

المقاومات المربوطة على التسلسل تجمع:

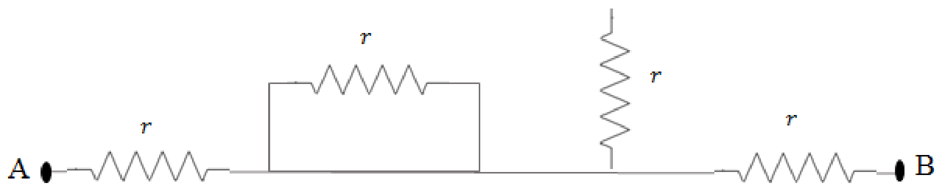
$$R_{Eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

اما المقاومات المربوطة على التفرع فتحسب كالتالي:

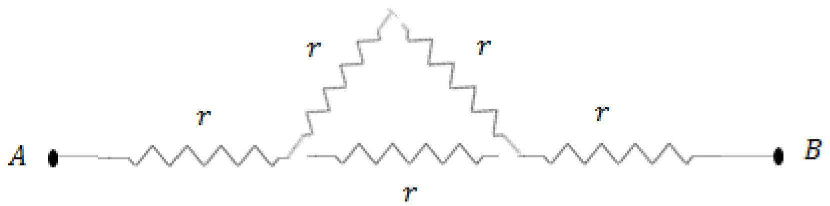
$$\frac{1}{R_{Eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$$

ملاحظة مهمة:

في حالة حساب مقاومات مربوطة على التفرع بحيث ان مقاومة احدى الفروع معدومة فان المقاومة المكافئة تكون أيضا معدومة لان التيار الكهربائي في مروره عبر الاسلاك يختار الطريق الاسهل ويجدر الإشارة الى ان هذه الحالة عموما غير محبذة في الدارات الكهربائية حيث ان مرور تيار كهربائي شدته كبيرة قد يؤدي الى اتلاف بعض اجزاء الدارة



$$r_{eq1} = 2r$$



$$r_{eq2} = \frac{8}{3} r$$

التمرين الثاني:

احسب التيار الكهربائي الذي تستقبله الأرض في اعلى طبقات الغلاف الجوي علما ان عدد البروتونات للاشعاعات الكونية نحو الأرض هو $n = 0.15\ protons/cm^2.s$ نصف قطر الأرض $R = 6400\ km$

الحل:

فائدة: الاشعاعات الكونية

هي عبارة عن جسيمات ذات طاقة عالية تاتي من الفضاء و تصطدم بالطبقات العليا لغلاف الأرض الجوي, اكتشفت اول مرة عام 1912 بواسطة الفيزيائي النمساوي-الأمريكي فيكتور هس و الحائز على جائزة نوبل لسنة 1936 مناصفة مع الفيزيائي الأمريكي كارل ديفيد اندرسون.

90% من الاشعة الكونية هي عبارة عن بروتونات و نحو 9% هي عبارة عن جسيمات الفا (انوية ذرات هيليوم) و نحو 1% جسيمات بيتا (الكترونات)

نشير الى ان استخدام مصطلح "اشعة كونية" هواستخدام شائع و لكنه خاطيء, حيث ان الاشعة الكونية هي جسيمات مادية تصل بشكل منفرد و ليس على شكل اشعة او حزم من الجسيمات.

$$n = \frac{d^2q}{dSdt} = 0{,}15\frac{protons}{cm^2s} = 0{,}15.1{,}6x10^{-19}\frac{coulomb}{cm^2s}$$

$$I = \frac{dq}{dt}\left(\frac{C}{s}\right) => n = \frac{dI}{dS} => dI = ndS => I = \iint ndS = nS$$

تطبيق عددي:

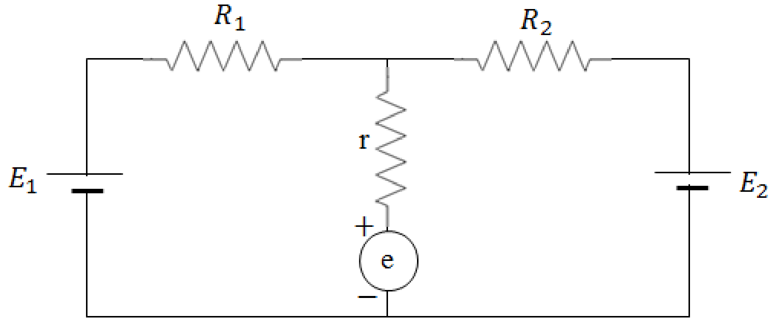
$$I = 0{,}15.1{,}6x10^{-19}.4\pi(6400.10^3)^2 = 0{,}012mA$$

التمرين الثالث :

1-احسب التيار الكهربائي المار في المقاومةr باستعمال قانونا كيرشوف

2-اعد نفس السؤال باستعمال نظرية تيفنان (Thevenin)

3-اعد نفس السؤال باستعمال طريقة التيارات الخيالية (العروات المستقلة)



الحل:

1-حساب التيار الكهربائي المار في المقاومة r باستعمال قوانين كيرشوف

تذكير بقانونا كيرشوف:

هما قانونان مهمان وضعهما الفيزيائي الألماني جوستاف كيرشوف سنة 1845 لتحليل الدارات الكهربائية ، ويعرف القانون الأول باسم قانون العقد، بينما يسمى القانون الثاني قانون الحلقات

-1-قانون العقد:

ينص على أن المجموع الجبري للتيارات الكهربائية في أي عقدة (نقطة تفرع أو توصيل) في دارة كهربائيةيساوي صفرا. ويمكن صياغة هذا القانون بصورة أبسط، حيث يمكن القول أن المجموع الجبري للتيارات الداخلة إلى نقطة معينة يساوي مجموع التيارات الخارجة من نفس العقدة.

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0 \ <=> \sum I_e = \sum I_s$$

-2-قانون العقد:

ينص على أن مجموع القوى الكهرومحركة في حلقة ما يساوي مجموع الجهود المفقودة في هذه الحلقة في دائرة الربط على التوالي أي أن المجموع الجبري للجهود في أي حلقة مغلقة مستقلة كانت او غير مستقلة يساوي صفر

$$\sum_{k=1}^{n} U_k = 0 \ \leq> \sum fem_k = \sum U_l \ / \ k = 1,n \text{ و } l = 1,m$$

حيث k هو عدد القوى الكهرومحركة و l هو عدد ثنائيات القطب و الاخذات في هذه الحلقة

قانون العقد عند النقطة A: $I = I_1 + I_2 \quad ...(1)$

قانون الحلقات:

الحلقة (E_1, R_1, r, R): $E_1 - e = R_1 I_1 + rI => (R_1 + r)I_1 + rI_2 = E_1 - e \quad ...(2)$

الحلقة (E_2, R_2, r, e): $E_2 - e = R_2 I_2 + rI => \ rI_1 + (R_2 + r)I_2 = E_2 - e \quad ...(3)$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} E_1 - e & r \\ E_2 - e & (r + R_2) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_1 + r & r \\ r & R_2 + r \end{vmatrix}} \qquad , \qquad I_2 = \frac{\begin{vmatrix} R_1 + r & E_1 - e \\ r & E_2 - e \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_1 + r & r \\ r & R_2 + r \end{vmatrix}}$$

من (1) ،(2) و (3) و باستعمال طريقة المحدد نجد:

$$\boxed{I = \frac{E_1R_2 + E_2R_1 - e(R_1 + R_2)}{R_1R_2 + rR_1 + rR_2}}$$

2-حساب التيار الكهربائي المار في المقاومةr باستعمال نظرية تيفنان (Thevenin)

تذكير بنظرية تيفنان:

تنص على أن أي طرفين في الدارة (A و Bمثلا)مكون من منابع لفرق الجهد او منابع للتيار(المولدات) او مقاومات أو كلها معا يمكن

استبدالها بـمنبع فرق جهد واحد نسميه E_{Thev} موصول على التسلسل مع مقاومة واحدة نسميها R_{Thev}بحيث

1- R_{Thev} هي المقاومة المكافئة بين Aو B بعد تخميل المولدات

2- $E_{Thev} = V_A - V_B$

الحل:

1-إيجاد R_{Thev}:

نحذف الفرع ABو كل المولدات مع تعويضهم باسلاك و نحسب $R_{Thev}=R_{AB}$

$$\boxed{R_{Thev} = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}}$$

2-إيجاد E_{Thev}:

نبقي الفرع AB محذوف و نعيد جميع المولدات و نحسب $E_{Thev} = V_A - V_B$

$$E_{Thev} = -R_2I' + E_2 = R_1I' + E_1$$

$$I' = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} \quad => E_{Thev} = \frac{R_2E_1 + R_1E_2}{R_1 + R_2}$$

فتصبح الدارة المكافئة:

اذن:

$$I = \frac{E_{Thev} - e}{R_{Thev} + r} = \frac{R_2E_1 + R_1E_2 - e(R_1 + R_2)}{R_1R_2 + rR_1 + rR_2}$$

3- حساب التيار الكهربائي المار في المقاومة r باستعمال طريقة التيارات الخيالية (العروات المستقلة)

تذكير بطريقة التيارات الخيالية:

في هذه الطريقة نعتبر الشبكة الكهربائية مكونة من حلقات مستقلة تمر فيها تيارات خيالية في اتجاه نختاره في كل حلقة ليس شرطا ان يكون هو الاتجاه الحقيقي للتيار في كل حلقة ونستطيع مثلا اختيار نفس الاتجاه لجميع التيارات في كل حلقة وهذا لتسهيل الحصول على المعادلات اذن هذه الطريقة هي نفسها طريقة كيرشوف بالاعتماد علة قانوني العقد و الحلقات مع فارق بسيط و هو اعتبار الحلقات مستقلة و اتجاه التيارات هو اختياري.

الحل:

قانون العقد عند النقطة A: $(1')$ ... $I = J_1 + J_2$

قانون الحلقات:

الحلقة J_1: $(2')$ ... $E_1 - e = R_1J_1 + rI => (R_1 + r)J_1 + rJ_2 = E_1 - e$

الحلقة J_2: $(3')$ ... $E_2 - e = R_2J_2 + rI => rJ_1 + (R_2 + r)J_2 = E_2 - e$

$$J_1 = \frac{\begin{vmatrix} E_1-e & r \\ E_2-e & (r+R_2) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_1+r & r \\ r & R_2+r \end{vmatrix}} \quad , \quad J_2 = \frac{\begin{vmatrix} R_1+r & E_1-e \\ r & E_2-e \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_1+r & r \\ r & R_2+r \end{vmatrix}}$$

من (1')، (2') و (3') و باستعمال طريقة المحدد نجد:

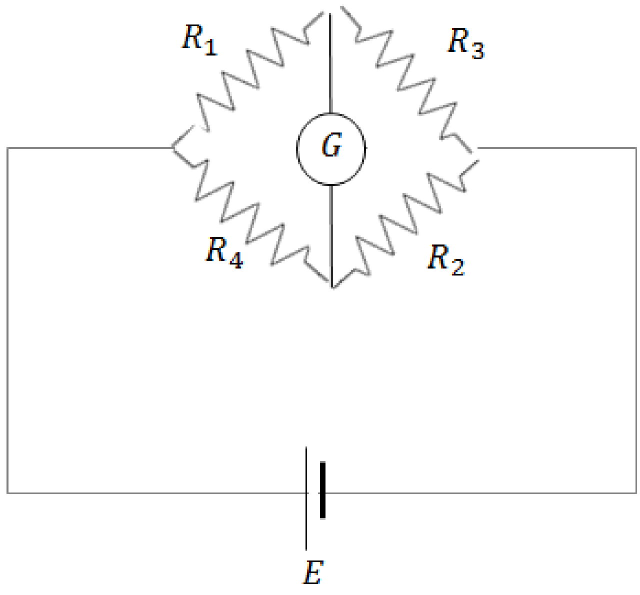
$$\boxed{I = J_1 + J_2 = \frac{E_1R_2 + E_2R_1 - e(R_1 + R_2)}{R_1R_2 + rR_1 + rR_2}}$$

التمرين السابع :

1-ليكن جسر "وطسطون" احسب باستعمال نظرية "تيفنان" التيار في المقاومة R_x

(G) يمثل جهاز قلفانومتر يستعمل لقياس التيار الكهربائي في الاتجاهين).

2-استنتج عبارة R_x عند توازن الجسر.



تذكير بطريقة الجسور في القياسات الكهربائية:

من بين الطرق الدقيقة للقياسات الكهربائية هي استعمال الجسور الكهربائية و التي تحتوي على أربعة ممانعات احداها مجهولة و لطالما استعملت هذه الطرق حتى سنة 1975 لقياس المقاومات و سعة المكثفات و كذا ذاتية الوشائع و بالرغم من نقص استعمالها حاليا في القياسات الكهربائية الا انها مازالت مستعملة في التركيبات الكهربائية و لديها ايضا فائدة بيداغوجية من خلال مقارنة دقتها بباقي طرق القياس.

الحل:

1- حساب التيارالمار في المقاومة R_x باستعمال نظرية "تيفنان"

-إيجاد R_{Thev}:

نحذف الفرع AB و كل المولدات مع تعويضهم باسلاك و نحسب $R_{Thev}=R_{AB}$

$$\boxed{R_{Thev} = R_1 \parallel R_3 + R_2 \parallel 4 = \frac{R_1R_3}{R_1+R_3} + \frac{R_2R_4}{R_2+R_4}}$$

$$\boxed{R_{Thev} = \frac{R_1R_3(R_2+R_4) + R_2R_4(R_1+R_3)}{(R_1+R_3)\,(R_2+R_4)}}$$

2-إيجاد E_{Thev}:

نبقي الفرع AB محذوف ونعيد جميع المولدات و نحسب $E_{Thev} = V_A - V_B$

$$E_{Thev} = -R_3I'_1 + R_2I'_2 = R_1I'_1 - R_4I'_2$$

و لدينا:

$$E = (R_2 + R_4)I'_2 = (R_1 + R_3)I'_1$$

اذن:

$$I'_2 = \frac{E}{R_2 + R_4} \text{ و } I'_1 = \frac{E}{R_1 + R_3}$$

اذن:

$$E_{Thev} = \frac{E[(R_2(R_1 + R_3) - R_3(R_2 + R_4)]}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)} = \frac{E(R_2R_1 - R_3R_4)}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)}$$

فتصبح الدارة المكافئة:

الشكل.......

اذن:

$$I = \frac{E_{Thev}}{R_{Thev} + r} = \frac{E(R_2R_1 - R_3R_4)}{R_1R_3(R_2+R_4) + R_2R_4(R_1 + R_3) + r(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)}$$

2-استنتاج عبارة R_x عند توازن الجسر:

....

السلسلة الخامسة: الكهرومغناطيس

التمرين الاول :

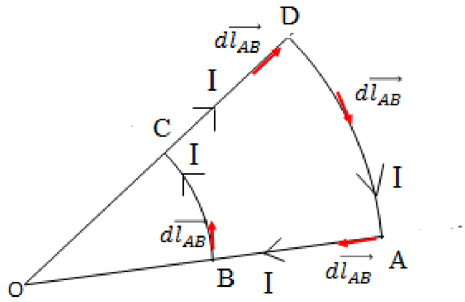
احسب التحريض المغناطيسي في"O" الناتج عن الدارة المقابلة و التي يمر فيها تيار كهربائي:I .

تذكير:

في الكهرومغناطيسية يعتبر الحقل المغناطيسي مقدارا شعاعيا يسمح بتمثيل وتقدير التاثيرات المغناطيسية للتيار الكهربائي او للمواد المغناطيسية كالمغناطيس الدائم وهو ناتج عن قوة مغناطسية تؤثر على الشحن المتحركةويعرف بالعلاقة التالية:

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int I\frac{d\vec{l}\wedge\vec{r}}{r^3}}$$

الحل:



حساب التحريض المغناطيسي في"O"

لدينا:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\vec{l}\wedge\vec{r}}{r^3}$$

يكون المجال الكلي محصلة لاربع مجالات ونلاحظ ان المجال الكلي النهائي يكون عمودي على مستوي الدارة:

$$d\vec{B} = d\overrightarrow{B_{AB}} + d\overrightarrow{B_{BC}} + d\overrightarrow{B_{CD}} + d\overrightarrow{B_{DA}}$$

بحيث:

$$d\overrightarrow{B_{AB}} = d\overrightarrow{B_{CD}} = \vec{0}\left(d\vec{l} \parallel \vec{r}\right) => d\vec{B} = d\overrightarrow{B_{BC}} + d\overrightarrow{B_{DA}}$$

$$d\overrightarrow{B_{BC}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\overrightarrow{l_{BC}}\wedge\overrightarrow{r_{BC}}}{r_{BC}^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{a\left(-\overrightarrow{U_T}\right)\wedge a\left(-\overrightarrow{U_N}\right)d\alpha}{a^3} = -\frac{\mu_0 I d\alpha}{4\pi a}\vec{k}$$

$$d\overrightarrow{B_{DA}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\overrightarrow{dl_{DA}} \wedge \overrightarrow{r_{DA}}}{r_{DA}^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{b\overrightarrow{U_T} \wedge b\left(-\overrightarrow{U_N}\right)d\alpha}{b^3} = \frac{\mu_0 I d\alpha}{4\pi b}\vec{k}$$

$$=> d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)d\alpha\vec{k} => \vec{B} = \int d\vec{B} = \int_0^{\alpha}\frac{\mu_0 I}{4\pi}\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)d\alpha\,\vec{k}$$
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)\alpha\vec{k}$$

$\vec{k}$ شعاع الوحدة والعمودي على مستوي الدارة ومتجه نحو المشاهدوممثل بالنقطة O.

التمرين الثالث :

باستعمال نظرية "امبير" احسب التحريض المغناطيسي الناتج عن سلك مستقيم لا نهائي يمر فيه تيار I .

الحل:

تذكير بنظرية امبير:

هي نظرية في المغناطيسية وضعها العالم الفرنسي اندريه امبير تمثل العلاقة المكافئة لنظرية غوص في الكهرباء الساكنة وتسمح بإيجاد الحقل المغناطيسي بالاعتماد على العلاقة التالية:

$$\boxed{C = \oint \vec{B}\vec{dl} = \mu_0 I, \quad I = \sum_{i=1}^{n} I_i}$$

حساب التحريض المغناطيسي الناتج عن سلك مستقيم لا نهائي يمر فيه تيار I باستعمال نظرية "امبير"

للتناظر يكون $\vec{B}$ عموديا على السلك و لا يتعلق الا بالبعد r فنختار مسار امبير دائرة نصف قطرها r و مركزها O نقطة من السلك، فيكون:

$$C = \oint \vec{B}\vec{dl} = \oint Bdl = B\oint dl = B2\pi r = \mu_0 I \quad => \boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}}$$