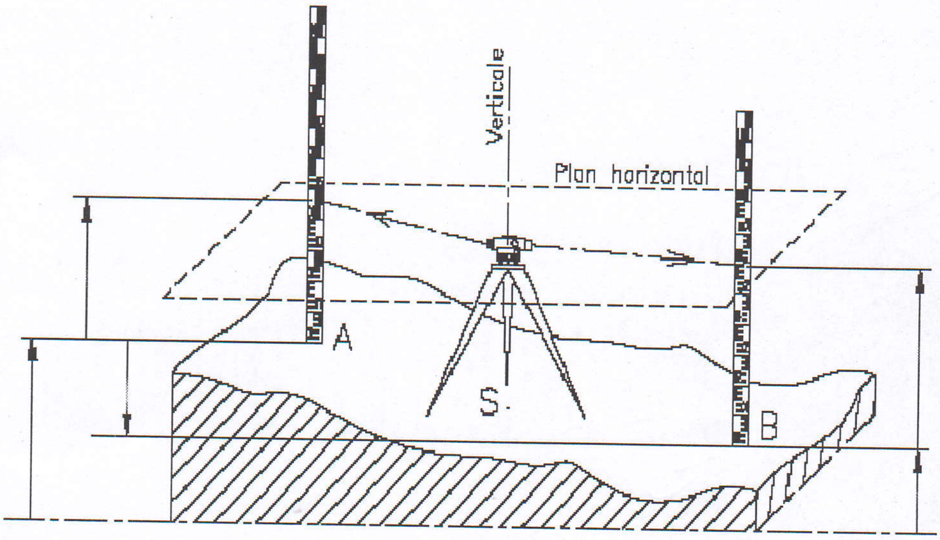
Nivellement Direct

1. Généralités

1.1 Principe



Principe de base du nivellement direct

Le nivellement direct, appelé aussi nivellement géométrique, consiste à déterminer la dénivelée ΔH_{AB} entre deux points A et B à l'aide d'un niveau et d'une échelle verticale appelée mire. Le niveau est constitué d'une optique de visée tournant autour d'un axe vertical ; il définit donc un plan de visée horizontal. La mire est placée successivement sur les deux points.
ma : lecture sur la mire posée en A, mb : lecture sur mire posée en B. la différence des lectures sur mire est égale à la dénivelée entre A et B.

- La dénivelée de A vers B $\quad \mathbf{\Delta H_{AB} = ma - mb}$
- La dénivelée de B vers A $\quad \mathbf{\Delta H_{BA} = mb - ma}$

L'altitude d'un point noté Alt A est la distance comptée suivant la verticale qui le sépara du géoïde (surface de niveau 0. Si l'altitude du point A est connue, on peut en déduire celle du point B.

$$\mathbf{Alt\ B = Alt\ A + \Delta H_{AB}}$$

1.2 Le niveau

Il est schématiquement constitué d'une optique de visée (lunette d'axe optique O) tournant autour d'un axe verticale (appelé axe principal P) qui lui est perpendiculaire. Le réglage de l'axe P est fait au moyen d'une nivelle sphérique. L'axe optique tournant autour de l'axe principal décrit donc un plan horizontal passant par le centre optique du niveau qui est l'intersection des axes (P) et l'axe (P) peut être stationné à la verticale au moyen d'un fil à plomb.

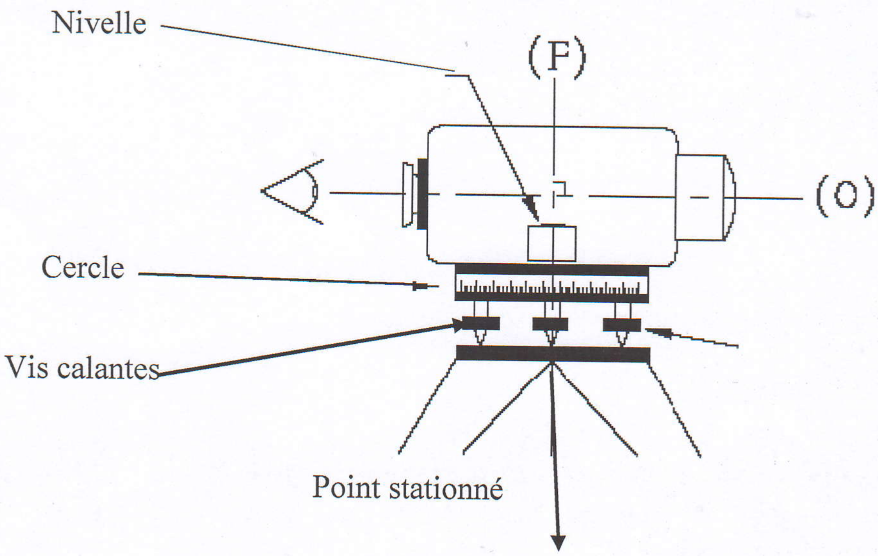
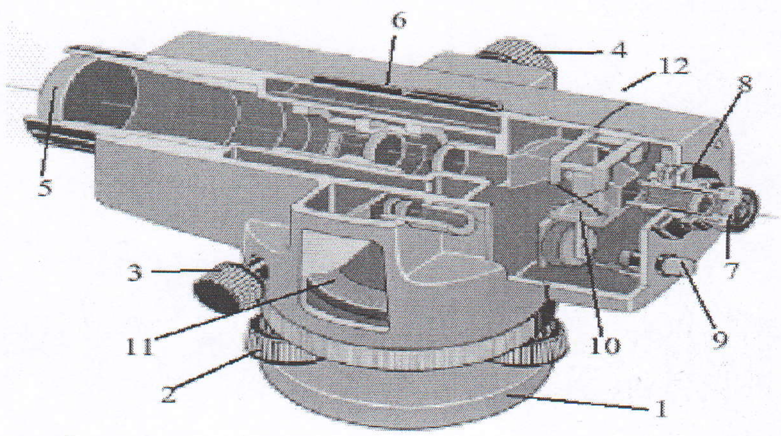


Schéma d'un niveau

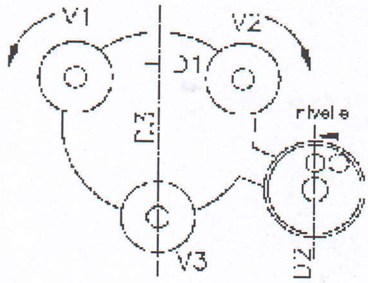
Les éléments constitutifs d'un niveau sont les suivants :



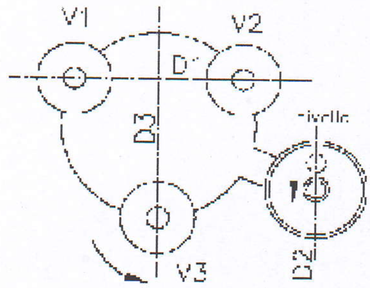
1. Embase	7. Oculaire
2. Vis calantes	8. Anneau amovible
3. Rotation lente	9. Contrôle de l'automatisme
4. Mise au point sur l'objet	10. Compensateur à pendule
5. Objectif	11. Cercle horizontal (option sur la NAK2)
6. Viseur d'approche rapide	12. Nivelle sphérique

1. 3 La mise en station du niveau

Le niveau n'étant pas stationné sur un point donné, le trépied est posé sur un point quelconque. L'opérateur doit reculer après avoir positionné le trépied afin de s'assurer de l'horizontalité du plateau supérieur. Lorsque le plateau est approximativement horizontal, l'opérateur y fixe le niveau.



Calage de la nivelle sphérique



1.4 La lunette

C'est une lunette du type « lunette astronomique» composée d'un oculaire (o), d'un objectif(b), d'un dispositif de mise au point (m) et d'un réticule (r). Placé à côté de l'objet, l'objectif (b) est un système optique fixe convergent à grande distance focale qui fournit une image virtuelle renversée de l'objet visé. La mise au point est faite par une lentille divergente mobile (m).

Placé du côté de l'œil, l'oculaire est un ensemble de lentilles, dont certaines sont mobiles, qui permet d'agrandir et de redresser l'image virtuelle de l'objet.

Le réglage de la netteté du réticule et de l'image de l'objet visé se fait comme suit :

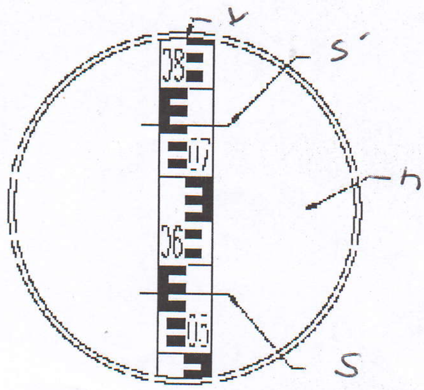
- Réglage de l'oculaire
- Réglage de l'objectif

1.5 Lecture sur mire

La mire est une échelle linéaire qui doit être tenue verticalement (elle comporte une nivelle sphérique) sur le point intervenant dans la dénivelée à mesure. La précision de sa graduation et de son maintien en position verticale influent fortement sur la précision de la dénivelée mesurée.

Le réticule d'un niveau est constitué de 4 fils :

- Fil stadimétrique supérieur (S') qui donne m1
- Fil stadimétrique inférieur (S) qui donne m2
- Fil niveleur (n) qui donne la moyenne m
- Fil vertical (v) qui permet de pointer l'objet.



Réticule de visée

1.6 Interprétation des résultats

La lecture sur chaque fil est estimée visuellement au millimètre près, par rapport

Fil stadimétrique supérieur (fil sup) qui donne m1

Fil stadimétrique inférieur (fil inf) qui donne m2

Fil niveleur (fil niv) qui donne m =(m1 + m2)/2

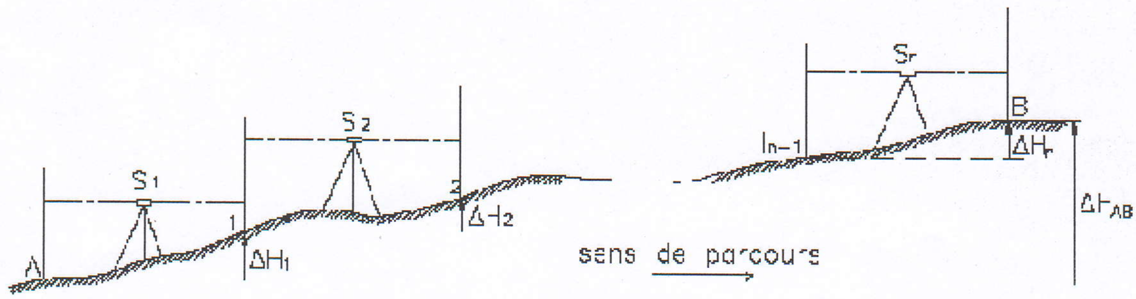
Les fils stadimétrique permettent d'obtenir une valeur approchée de la portée horizontale entre l'appareil et la mire à l'aide de la relation.

$$\mathbf{Dh = 100 * (m2 - m1)}$$

2. Le cheminement

2.1 Cheminements simples

Lorsque les points A et B sont situés de sorte qu'une seule station du niveau ne suffit pas à déterminer leur dénivelée (éloignement, masque, dénivelée trop importante, etc.), il faut décomposer la dénivelée totale en dénivelées élémentaires à l'aide de points intermédiaires. L'ensemble de ces décompositions est appelé nivellement par cheminement.



A

Un cheminement encadré part d'un point origine connu en altitude, passe par un certain nombre de point intermédiaire et se referme sur un point extrémité différent du point d'origine et également connu en altitude.

Lorsque l'on cherche à déterminer l'altitude d'un point extrémité B à partir de celle connue d'un repère A, on effectue généralement un cheminement aller-retour de A vers A en passant par B. ceci permet de calculer l'altitude de B et de vérifier la validité des mesures en retrouvant l'altitude de A.

Lorsqu'un cheminement constitue une boucle retournant à son point de départ A, on l'appelle cheminement fermé. La dénivelée de A vers B se calcule par la formule suivante :

$$\Delta H_{AB} = \sum \text{Lectures arrière} - \sum \text{Lectures avant}$$

2.2 Applications sur les cheminements simples

2.2.1 Cheminement encadré

Depuis St1 on fait les lectures suivantes : LAR sur R1 = 1,208m ; LAV sur A = 1,312m
Depuis St2 on fait les lectures suivantes : LAR sur A = 1,735m ; LAV sur B = 1,643m
Depuis St3 on fait les lectures suivantes : LAR sur B = 1,810m ; LAV sur C = 0,763m
Depuis lSt4 on fait les lectures suivantes : LAR sur C= 1,739m ; LA V sur R2 = 1,934m
Point R1 d'altitude connue 35,000 NGF Point R2 d'altitude connue 35,840 NGF
Déterminer l'altitude des points A, B et C ?

2.2.2. Cheminement ouvert

Depuis St1 on fait les lectures suivantes : LAR sur R1= 1,455m ; LAv sur A = 0,647m
Depuis St2 on fait les lectures suivantes : LAR sur A= 1,215m ; LAv sur B = 1,004m
Depuis St3 on fait les lectures suivantes : LAR sur B = 1,455m ; LAv sur C = 0,647m
Déterminer l'altitude des points A, B et C sachant que Alt R1 = 90,000m.

2.2.3 Cheminement fermé

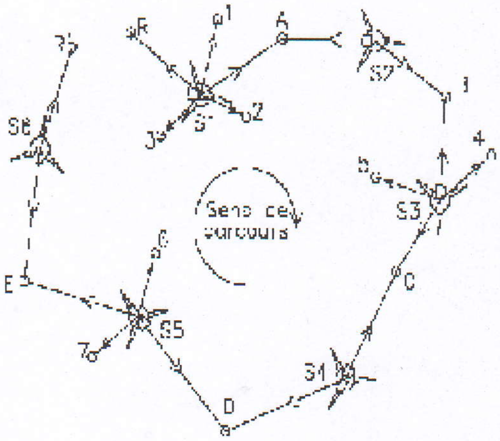
Depuis St1 on fait les lectures suivantes : LAR sur R = 1,210m ; LAV sur A = 1,308m
Depuis St2 on fait les lectures suivantes : LAR sur A = 1,416m ; LAV sur B = 1,542m
Depuis St3 on fait les lectures suivantes : LAR sur B = 1,638m ; LAV sur C = 1,712m
Depuis St4 on fait les lectures suivantes : LAR sur C = 1,238m ; LAV sur D = 1,400m
Depuis St5 on fait les lectures suivantes : LAR sur D = 1,011m ; LAV sur R = 0,551m
Déterminer l'altitude des points A, B, C et D ?
Point R d'altitude connue 40,000 NGF

2.3 Cheminement mixte

Depuis une station quelconque du niveau dans un cheminement, et après avoir enregistré la lecture arrière, sur le point de cheminement précédent, l'opérateur vise plusieurs points de détail et effectue sur chacun d'eux une lecture unique qui est donc une lecture avant.

Ensuite, il termine la station par la lecture avant sur le point de cheminement suivant. Par exemple, sur la figure ci-dessous, les points 1, 2 et 3 sont rayonnés depuis la station S1dont le point arrière est la référence ® et le point avant A. l'opération en S1 est appelé « **rayonnement** ». Lorsqu'un cheminement comprend des points rayonnés et des points cheminés, on dit que c'est **un cheminement mixte**.

Le cheminement de la figure ci-contre passe par les points R, A, B, C, D, E, et R'. Les points 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 sont rayonnés. L'ensemble est un cheminement mixte encadré entre R et R'.



Sur le carnet de nivellement, un point rayonné est repérable directement au fait qu'il ne comporte pas de lectures arrières. Le mesurage terminé, on calcule d'abord le cheminement sans tenir compte des points de détail rayonnés. Puis on calcule les points rayonnés et on les note par exemple, dans une autre couleur.

Leur calcul est différent de celui des points cheminés. En effet :
- tous les points rayonnés depuis une même station sont calculés à partir de l'altitude du point arrière de la station. Cette différence de calcul entraîne souvent des erreurs qui peuvent être limitées par le respect du calcul en deux étapes : d'abord le cheminement seul puis les rayonnements et par l'emploi de couleurs différentes ;

Il n y a pas de compensation sur la dénivelée d'un point rayonné puisqu'il n'y a pas de contrôle possible de la valeur.

2.4 Application sur le rayonnement

Calculer l'altitude des points A, B, C et D sachant que le repère de nivellement R se situe à une altitude de 38,775 m (N.G.F).

Référence	Point	Larrière(mm)	Lavant (mm)	Dénivelée (+)	Dénivelée (-)	Altitude (m)
R		1471				38,775
	A		1642			
	B		1213			
	C		695			
	D		588			

2.5 Règles sur la compensation

En règle générale sur un cheminement fermé et encadré, l'altitude du point de référence vraie est différente de l'altitude du point calculée, on a un écart de fermeture qu'il faut compenser.

Cet écart est calculer en faisant la somme des lectures arrières – la somme des lectures avants

L'écart de fermeture peut provenir :

- D'une ou de plusieurs lectures fausses.
- D'une mauvaise horizontalité de l'appareil.
- D'un dérèglement de l'appareil.

Ne sachant pas la vraie origine de l'écart de fermeture, on établit la règle suivante :

1. L'écart de fermeture est faible, c'est-à-dire que l'écart est inférieur à l'écart type, dans ce cas la compensation est proportionnelle au nombre de dénivelés.

$$\mathbf{C = - ef/S_N}$$

Avec ef pour l'écart, S_N le nombre de station.

2. L'écart de fermeture est important, c'est-à-dire compris entre l'écart type et la tolérance, dans ce cas la compensation est proportionnelle à la hauteur des dénivelées.

$$\mathbf{C = - ef * |\Delta Hi| / \sum |\Delta Hi|}$$

Avec ef pour l'écart, ΔHi différence de hauteur entre 2 points.

Ecart type etype = $\pm$ 1,7$\sqrt{N}$

Tolérance T = $\pm$ 4,6 $\sqrt{N}$

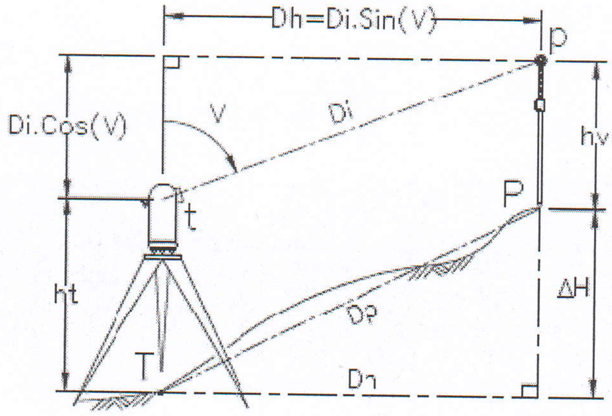
3. L'écart de fermeture dépasse la tolérance veut dire que le cheminement est faux. Et dans ce cas on doit reprendre le levé.

Nivellement Indirect

1. Cas ou le point est accessible

1.1 Principe

Le nivellement indirect trigonométrique permet de déterminer la dénivelée ΔH entre la station T d'un théodolite et un point P visé. Ceci est fait par la mesure de la distance inclinée suivant la ligne de visée Di et l'angle zénithal noté V sur la figure ci-dessous.



A partir du schéma, on peut écrire que :

$$\boxed{\Delta H_{TP} = ht + Di.\cos V - hv}$$

ΔH_{TP} est la dénivelée de T vers P.

ht est la hauteur de station (ou hauteur des tourillons).

hv est la hauteur de voyant ou plus généralement la hauteur visée au-dessus du point cherché (on peut aussi poser une mire en P).

On en déduit la distance horizontale Dh, ainsi que la distance suivant la pente Dp.

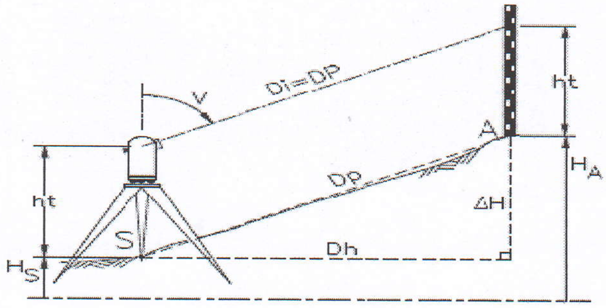
$$Dh_{TP} = Di.\sin V$$

$$Dp = \sqrt{\Delta H^2 + Dh^2}$$

On distingue 2 cas qui dépendent de la possibilité ou non de la distance Dp.

1.2 Cas ou la distance suivant la pente Dp est mesurable

C'est le cas si le terrain présente une pente régulière entre S et A. On peut alors mesurer directement la distance Dp à la chaîne avec une précision correcte.

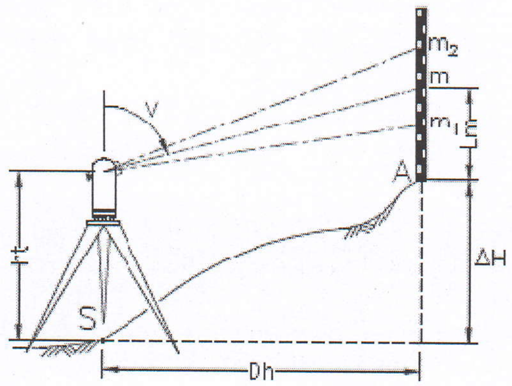


La méthode est la suivante : depuis le théodolite stationné en S, l'opérateur vise la mire en interceptant la graduation correspondante à la hauteur des tourillons ht de sorte que la visée soit parallèle à la droite SA dont l'opérateur a mesuré la longueur Dp. Il lit l'angle V correspondant, il mesure Dp et en déduit que :

$$\boxed{\begin{aligned} Dh &= Dp.\sin V \\ \Delta H &= Dp.\cos V \\ H_A &= H_S + \Delta H \end{aligned}}$$

1.3 Cas ou la distance suivant la pente Dp n'est pas mesurable

C'est le cas si la pente est irrégulière, sur un terrain fortement bosselé, par exemple, s'il y a des obstacles, etc. il faut calculer la distance horizontale Dh de la station S à partir des lectures sur une mire posée en A.



On détermine Dh par stadimétrie à partir des lectures m1, m2 et V.

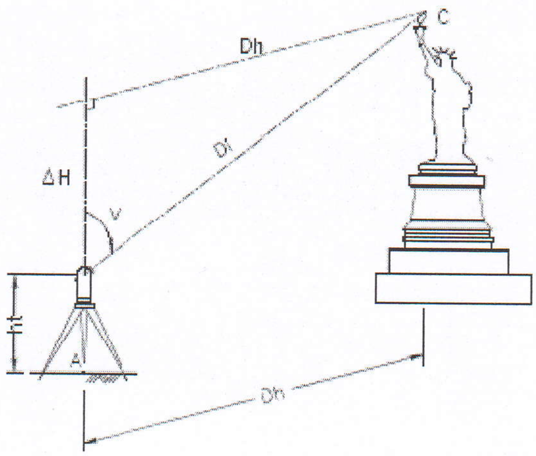
$$\boxed{Dh = 100(m_2 - m_1)\sin^2 V}$$

La dénivelée ΔH est ensuite déterminée par :

$$\boxed{\Delta H = ht + Dh\,.\,\text{cotan}\,V - Lm}$$

2 Cas ou le point est inaccessible

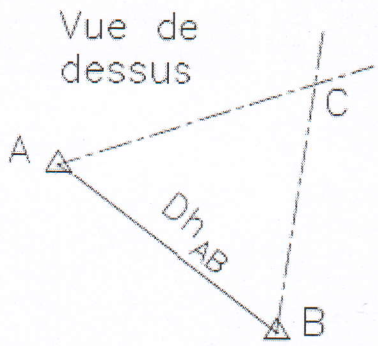
On cherche à connaitre l'altitude d'un point C connaissant seulement l'altitude d'un point proche A qui servira de référence horizontale AC. On peut calculer la dénivelée de A vers C en mesurant l'angle V lu de A sur C et la hauteur de l'axe des tourillons ht.



L'altitude est donnée par :

$$\Delta H = Dh \, . \cot V$$

Une solution pour obtenir la distance horizontale Dh est de créer une base AB par adjonction d'un deuxième point B, de mesurer cette base et de mesurer les angles horizontaux CBA et CAB. Ceci permet de résoudre le triangle ABC et donc de calculer les distances horizontales AC et BC.



L'altitude de C est alors :

$$\boxed{H_C = H_A + ht + \frac{Dh}{\tan V}}$$

Chapitre

Théorie des Erreurs

1. Topométrique : Terminologie

La distance entre deux points est **unique** et n'a qu'une valeur nommée **valeur vraie** (valeur impossible à connaitre).

La valeur approchée de la valeur vraie est obtenue par une moyenne arithmétique qui sera nommée valeur conventionnellement vraie de la distance.

Les mesures donnent des valeurs non toutes identiques parce que :

1) Les observations sont effectuées par des personnes et non des robots : les gestes de manipulation ne sont pas donc identiques à chaque fois.

2) Les conditions des observations changent : les variations de température, les différences de pression atmosphérique, etc.

3) Les instruments sont forcément entachés d'erreurs : non perpendicularité des axes du théodolite, défauts dans les graduations du limbe, etc.

L'analyse de ces erreurs permet de se rendre compte que :

- ✓ Certaines sont systématiques car inévitable, on peut les connaitre et souvent les éliminer par des procédés de mesurage.
- ✓ D'autres, en revanche sont aléatoires, on dit qu'elles sont accidentelles.

2. Les erreurs en Topométrie

Les inexactitudes sont de deux natures différentes : les fautes et les erreurs.

2.1 Les fautes ou erreurs parasites

Ce sont des inexactitudes grossières qui proviennent de la maladresse des opérateurs et de leur aide ainsi que de leur négligence. Elles sont en général facilement décelables. Afin d'éviter ces fautes, il est possible d'effectuer un certain nombre de contrôles (mesure d'une longueur au moins deux fois. Effectuer la même mesure par des procédés différents, etc.).

2.2 Les erreurs

Ce sont des inexactitudes qui sont absolument inévitables, elles proviennent de l'imperfection des instruments utilisés, de l'imperfection des sens de l'individu.

Leurs valeurs est faible par rapport aux fautes et de toutes façon obligatoirement inférieur à la tolérance.

a) Les erreurs systématiques

Ces erreurs se reproduisent toujours identiquement à elles-mêmes. Elles sont dues à une cause permanente connue ou inconnue. Il est toujours possible de la corriger soit par le calcul soit par un mode opératoire.

b) Les erreurs accidentelles

Sont appelées accidentelles les erreurs qui ne présentent pas un caractère systématique c'est –à- dire qui ne peuvent être ni calculées d'avance ni éliminées par la méthode opératoire, elles sont dues à des causes fortuites (soudaines).

On définit deux types d'erreurs :

L'erreur absolue qui est la différence algébrique entre le résultat du mesurage et la valeur de comparaison utilisée, on distingue :

- ✓ L'erreur absolue véritable e qui est la différence entre le résultat de mesurage x et la valeur vraie u $e = x - \mu$
- ✓ L'erreur apparente v appelée écart probable en mesure directe et résidu en mesure indirecte, c'est la différence algébrique entre le résultat du mesurage x et la valeur conventionnelle vraie.

L'erreur relative qui est le quotient de l'erreur absolu par la valeur vraie : c'est une valeur algébrique usuellement exprimée en pourcentage.

3. Modèle mathématique

Le calcul de probabilité permet d'estimer la valeur vraie par une valeur dite conventionnellement vraie et permet également d'évaluer l'incertitude sur cette valeur vraie.

3.1 Expérimentation

Une longueur a été chainée 50 fois de suite et on a noté les valeurs suivantes :

2 mesures à 74.54m

3 mesures à 74.55m

5 mesures à 74.56m

8 mesures à 74.57m

10 mesures à 74.58m

9 mesures à 74.59m

6 mesures à 74.60m

4 mesures à 74.61m

2 mesures à 74.62m

1 mesure à 74.63m

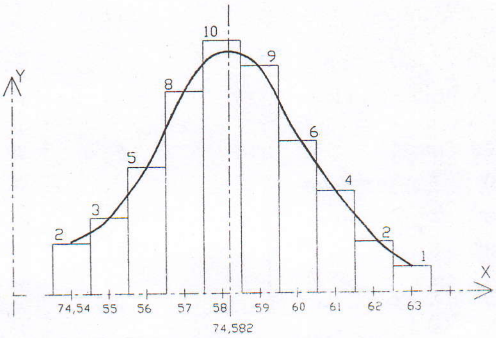


Fig. 1 : Résultats expérimentaux

Cette courbe est très proche d'une courbe qui est symétrique par rapport à la droite d'abscisse 74.582m, valeur probable ou moyenne arithmétique et qui a la forme d'une cloche.

3.2 Introduction de la courbe de Gauss

Cette expérience a été faite bien souvent et les résultats sont constants. La courbe de répartition a toujours la même allure. Ces courbes sont dites courbes de Gauss et ont la même équation.

$$\boxed{y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}}$$

où x représente les valeurs possibles de la mesure, σ et μ sont des paramètres.

3.3 Ecart équiprobable d'une mesure

C'est l'écart qui a une probabilité de 50% de ne pas être dépassé en valeur absolue

$\varepsilon p = 0.68\ \sigma$

$\varepsilon p = 2/3\ \sigma$

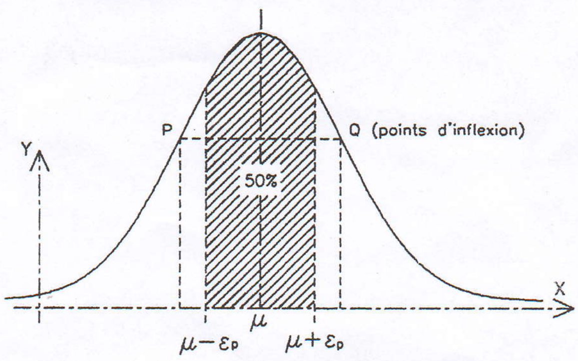


Fig. 2 : Écart équiprobable d'une mesure

3.4 Ecart maximal ou tolérance d'une mesure

L'écart maximal ou tolérance est celui qui a une probabilité de 99 % de ne pas être dépassé

$$\boxed{\varepsilon_m = 4\,\varepsilon_p \approx 2,66\,\sigma.}$$

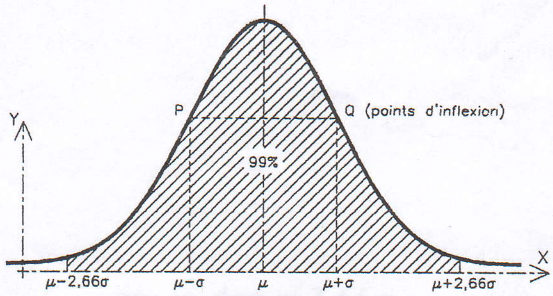


Fig. 3 : Écart maximal ou tolérance

3.5 Valeur conventionnellement vraie

La meilleure estimation de μ est la moyenne arithmétique des mesures effectués qui est donnée par la formule

$$xm = (x1 + x2 + \cdots \ldots \ldots . + xn)/n = \quad \sum xi/n$$

On l'appelle « valeur la plus probable de la valeur vraie » ou « valeur conventionnellement vraie ».

3.6 Ecart type expérimental

L'écart type est conventionnement noté Si par abus de notation, il est souvent noté σ

$$S = \sigma = \sqrt{\sum (xi - xm)^2/(n-1)} = \sqrt{\sum vi^2/(n-1)}$$

Application sur les compensations

Exercice 1

On calcule les dénivelées pour tous les points dans les différentes stations

On utilise la formule : ΔH_{AB} = L arrière (A) – L avant (B)

Ensuite, on calcule les altitudes de tous les points : Alt B = Alt A + ΔH_{AB}

Station	Points visés	L arrière (m)	L avant (m)	(-) ΔH (m)	(+)	Altitude (m)
S1	R1	1.435				10.354
	1		1.685		0.25	10.104
S2	1	.645				10.104
	2		0.395	0.25		10.354
S3	2	1.019				10.354
	3		1.034		0.15	10.339
S4	3	0.925				10.339
	4		0.742	0.183		10.522
S5	4	0.698				10.522
	5		0.672	0.26		10.548
S6	5	1.257				10.548
	6		1.351		0.094	10.454
S7	6	1.982				10.454
	7		1.545	0.437		10.891
S8	7	1.204				10.891
	8		1.376		0.172	10.719
S9	8	1.461				10.719
	9		0.841	0.62		11.339
S10	9	0.874				11.339
	10		1.514		0.64	10.699
S11	10	1.210				10.699
	11		1.363		0.153	10.546
S12	11	0.326				10.546
	12		0.498		0.172	10.374

$$\left.\begin{array}{l}\text{Alt (12) vraie} = 10.390 \text{ m} \\ \qquad\qquad \neq \\ \text{Alt (12) calculée} = 10.374 \text{ m}\end{array}\right\} \text{Il existe un écart de fermeture ef qu'on doit calculer}$$

$$\mathbf{ef} = \sum \mathbf{L}_{\text{arrière}} - \sum \mathbf{L}_{\text{avant}}$$

ef = 0.02m

On calcule l'écart type : $e_{\text{type}} = \pm 1.7 \sqrt{N}$ (N : nombre de dénivelées).

e type = ± 5.888 mm

ef > e_{type} donc, on doit calculer la tolérance :

$T = \pm 4.6 \sqrt{N}$ (N : nombre de dénivelées)

T = ± 15.934 mm

ef > T => le cheminement est faux.

Remarque : si le cheminement est faux, il faut reprendre tous les levés sur terrain et refaire ensuite le calcul à nouveau.

<u>Exercice 2</u>

Station	Points visés	L ar (m)	L av (m)	(+) ΔH (m)	(-)	Altitude (m)	Ccumul (mm)	Altitude Corrigé (m)
ST1	**R**	0.870				10.870		10.870
	A		1.276		0.406	10.464	- 2	10.462
ST2	**A**	1.425				10.464		
	B		1.101	0.324		10.788	- 4	10.784
ST3	**B**	1.007				10.788		
	1		**0.987**	**0.02**		**10.808**		
	2		**1.148**		**0.141**	**10.647**		
	3		**1.495**		**0.488**	**10.300**		
	C		0.892	0.115		10.903	- 5	10.898
ST4	**C**	0.984				10.903		
	D		1.414		0.43	10.473	- 7	10.466
ST5	**D**	1.229				10.473		
	4		**1.261**		**0.032**	**10.441**		
	5		**0.920**	**0.309**		**10.782**		
	R		0.823	0.406		10.879	- 9	10.870

Alt vraie (R) = 10.870 m ≠ Alt calculée (R) = 10.987 m => il existe un écart de fermeture qu'on doit calculer.

ef = $\sum$ **L** arrière **-** $\sum$ **L** avant

ef = 9 mm

On calcule l'écart type

e type = ± 1.7 √N (N = 5)

e type = ± 3.801 mm

ef > e type

On calcule la tolérance T

T = ±4.6 √ N (N : nombre de dénivelées)

T = ± 10.285 mm

e type < ef < T => ef est important

La compensation sera : $C = \dfrac{-\, ef\, |\Delta Hi|}{\sum |\Delta Hi|}$

$\sum |\Delta Hi| = 1.681$ m

C1 = - 2.173 mm ≈ - 2 mm

C2 = - 1.73 mm ≈ - 2mm

C3= -0.65mm ≈ - 1 mm

C4 = - 2.302 mm ≈ - 2 mm

C5 = - 2.173 mm ≈ - 2mm

Solution exercice 4

Cas du cheminement rayonné

Un point cheminé a une seule lecture : lecture avant

Référence	Point	L arrière (mm)	L avant (mm)	(-) ΔH (m)	(+)	Altitude (m)
R		1471				38.775
	A		1642	0.171		38.604
	B		1213		0.258	39.033
	C		695	0.776		39.551
	D		588	0.883		39.658

Solution exercice 1

Cas du cheminement simple encadré

Calcul de la dénivelée entre deux points pour chaque station.

$$\Delta H_{AB} = L_{arrière}\ (A) - L_{avant}\ (B)$$

Calcul des altitudes de tous les points

$$Alt\ (B) = Alt\ (A) + \Delta H_{AB}$$

Stations	Points visés	L arrière (m)	Lavant (m)	(-) ΔH (m)	(+)	Altitude (m)
S1	R1	1.208				35.000
	A		1.312	0.104		34.896
S2	A	1.735				34.896
	B		1.643		0.092	34.988
S3	B	1.810				34.988
	C		0.763		1.047	36.035
S4	C	1.739				36.035
	D		1.934	0.195		35.840

Solution exercice 2

Cas du cheminement ouvert

On suit les mêmes étapes que l'exercice 1 pour calculer les dénivelées et les altitudes.

Stations	Points visés	L arrière (m)	Lavant (m)	ΔH (m) (-)	(+)	Altitude (m)
S1	R1	1.455				90.000
	A		0.647		0.808	90.808
S2	A	1.215				90.808
	B		1.004		0.211	91.019
S3	B	1.455				91.019
	C		0.647		0.808	91.827

Solution exercice 3

Cas du cheminement fermé

Un cheminement fermé est un cheminement qui démarre d'un point connu en altitude et qui se referme sur le même point de départ.

Stations	Points visés	L arrière (m)	Lavant (m)	ΔH (m) (+)	(-)	Altitude (m)
S1	R1	1.210				40.000
	A		1.308		0.098	39.902
S2	A	1.416				39.902
	B		1.542		10.126	39.776
S3	B	1.638				39.776
	C		1.712		0.074	39.702
S4	C	1.238				39.702
	D		1.400		0.162	39.540
S5	D	1.011		0.46		39.540
	R		0.551			40.000

Applications sur le Nivellement Indirect

Exercice 1

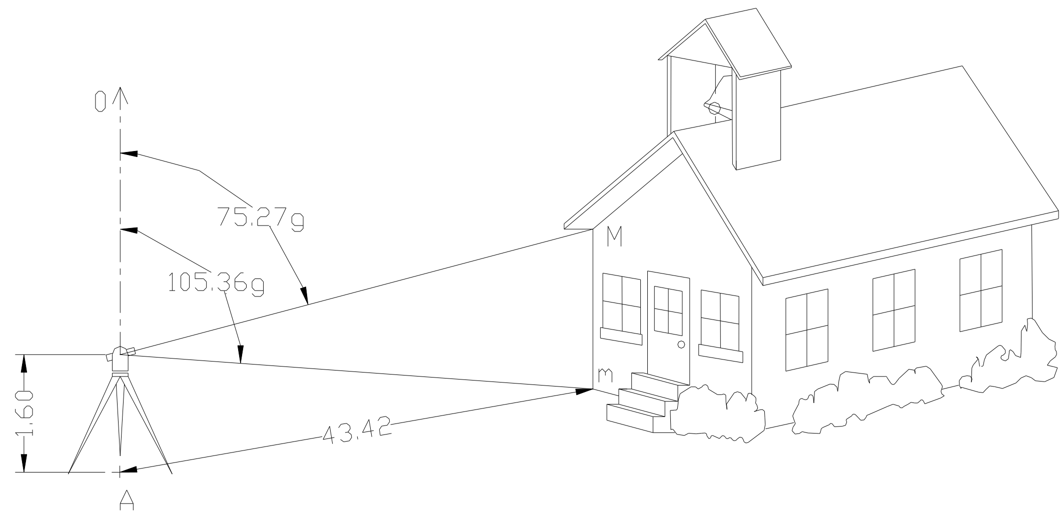
Cas du point accessible

On se propose de mesurer l'altitude de certains points caractéristiques de la façade du bâtiment schématisé ci-dessous pour vérifier la conformité de la construction avec le permis de construire.

On peut mesurer la distance suivant la pente (Am). On l'obtient en mesurant la distance suivant la pente Am, m étant au sol à l'aplomb de M.
La mesure donne d(Am) = 43.42m.

Au moyen d'un théodolite mis en station en A, vous lisez les angles verticaux des visées sur M et m: voir schéma. L'altitude du point de station A est : 125.63m.

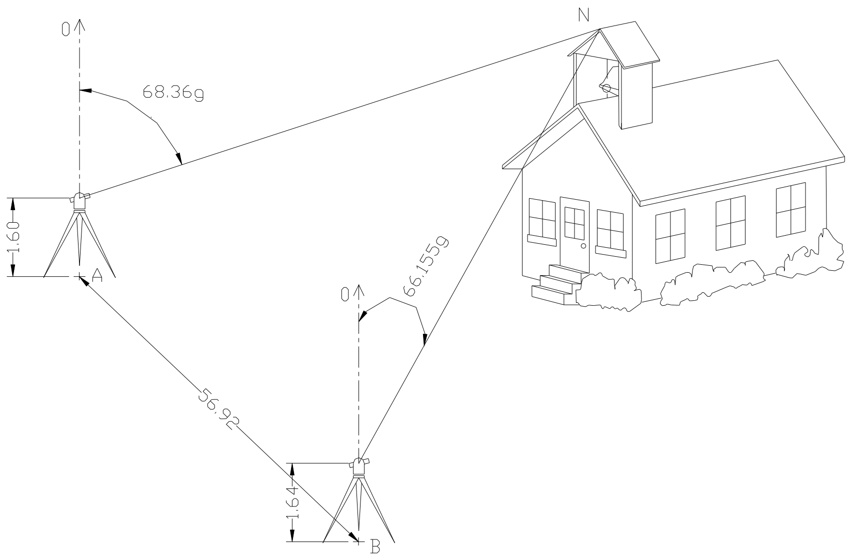
Calculez la dénivelée entre A et m, déduisez en la distance horizontale Dh puis calculez la hauteur Mm ainsi que l'altitude du point M.



Exercice 2

Cas du point inaccessible

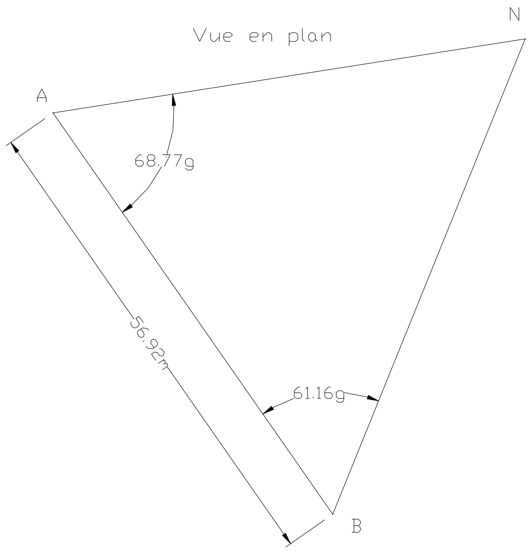
On ne peut pas mesurer la distance suivant la pente (An), n étant l'aplomb de N.



Une méthode permettant de lever cette difficulté est de choisir une base AB depuis laquelle le point N est visible, de mesurer la distance horizontale AB ainsi que les angles NAB et NBA. A partir de ces mesures on peut résoudre le triangle ANB et en déduire la distance horizontale AN que l'on ne peut mesurer.

Vous effectuez donc une deuxième station en un point B choisi tel que le triangle ANB soit à peu près équilatéral.

Depuis la station en A, on lit l'angle vertical de la visée sur N ainsi que l'angle horizontal NAB.



Depuis la station en B, on lit l'angle horizontal NBA.

Distance horizontale AB : 56.92m.

Calculez l’altitude du point N.

Solution exercice 1

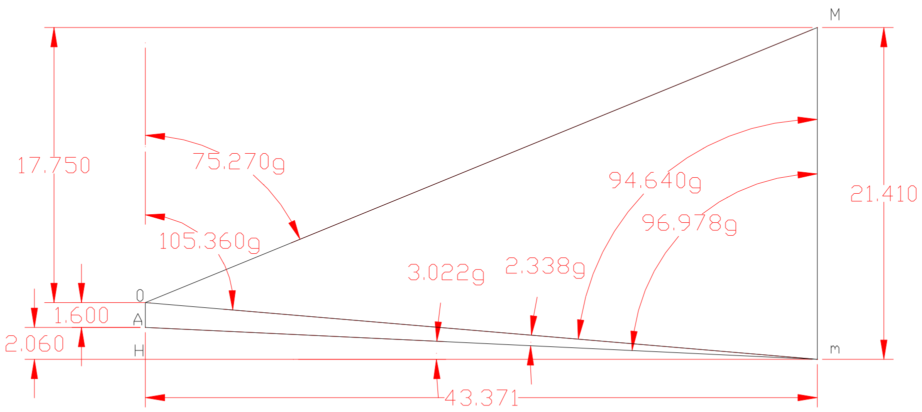
Cas du point accessible

Dans le triangle Oam

On calcule l'angle en m : sin (m) = sin (200 – 105.360) × 1.6

D'où m = 2.338 gon.

On en déduit l'angle mÂO = 200 – 2.338 – (200- 105.360) = 103.022 gon.



D'où l'angle de site HmA = i = 3.022 gon.

On en déduit : $Dh_{Am} = 43.42 \times \cos(3.022) = 43.371$ m

$\Delta H_{Am} = 43.42 \times \sin(3.022) = -2.060$ m

La distance horizontale peut être déduite par la dénivelée et la distance inclinée

$Dh_{Am} = \sqrt{43.42^2 - 2.060^2}$

$Mm = \Delta H_{Am} + 43.371 \times tg(100 - 75.270) = 21.410$ m

L'altitude de M est donc : $H_M = H_A - 2.060 + 21.410 = 144.980$ m

Solution exercice 2

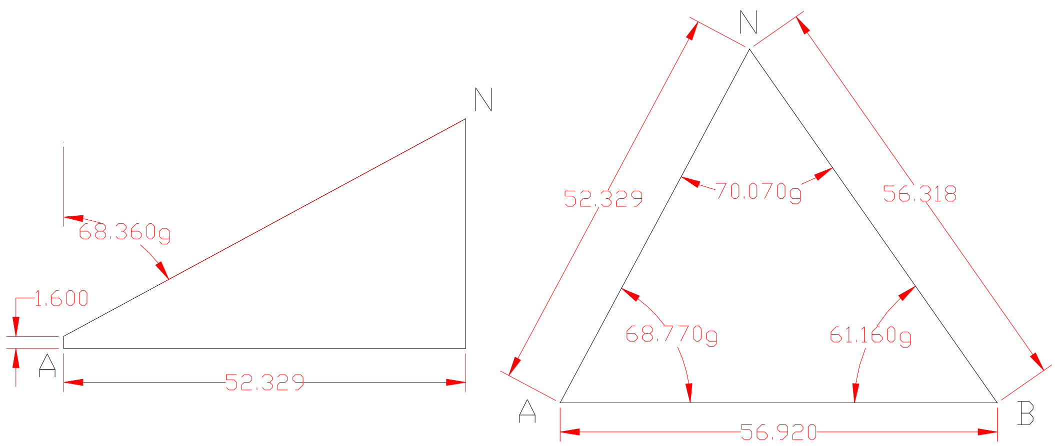
Cas du point non accessible

Dans le triangle plan ABN, on calcule l'angle en N :

L'angle ANB = 200 – 68.77 – 61.16 = 70.07 gon.

On en déduit le coté AN : AN = AB × sin (61.16) / sin (70.07) = 52.329 m,

et le coté BN : BN = AB × sin (68.77)/ sin (70.07) = 56.318 m.



On en déduit N depuis le point A : HN = HA + 1.6 +52.329/tg (68.36) = 155.614 m.

Application

Une longueur a été chainée 50 fois de suite et on a noté les valeurs suivantes :

2 mesures à 74,54 m.

3 mesures à 74,55 m.

5 mesures à 74,56 m.

8 mesures à 74,57 m.

10 mesures à 74,58 m.

9 mesures à 74,59 m.

6 mesures à 74,60 m.

4 mesures à 74,61 m.

2 mesures à 74,62 m.

1mesures à 74,63 m.

On vous demande de :

1) Tracer la courbe : F(x) = Y

X : représente la mesure,

Y : représente le nombre de répétition

2) Calculer la valeur conventionnellement vraie Xm.
3) Calculer l'écart type expérimental σ.
4) Calculer l'écart équiprobable εp.
5) Calculer la tolérance εm de cette expérimentation.

Il faut retenir que

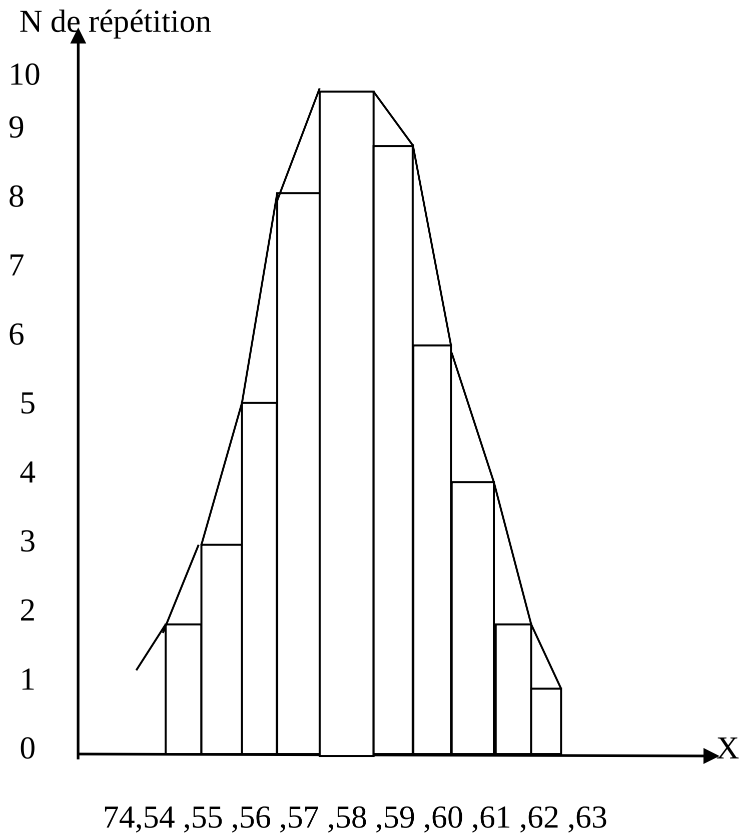
La valeur conventionnellement vraie est la moyenne arithmétique Xm = $\frac{\sum xi}{n}$

L'écart Type expérimental $\sigma = \sqrt{\frac{\sum(xi-xm)^2}{n-1}}$

L'écart équiprobable εp = 0,68 σ

L'écart maximal ou tolérance εm = 4 × εp

Solution



1) Calcul de la valeur conventionnellement vraie Xm

$$Xm = \frac{\sum xi}{n}$$

$$Xm = \frac{2\times74{,}54+3\times74{,}55+5\times74{,}56+8\times74{,}57+10\times74{,}58+9\times74{,}59+6\times74{,}60+4\times74{,}61+2\times74{,}62+1\times74{,}63}{2+3+5+8+10+9+6+4+2+1}$$

Xm = 74,582 m. valeur moyenne arithmétique.

2) Calcul de l'écart type expérimental

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(xi-xm)^2}{n-1}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{2\times(74{,}54-74{,}582)^2+3\times(74{,}55-74{,}582^2+5\times(74{,}56-74{,}582)^2+8\times(74{,}57-74{,}582)^2+10\times(74{,}58-74{,}582)^2+9\times(74{,}59-74{,}582)^2+)^2}{49}}$$

$\sqrt{}+4\times(74{,}61- 74{,}582)^2 + 2\times(74{,}62 -74{,}582)^2 + 1\times(74{,}63 – 74{,}582)^2$

σ = 0,02 m

3) Calcul de l'écart équiprobable εp

$\varepsilon p = 0{,}68\ \sigma$

$\varepsilon p = 0{,}68 \times 0{,}02$

$\varepsilon p = 0{,}014$ m.

4) Calcul de l'écart maximal ou tolérance εm

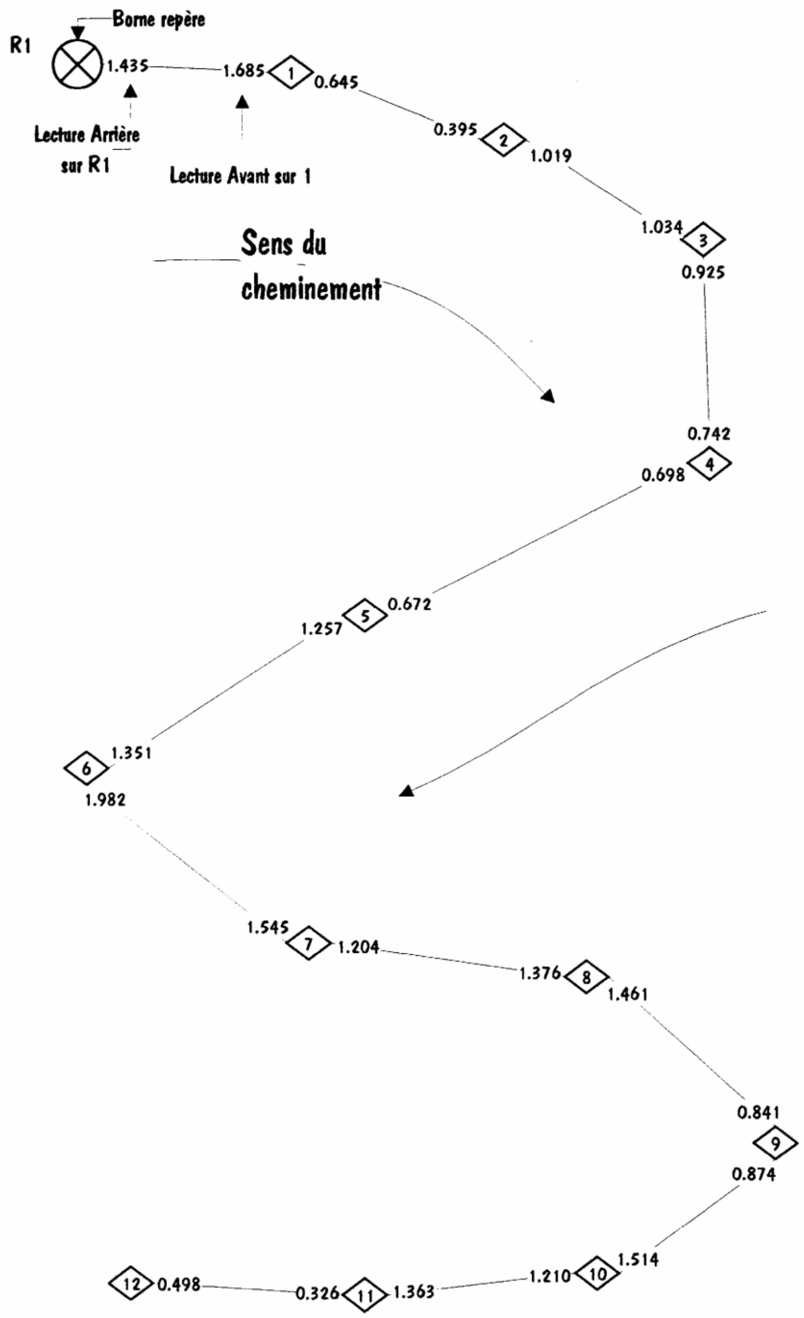
$\varepsilon m = 4 \times \varepsilon p$

$\varepsilon m = 4 \times 0{,}014$

$\varepsilon m = 0{,}056$ m.

Applications sur les compensations

<u>Exercice 1 :</u> On donne le schéma du cheminement encadré suivant. Complétez le carnet de nivellement sachant que l'altitude du point R1 est **Alt_{R1} = 10,354m et Alt12 = 10,390m**.



<u>Exercice n°2 :</u> On donne le schéma du cheminement mixte suivant. Complétez le carnet de nivellement sachant que l'altitude du point R est **Alt$_R$ = 54,870m.**