

Semestre: 2
Unité d'enseignement: UEF 1.2.2
Matière: Dynamique des sols
VHS: 45h00 (Cours: 1h30, TD: 1h30)
Crédits: 4
Coefficient: 2

Objectifs de l'enseignement:

Ce cours a pour objet d'initier l'étudiant au calcul dynamique des sols et des fondations d'ouvrages géotechniques.

Connaissances préalables recommandées:

Ondes et vibrations, Mécanique des sols 1 et 2, Fondations et ouvrages géotechniques, Mécanique des milieux continus.

Contenu de la matière:

Chapitre 1.	Caractérisation du mouvement sismique <i>(Eléments de sismologie, propagation des ondes sismiques dans les sols, sismicité historique de l'Algérie)</i>	(3 Semaines)
Chapitre 2.	Comportement des sols sous chargement cyclique	(3 Semaines)
Chapitre 3.	Mesure des caractéristiques dynamiques des sols	(3 Semaines)
Chapitre 4.	Réponse sismique d'un profil de sol	(3 Semaines)
Chapitre 5.	Liquéfaction des sols	(3 Semaines)

Mode d'évaluation:

Contrôle continu: 40%; Examen: 60%

Références bibliographiques:

1. A. Bouafia. *Introduction à la dynamique des sols*. Tomes 1 & 2. Ed. OPU, Algérie.
2. A. Pecker. *Dynamique des sols*. Ed. Presses des ponts, France.
3. Braja M. Das, G.V. Ramana. *Principles of soil dynamics*. Ed. Cengage Learning, USA.
4. Braja M. Das. *Fundamentals of soil dynamics*. Ed. Elsevier.
5. Shamsheer Prakash. *Soil dynamics*. Ed. Mc-Graw-Hill.
6. A. Verruijt. *An introduction to soil dynamics*. Ed. Springer.
7. F.E. Richart, J.R. Hall Jr., R.D. Woods. *Vibrations of soils and foundations*. Ed. Prentice-Hall, USA.
8. S.L. Kramer. *Geotechnical earthquake engineering*. Ed. Prentice-Hall, USA.

Chapitre I

CARACTÉRISATION DU MOUVEMENT SISMIQUE

1. INTRODUCTION

Les tremblements de terre font partie des cataclysmes naturels qui ont toujours exercé une grande fascination sur l'humanité. Ils sont responsables de la destruction de villes entières, la cause de la mort de millions d'hommes et ont souvent des conséquences économiques désastreuses pour les pays touchés. D'un point de vue historique, le tremblement de terre le plus meurtrier de l'histoire a vraisemblablement pris place en Chine en 1556 et aurait provoqué la mort de 830 000 personnes. Il ne s'agit malheureusement pas d'une exception comme l'indique le tableau I où on a relevé quelques-uns des séismes les plus meurtriers de l'histoire. Il faut également noter que le nombre de morts ne mesure pas toute la gravité d'un séisme dont les conséquences économiques peuvent être lourdes. Les dégâts du tremblement de terre de Skopje (Yougoslavie, 1963) ont été évalués à 3 milliards de francs ; ceux de Managua (Nicaragua, 1972) à 5 milliards de francs et ceux du séisme de San Fernando (Californie, 1971) à 3,5 milliards de francs. Des 50 000 tremblements de terre annuels perceptibles sans l'aide d'aucun instrument, 100 seulement provoquent des dégâts plus ou moins importants.

Notre connaissance actuelle des phénomènes est telle que, s'il n'est pas possible de prédire l'instant où un séisme se produira en un lieu donné, il est possible d'identifier les zones à haut risque sismique et d'y construire en conséquence. Il est admis par exemple, que dans un avenir plus ou moins proche, un séisme important se produira dans la région de San Francisco, le long de la faille de San Andreas. Cela n'entrave nullement le développement de cette région ni ne retient la majorité des Américains de souhaiter y vivre.

Pour être en mesure de construire en zone sismique, il est nécessaire d'identifier ces zones et donc de comprendre le mécanisme générateur des séismes, puis de caractériser un séisme par un certain nombre de grandeurs directement utilisables par l'ingénieur. L'objet de ce chapitre est de fournir ces éléments.

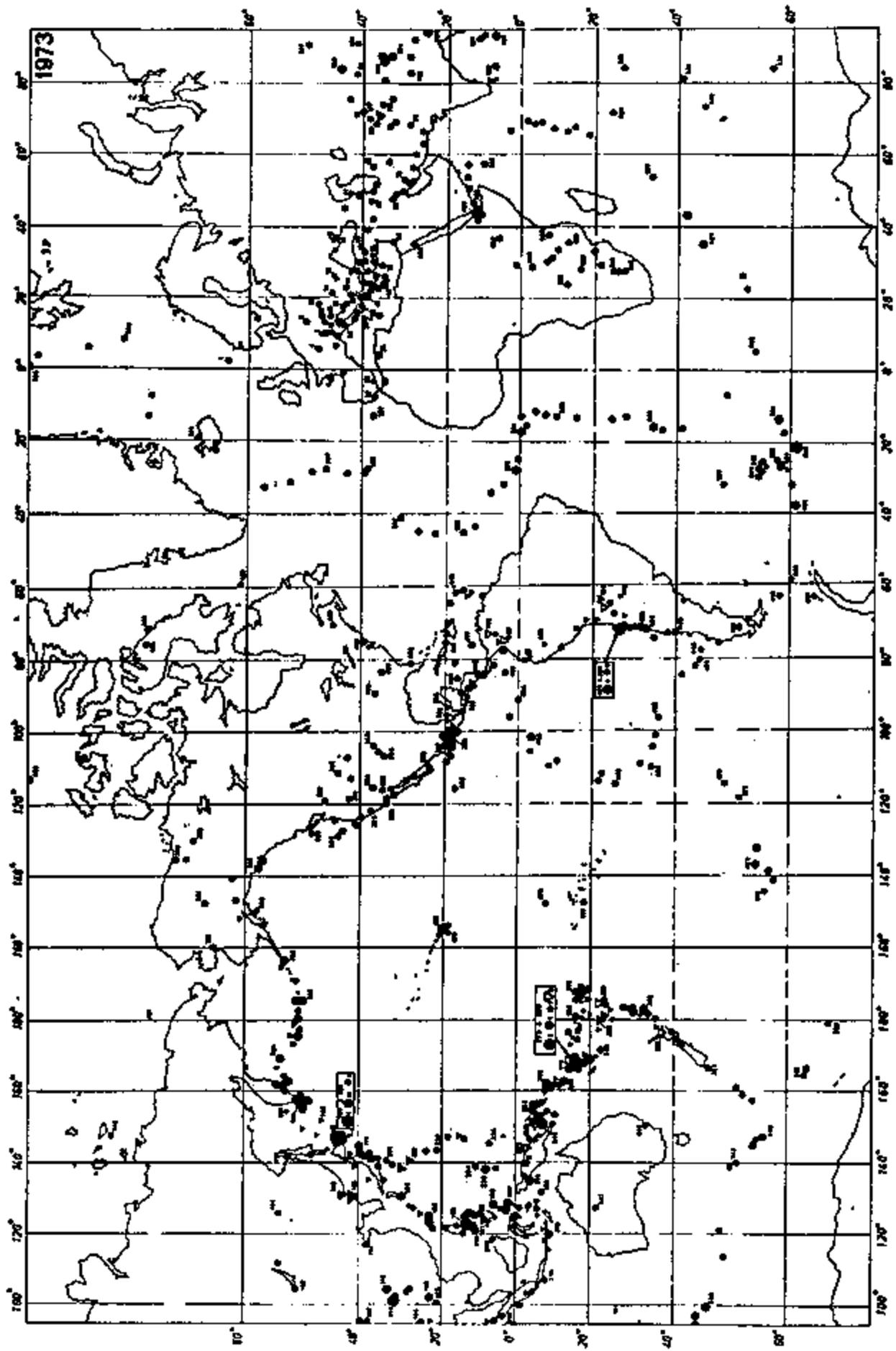


Figure 1 - Localisation des épicontrés de seismes recensés en 1973 (UNESCO)

Tableau I

Quelques grands séismes de l'histoire

Date	Lieu	Nombre de morts (estimé)
1290	Chih Li (Chine)	100 000
1556	Chen Si (Chine)	830 000
1737	Calcutta (Inde)	300 000
1755	Lisbonne (Portugal)	70 000
1811	New Madrid (Missouri)	-
1866	Pérou (Equateur)	25 000
1906	San Francisco (USA)	500
1908	Messine (Italie)	160 000
1920	Kansu (Chine)	180 000
1923	Tokyo (Japon)	143 000
1935	Quetta (Pakistan)	60 000
1939	Erzincan (Turquie)	40 000
1960	Agadir (Maroc)	12 000
1963	Skopje (Yougoslavie)	1 000
1964	Niigata (Japon)	250
1964	Anchorage (Alaska)	100
1970	Pérou	66 000
1971	Los Angeles (USA)	100
1972	Managua (Nicaragua)	12 000
1976	Guatemala	23 000
1976	Gemona (Italie)	1 000
1976	Caldiran (Turquie)	8 000
1976	Tang Chan (Chine)	> 600 000
1977	Bucarest (Roumanie)	1 500
1980	El Asnam (Algérie)	3 500
1980	Irpina (Italie)	4 500

(d'après GRIBBIN, 1978 ; BOLT, 1978)

2. RAPPEL DE TECTONIQUE DES PLAQUES

L'observation de la carte du monde donnant la localisation des séismes ressentis (soit par l'homme, soit par les accélérographes sensibles) montre que ceux-ci sont en majeure partie concentrés le long de lignes relativement bien définies. La figure 1 donne à titre d'exemple la localisation des épacentres recensés pendant l'année 1973 (UNESCO - Résumé annuel d'informations sur les catastrophes naturelles). D'une année à l'autre, les épacentres des séismes restent localisés le long des mêmes lignes, indiquant que ceux-ci ne sont pas distribués erratiquement à la surface de la terre mais sont liés à la structure du globe. Il est actuellement admis que la tectonique des plaques permet de rendre compte correctement de ce phénomène.

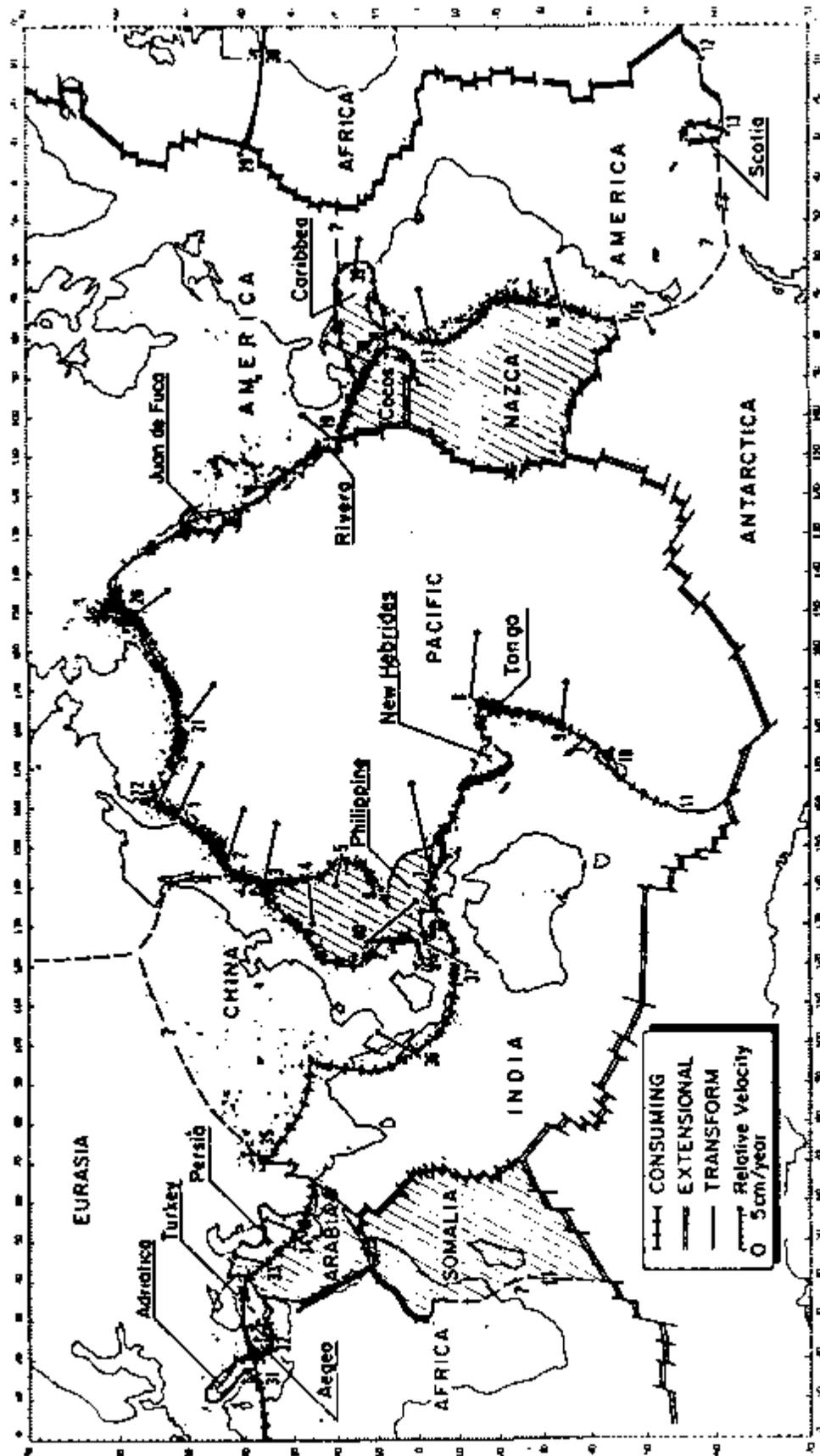


Figure 2. Contour des plaques (Le Pichon et al. 1973)

Selon cette théorie [LE PICHON et al, 1973], la surface de la planète, la lithosphère, est constituée d'une mosaïque de six grandes plaques rigides (figure 2) : les plaques Eurasie, Amérique, Pacifique, Afrique, Nasca et Antartique. Entre ces grandes plaques, il existe un certain nombre de plaques de dimensions plus réduites telles que la plaque Coco (entre l'Amérique Centrale et les Galapagos), la plaque des Caraïbes, la plaque Inde-Australie, etc... La lithosphère, épaisse d'environ 70 kilomètres, repose sur une couche visqueuse, l'asthénosphère. Ces deux couches font partie du manteau terrestre et sont constituées de roches ultrabasiques. La lithosphère est rigide alors que l'asthénosphère est visqueuse en raison des conditions de température et de pression auxquelles elle est soumise de par sa situation profonde.

Les plaques se meuvent à la surface de l'asthénosphère vraisemblablement sous l'influence de courants de convection. Il existe donc des zones de divergence (dorsale ou rift), des zones de convergence (auquel cas l'une des plaques disparaît sous l'autre dans une zone de subduction) et des zones de coulissement le long des failles. A la surface de certaines plaques se trouvent des continents plus légers qui flottent sur les roches ultrabasiques et dérivent en suivant le mouvement des plaques. Lorsque deux plaques portant des continents entrent en collision, les masses continentales ne disparaissent pas ; seule leur répartition se modifie donnant naissance à des chaînes de montagnes. C'est le cas par exemple des chaînes de l'Atlas Nord Africain (Maroc, Algérie, Tunisie) nées de la collision des plaques Eurasiennne et Africaine. Ainsi, comme l'a postulé WEGENER en 1910, les continents dérivent depuis environ 225 millions d'années, date à laquelle ils étaient tous assemblés en un continent unique, la Pangée. Certains modèles ont été proposés permettant de reconstruire le mouvement des plaques depuis cette époque [BIJU-DUVAL et al, 1977].

Les mouvements relatifs des plaques engendrent dans les zones de contact des contraintes. Lorsque celles-ci se sont accrues au point de dépasser la limite de résistance des roches de la croûte terrestre, l'énergie élastique emmagasinée est libérée brutalement donnant naissance à un tremblement de terre. Cette rupture brutale résulte de la fragilité des roches constituant la lithosphère. L'asthénosphère, visqueuse, ne peut casser et libérer brutalement de l'énergie. De même, dans la lithosphère toutes les roches ne présentent pas la même fragilité. C'est ainsi que la sismicité modérée du Maghreb, par rapport à la Méditerranée Orientale, s'expliquerait par une plus grande déformabilité des roches dans cette zone [AMBRASEYS, 1981].

Dans les zones où deux plaques s'écartent (dorsales), le matériau chaud et visqueux monté de l'asthénosphère se met en place et se solidifie par refroidissement. Sa rupture provoquera des séismes superficiels dont le foyer est à une profondeur inférieure à 70 kilomètres. Dans les zones de convergence, une partie de la lithosphère disparaît par fusion en plongeant dans l'asthénosphère (figure 3). Dans ces zones de subduction, également appelées zones de Benioff, du nom du sismologue les ayant mises en évidence, les séismes peuvent être profonds (profondeur focale supérieure à 250 kilomètres), intermédiaires (profondeur focale comprise entre 70 et 250 kilomètres) ou superficiels. Si les deux plaques entrant en collision portent des masses continentales, les séismes sont superficiels car il n'y a pas de plaque plongeante (cas de l'Afrique du Nord). Enfin, dans les zones de coulissage, les séismes sont très superficiels (profondeur focale inférieure à 10 kilomètres). C'est le cas par exemple de la faille de San Andreas en Californie.

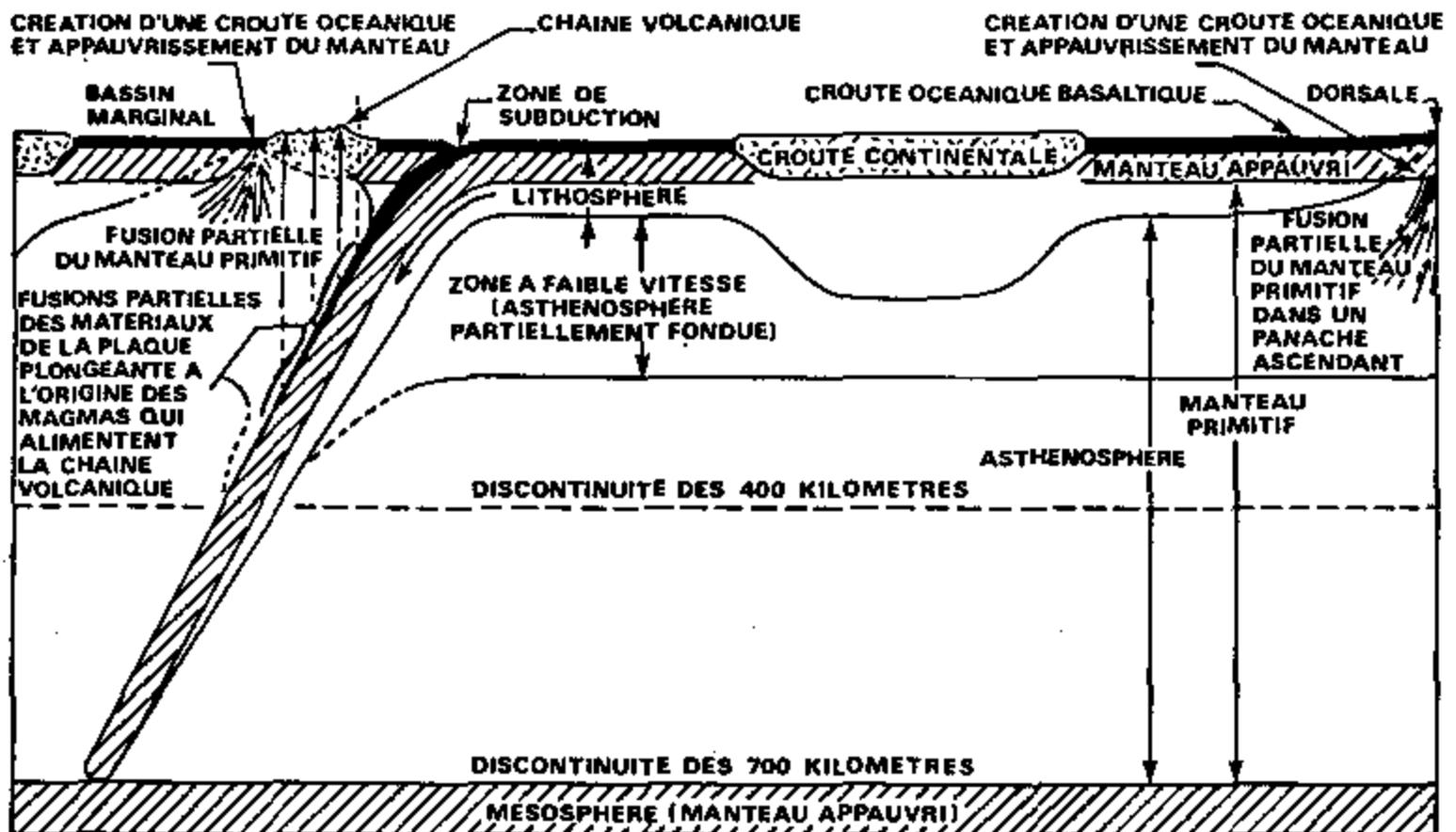


Figure 3.- Plaque lithosphérique

La période de récurrence des séismes dépend du mouvement relatif des plaques et de la capacité du matériau à emmagasiner de l'énergie avant de se rompre. Depuis 80 millions d'années, l'Afrique et l'Europe se sont rapprochées à une vitesse moyenne d'un centimètre par an. Ce rapprochement a abouti à la fermeture presque totale du vaste Océan (La Tethys) qui s'étendait antérieurement entre les deux continents [BIJU-DUVAL et al, 1977]. En Californie, le long de la faille de San Andreas, le mouvement relatif moyen est de 6 centimètres par an.

La tectonique des plaques, dont un aperçu très simplifié, et même simpliste, a été donné ci-dessus, permet de rendre compte de la majeure partie des séismes se produisant dans le monde. Il ne faut cependant pas perdre de vue qu'il existe également des séismes se produisant au milieu des grandes plaques (Chine par exemple).

3. DEFINITIONS

La sismologie a essentiellement étudié, jusqu'à ces dernières années, la propagation des ondes élastiques et les propriétés des milieux traversés par ces ondes. En conséquence, notre connaissance du mécanisme des séismes est moins bien développée que notre connaissance de la structure interne de la terre. Le processus générateur des séismes peut être décrit de la façon suivante :

- un champ de contraintes, non hydrostatique, est généré dans une zone le long d'une faille. Cette zone est appelée le foyer. Au voisinage du foyer le déviateur de contraintes atteint des valeurs de l'ordre de 10 MPa.

- une rupture se produit le long de la faille et l'énergie élastique emmagasinée par le travail du champ de contraintes est brutalement réduite d'une quantité égale à la somme de l'énergie dissipée par radiation d'ondes élastiques et de l'énergie transformée en chaleur ou en énergie potentielle.

- le retour progressif à l'équilibre se fait par libération des déformations résiduelles lors de secousses suivant le séisme. Ces secousses sont appelées répliques.

Lors de la rupture, les deux bords de la faille peuvent être affectés de mouvements divers. On distingue classiquement (figure 4) :

- des failles coulissantes qui correspondent à des zones de cisaillement. C'est le cas de la faille de San Andreas en Californie ;

- des failles normales qui correspondent à des zones d'extension ;

- des failles inverses qui correspondent à des zones de compression. Le séisme d'El Asnam en 1980 a résulté du mouvement d'une faille inverse.

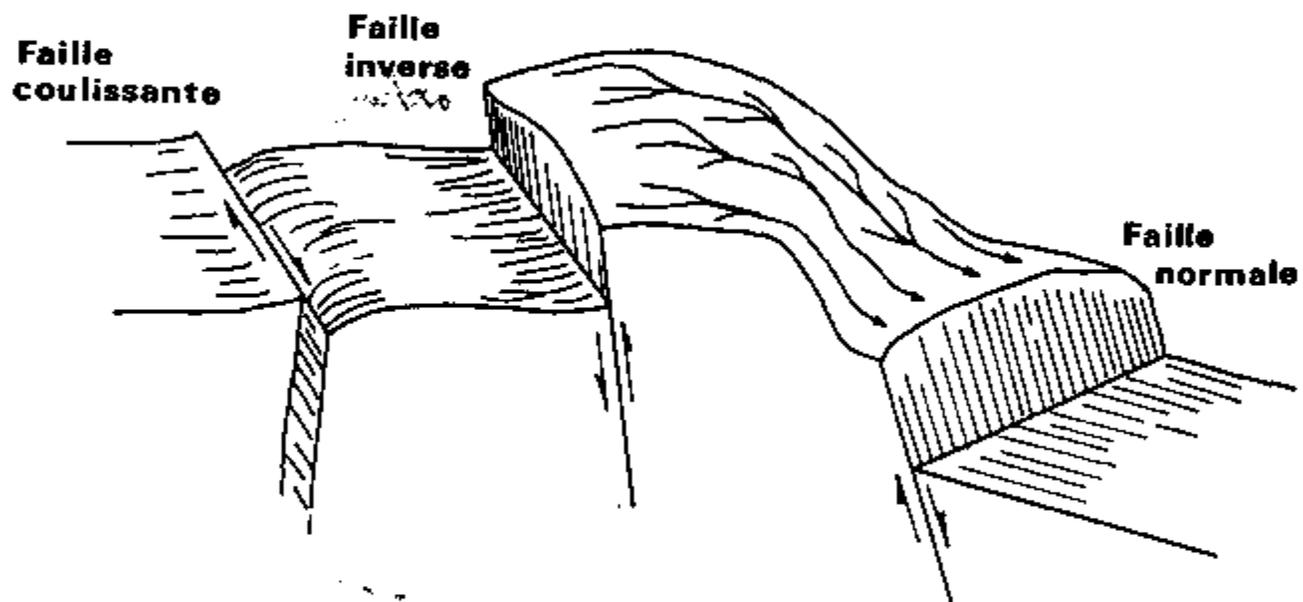


Figure 4. Mouvement des failles

4. PARAMETRES CARACTERISTIQUES DU MOUVEMENT SISMIQUE

Une partie de l'énergie libérée par le séisme se propage sous formes d'ondes élastiques. Au voisinage de la source, le foyer, les ondes créées correspondent à des ondes de volume : ondes de compression ou ondes de cisaillement. En se propageant vers la surface du sol, ces ondes rencontrent des hétérogénéités, des surfaces de discontinuité ou la surface libre. En heurtant ces surfaces, les ondes sont partiellement réfléchies et réfractées et donnent naissance à d'autres types d'ondes comme les ondes de Rayleigh ou les ondes de Love. Chaque type d'onde se propage à sa vitesse propre (célérité), fonction des caractéristiques du milieu. A titre d'exemple, la vitesse de propagation d'une onde de cisaillement, dont l'importance est primordiale en génie parasismique, est

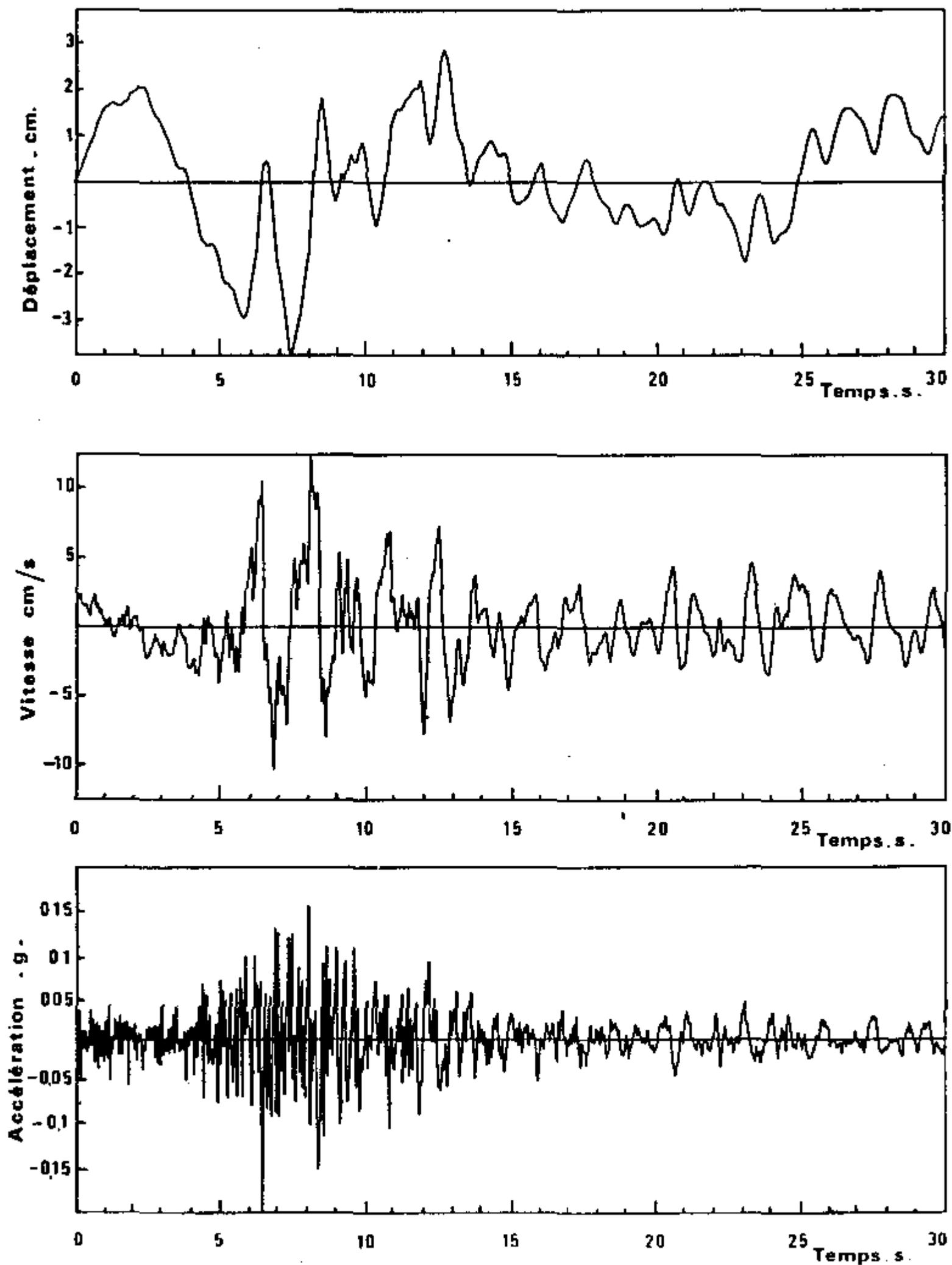


Figure 5 - Séisme d'Olympia, Washington 1949 . Composante S 86 W

supérieure à 1000 m/s dans du rocher, de l'ordre de quelques centaines de m/s dans des alluvions et inférieure à 100 m/s dans des dépôts d'argiles molles ou de vases. Dans un sol sous nappe, la vitesse de propagation de l'onde de compression est supérieure à 1500 m/s, valeur correspondant à la vitesse de propagation de l'onde dans l'eau.

Lorsque les ondes et l'énergie qu'elles transportent atteignent un site à la surface de la terre, elles engendrent des vibrations dans trois directions (deux horizontales et une verticale). Les enregistrements des accélérations de ces mouvements en fonction du temps s'effectuent à l'aide d'accélérographes. Ils constituent des accélérogrammes.

Par intégration d'un accélérogramme on peut obtenir les diagrammes de vitesse et de déplacement en fonction du temps (figure 5). Le processus d'intégration d'un accélérogramme est une opération délicate. L'existence d'un seuil de déclenchement des appareils enregistreurs fait perdre l'information initiale. Il faut donc procéder à diverses corrections, fonction des caractéristiques de ces appareils pour obtenir des déplacements résiduels raisonnables [TRIFUNAC - LEE, 1973]. L'utilisation des données brutes conduit généralement à une dérive de la courbe de déplacement en fonction du temps. Notons cependant que les accélérographes modernes à mémoire permettent d'appréhender le début du signal. Sur la figure 5, on n'a représenté que les 30 premières secondes de l'accélérogramme d'Olympia (1949). Ceci explique les valeurs non nulles trouvées pour la vitesse et le déplacement en fin de séisme. En réalité l'accélérogramme ayant été corrigé, ces valeurs sont nulles.

4.1. Grandeurs maximales : accélération, vitesse, déplacement

Dans un accélérogramme (figure 5), on peut distinguer une phase initiale pendant laquelle les accélérations sont faibles (0 à 4 s pour l'accélérogramme de la figure 5), une phase à fort niveau d'accélération (5 à 12 s), une phase modérée (12 à 23 s) et une phase très faible de retour progressif au repos (> 23 s).

A partir de diagrammes tels que ceux de la figure 5, il est possible de connaître la valeur maximale, a , de l'accélération (généralement exprimée en nombre de g), v , de la vitesse (cm/s) et, d , du déplacement (cm). Ces valeurs ne varient pas totalement indépendamment les unes des autres. En particulier pour les séismes réels, le rapport ad/v^2 est compris entre 5 et 15 environ [NEWMARK-ROSENBLUETH, 1971]. Ces valeurs maximales, souvent prises en compte pour caractériser la violence d'un séisme, ne sont pas, à elles seules, caractéristiques de celui-ci. D'autres paramètres ont été introduits à cette fin.

4.2. Durée

La durée d'un séisme est délicate à définir directement à partir de l'accélérogramme. Certains sismologues ont proposé de la définir à partir du diagramme d'Husid qui est un moyen commode de quantifier la variation du niveau d'excitation dans le temps. Par définition, si $a(t)$ est l'accélération fonction du temps, T la durée totale du séisme, la variation de l'intégrale :

$$h(t) = \left[\int_0^t [a(t)]^2 dt \right] / \left[\int_0^T [a(t)]^2 dt \right] \quad (1)$$

constitue le diagramme d'Husid. L'intégrale au dénominateur de l'équation (1) est une mesure de l'énergie contenue dans l'accélérogramme. Le diagramme d'Husid correspondant à l'accélérogramme de la figure 5 est donné sur la figure 6.

On peut alors définir la durée significative du séisme comme le temps requis pour passer du niveau 5 % au niveau 95 %, soit 20 secondes dans le cas présent.

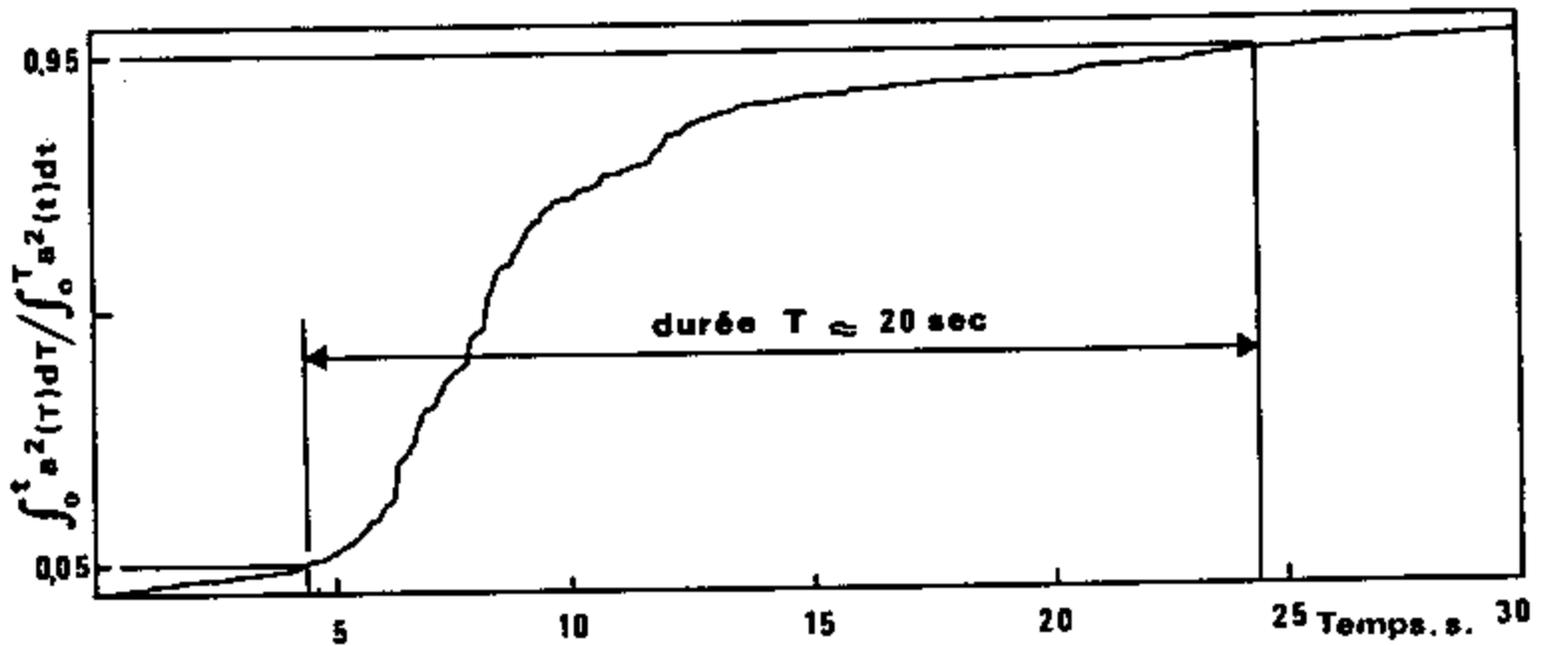


Figure 6 - Diagramme d'Husid - Séisme d'Olympia (1949)

4.3. Spectre de réponse

Le spectre de réponse en accélération, vitesse ou déplacement permet de faire intervenir la notion de contenu en fréquence du mouvement. Son but est de caractériser un séisme d'après la réponse d'une structure simple. Par définition, un spectre de réponse en accélération est la courbe donnant l'accélération maximale d'oscillateurs simples à un degré de liberté et de fréquence propre variable. Un tel oscillateur est représenté sur la figure 7. Il est caractérisé par une masse M , une raideur K et un amortisseur C . Si le socle le supportant est soumis à un accélérogramme $\ddot{y}(t)$, le mouvement relatif x de la masse M par rapport au socle est régie par :

$$M (\ddot{x} + \ddot{y}) + C \dot{x} + K x = 0 \quad (2)$$

En introduisant les variables :

- pulsation propre $\omega = \sqrt{\frac{K}{M}}$ (3)

- pourcentage d'amortissement critique $\beta = \frac{C}{2\sqrt{KM}}$ (4)

l'équation (2) prend la forme classique :

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega^2 x = -\ddot{y}(t) \quad (5)$$

A pourcentage d'amortissement critique donné, la résolution de cette équation différentielle, pour diverses valeurs de la fréquence propre $f = \omega/2\pi$, permet de connaître l'accélération maximale subie par la masse M . En répétant cette opération pour différentes valeurs de β , on obtient les spectres de réponse de la figure 8 correspondant à l'accélérogramme de la figure 5 et à des pourcentages d'amortissement critique de 0 %, 5 % et 10 %.

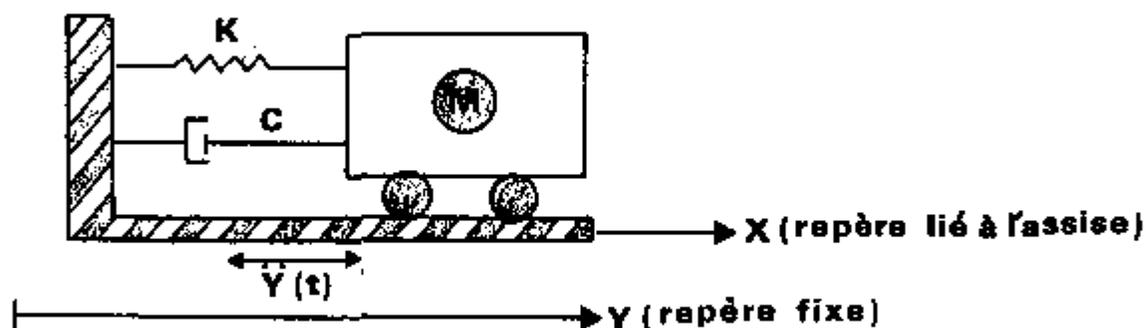


Figure 7. Oscillateur simple à un degré de liberté

L'utilisation d'un tel spectre est immédiate. Considérons à titre d'exemple un bâtiment réacteur de centrale nucléaire monté sur appuis en élastomère. Ces appuis ont pour propriété de privilégier un mode de déformation correspondant à la translation horizontale du bâtiment. La structure peut donc être assimilée à un oscillateur simple à un degré de liberté. Avec les caractéristiques usuelles de ce type d'ouvrage, la fréquence propre de vibration est de 0,8 Hertz environ et le pourcentage d'amortissement critique de 5 %. Un tel bâtiment soumis à un séisme représenté par l'accélérogramme de la figure 5, dont les spectres de réponse sont donnés sur la figure 8, subirait une accélération maximale de 0,10 g (point A de la figure 8). La force horizontale s'exerçant sur lui vaudrait 0,10 fois son poids.

Cette notion de spectre de réponse peut être étendue au cas des vitesses ou des déplacements. Elle constitue la base de l'analyse modale des structures [CLOUGH - PENZIEN, 1975].

D'autres notions, comme le spectre de Fourier d'un accélérogramme, ont également été introduites essentiellement par les sismologues. Ces notions donnent des

renseignements intéressants sur la nature du mouvement mais ne sont pas, actuellement, directement utilisables pour la conception des ouvrages. On pourra se reporter pour une discussion plus complète à HOUSNER (1971).

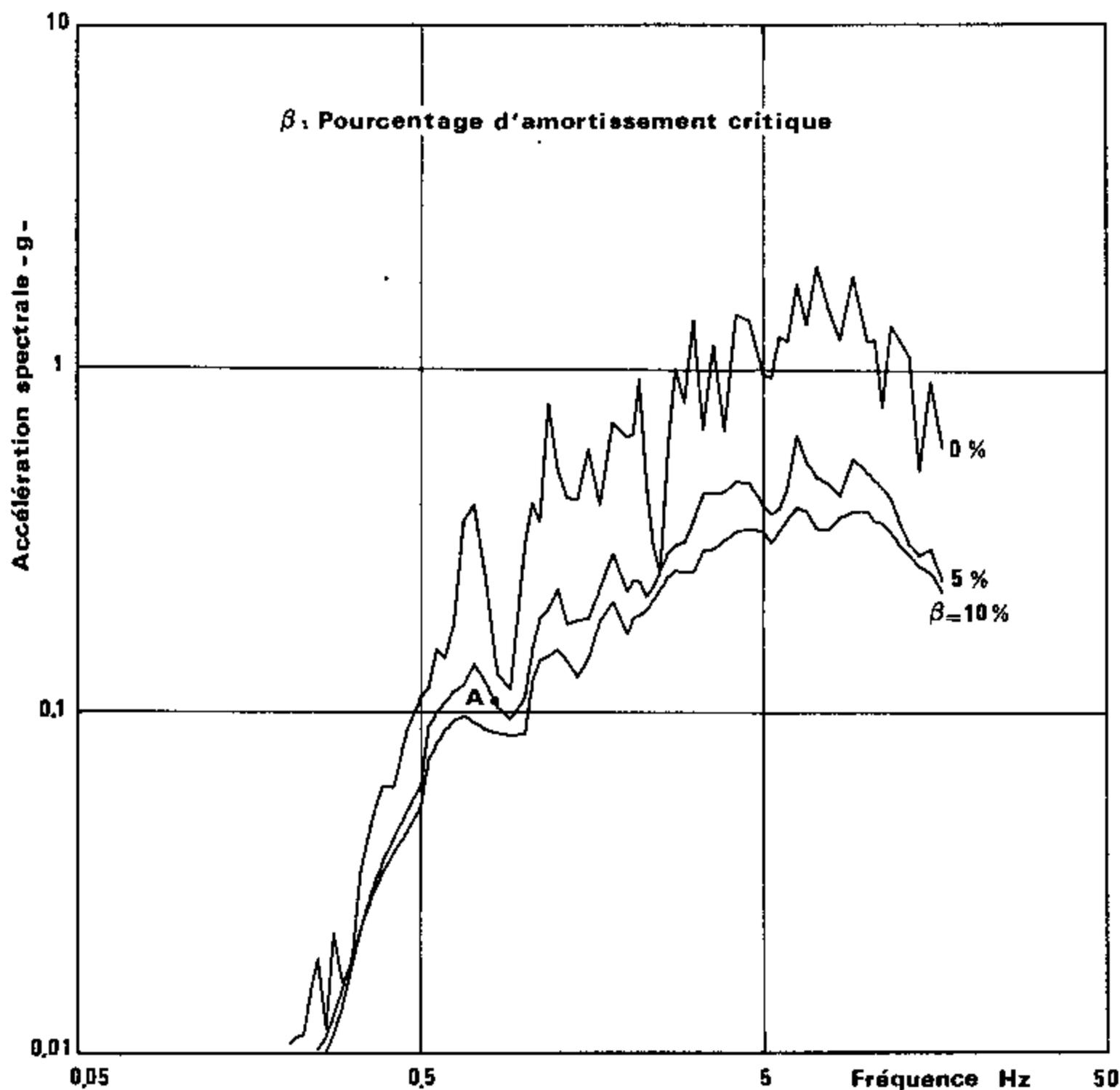


Figure 8 - Spectre de reponse - Seisme d'Olympia (1949)

5. PARAMETRES AFFECTANT LE MOUVEMENT SISMIQUE

Le mouvement sismique en un point est affecté par des facteurs liés à la source, au trajet parcouru entre le foyer et le site et par des facteurs liés à des conditions locales propres au site [IDRISS, 1978]. Pour être en mesure d'évaluer la nature

du mouvement sismique sur un site, il est nécessaire de connaître l'influence de ces facteurs et de les quantifier. Ceci est réalisé à l'aide de relations dites lois d'atténuation, exprimant un des paramètres caractéristiques du mouvement sismique (accélération maximale, accélération spectrale ...) en fonction de l'ensemble des paramètres caractéristiques.

5.1. Facteurs liés à la source

Ces facteurs sont fonction des dimensions de la zone de rupture, des valeurs des contraintes le long de la surface de rupture, du mécanisme de la rupture et de sa propagation le long de la faille.

D'un point de vue fondamental, ils sont caractérisés par deux paramètres principaux : le moment sismique M_0 et la chute de contrainte $\Delta\tau$. L'utilisation de ces deux paramètres est encore limitée aux sismologues. Les ingénieurs préfèrent caractériser un séisme soit par sa magnitude, soit par son intensité à l'épicentre. Une certaine confusion règne dans l'utilisation de ces deux derniers paramètres du fait de la multiplicité des échelles servant à les mesurer. Ce sont pourtant eux qui servent de base aux évaluations de niveau sismique d'un site.

5.1.1. Moment sismique

Il existe de nombreuses évidences indiquant que, sauf peut-être pour les séismes profonds, un séisme est engendré par un mécanisme de cisaillement pur duquel les déformations par dilatance ou contractance sont absentes. Le mécanisme à la source peut être alors représenté par un ensemble de forces constituant un double couple dont le paramètre caractéristique est M_0 , le moment sismique [BRUNE, 1976]. Considérons une dalle mince (figure 9) correspondant au plan de la faille. Le couple dû aux contraintes de cisaillement est :

$$M_0 = \iint_S \tau h \, dA \quad (6)$$

En désignant par G le module de cisaillement du milieu (identique au paramètre de Lamé μ de la mécanique des milieux continus) et par u le déplacement relatif des deux faces de la faille, il vient pour un milieu élastique :

$$M_0 = \iint_S G u \, dA = G \bar{u} A \quad (7)$$

où \bar{u} est le déplacement relatif moyen des deux bords de la faille et A l'aire de la surface de rupture. M_0 est généralement exprimé en dyne-cm.

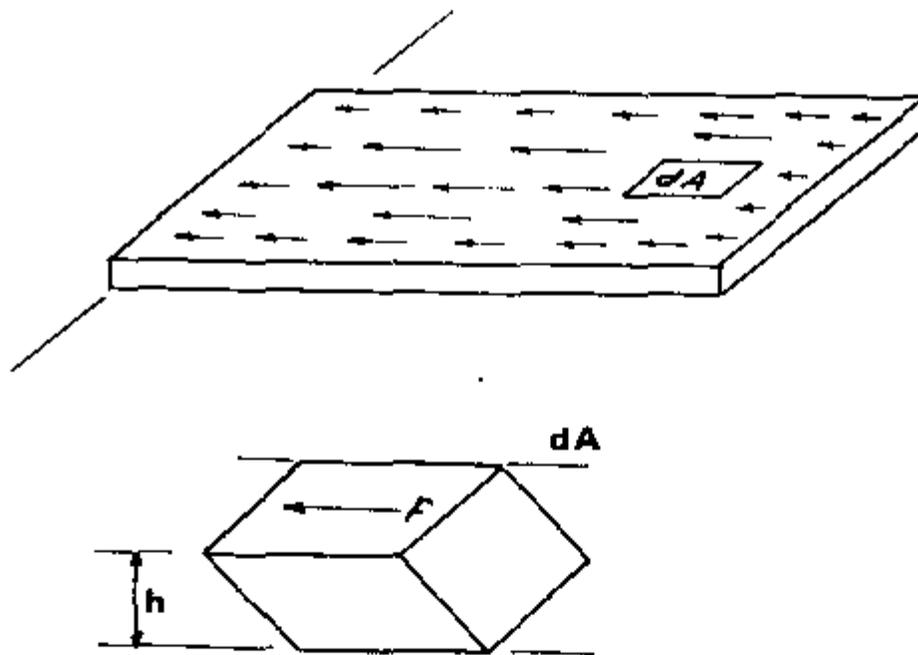


Figure 9 . Schématisation d'un plan de faille (Brune 1976)

5.1.2. Chute de contrainte

Un séisme survient lorsque les forces qui maintiennent l'élément de volume constitué par la dalle sont brusquement relâchées (figure 9). L'énergie libérée provient de l'énergie élastique emmagasinée E:

$$E = \frac{1}{2} \iiint_V \sigma_{ij} \epsilon_{ji} dv \quad (8)$$

σ_{ij} et ϵ_{ij} représentent respectivement les tenseurs de contraintes et de déformations. Au centre du plan de faille, le champ de contraintes est sensiblement un champ de cisaillement simple caractérisé par des déformations de cisaillement γ_1 et γ_2 avant et après séisme. Pour un volume élémentaire dv la variation d'énergie élastique est :

$$d(\Delta E) = \frac{1}{2} (\gamma_1 - \gamma_2) G dv \quad (9)$$

ou

$$d(\Delta E) = \left[\frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} \right] (\gamma_1 - \gamma_2) G dv \quad (10)$$

En introduisant la variation de contrainte de cisaillement $\Delta\tau$ (ou chute de contrainte) pendant le séisme et la contrainte de cisaillement moyenne τ pendant le séisme, l'équation (10) s'écrit :

$$d(\Delta E) = \frac{\bar{\tau} \Delta \tau}{G} dv \quad (11)$$

La chute de contrainte est directement proportionnelle à l'énergie libérée. Elle peut atteindre plusieurs dizaines de Mégapascals. La chute de contrainte du séisme de San Francisco (1906) a, par exemple, été estimée à 13,3 MPa.

La relation (11) met aussi en évidence le fait que l'énergie libérée dépend, par l'intermédiaire de τ , de l'état de contrainte régnant sur le plan de la faille avant le séisme. En se reportant à la figure 9 et en tenant compte de l'équation 7 on peut écrire (11) sous la forme :

$$\Delta E \approx \bar{u} \bar{\tau} A = \frac{\bar{\tau} M_0}{G} \quad (12)$$

Seule une partie ΔE_r de cette énergie est dissipée par radiation. Le complément est dissipé en chaleur sur la surface de rupture. Cette dissipation en chaleur est égale au travail de la force de frottement. Appelant η le coefficient d'efficacité sismique, on peut écrire :

$$\Delta E_r = \frac{\eta \bar{\tau} M_0}{G} \quad (13)$$

La connaissance du paramètre chute de contrainte permet de définir un modèle pour la génération des séismes. Ce modèle représente un séisme comme résultant de l'application instantanée, le long de toute la surface de rupture, d'une impulsion de contrainte égale à la chute de contrainte [BRUNE, 1970]. A l'aide de ce modèle il est possible de calculer la vitesse particulière au voisinage de la faille. On montre qu'elle est égale à :

$$\dot{u} = \frac{\Delta \tau V_B}{G} \quad (14)$$

où V_B est la vitesse de propagation des ondes de cisaillement. L'accélération est donnée par :

$$\ddot{u} = \frac{2 \Delta \tau f}{\rho V_B} \quad (15)$$

où ρ est la masse volumique du milieu et f la fréquence.

D'autres modèles plus complexes ont été proposés. Ils prennent en compte une propagation de la rupture dans un milieu dont le critère de rupture est supposé connu. Ces modèles sont infiniment plus complexes et font intervenir des paramètres mal connus. Pour une discussion de ces modèles, on pourra se reporter à BRUNE [1976].

5.1.3. Magnitude

La magnitude est calculée comme le logarithme de l'amplitude des ondes sismiques d'une certaine fréquence enregistrées sur un sismographe. Ainsi, la magnitude locale est égale au logarithme de l'amplitude maximale enregistrée sur un sismographe de type Wood-Anderson, ayant une période propre de 0,8 seconde et un pourcentage d'amortissement critique de 80 %, situé à 100 kilomètres de l'épicentre. Des tables ont été construites empiriquement permettant la détermination de la magnitude à des distances autres que 100 kilomètres. De façon générale la magnitude est calculée par la formule :

$$m = \log \frac{A}{T} + f(\Delta, h) + S \quad (16)$$

où A et T représentent l'amplitude et la période de l'onde (lues sur l'enregistrement), f le facteur de correction fonction de la distance épacentrale Δ et de la profondeur focale h et S un facteur de site.

Pour un séisme donné, il n'y a pas une magnitude unique. On distingue la magnitude des ondes de volumes m, la magnitude des ondes de surface M_S , la magnitude locale M_L définie par Richter. De plus, la magnitude peut varier d'une station à l'autre suivant la position géographique de celle-ci. Cela est dû à des schémas de radiation non uniformes autour de l'épicentre (paragraphe 5.2.).

Suivant le type d'ondes considérées, la magnitude représente une mesure de l'énergie libérée dans une certaine bande de fréquences. La magnitude des ondes de surface correspond à des périodes de l'ordre de 20 secondes. Celle des ondes de volume à des périodes comprises entre 1 seconde et 5 secondes. Il convient donc de se montrer prudent dans l'utilisation des magnitudes d'autant qu'il n'y a pas uniformité d'utilisation entre les différents auteurs. Du point de vue de l'ingénieur, les magnitudes m ou M_L sont plus significatives car elles correspondent à la plage des fréquences de vibration propre des ouvrages usuels.

Plusieurs relations empiriques ont été proposées pour relier l'énergie libérée lors d'un séisme (énergie libérée sous forme radiative E_r) à la magnitude. Par exemple :

$$\log E_r = 11,4 + 1,5 M_L \quad (17)$$

où E_r est exprimé en ergs.

La magnitude peut être reliée au moment sismique par la relation (13).

$$\log \bar{\eta} + \log M_0 - \log G = 11,4 + 1,5 M_L \quad (18)$$

Pour les séismes importants, Lomnitz (1974) a proposé la relation :

$$\log M_0 = 19,9 + M_L \quad (19)$$

analogue, de par sa forme, à l'équation (18).

La magnitude s'exprime en chiffre arabe. Elle peut prendre des valeurs négatives et il n'y a théoriquement pas de borne supérieure à sa valeur. Une augmentation d'un degré de la magnitude correspond à une énergie libérée trente fois plus élevée. Les séismes destructeurs ont en général des magnitudes supérieures à 6,5. La plus forte magnitude attribuée à un séisme correspond au séisme de Lisbonne (1755) dont la magnitude a été évaluée à 8,5. Les séismes de magnitude inférieure à 3 - 3,5 ne sont pas ressentis par l'homme. En France, on enregistre, en provenance de la France et des pays limitrophes, environ 1500 séismes par an dont les magnitudes se répartissent comme suit :

	$M_L > 5$	1 à quelques unités
4 <	$M_L < 5$	10 à 15 séismes
3 <	$M_L < 4$	une centaine de séismes

Les autres ont des magnitudes comprises entre 1,5 (limite de détection du réseau du Laboratoire de Détection Géophysique) et 3.

5.1.4. Intensité

La violence d'un séisme à la surface du sol est souvent décrite sur une échelle non instrumentale, appelée échelle d'intensité. Le degré d'intensité attribué à un séisme est fonction des dégâts subis par les constructions et des effets ressentis par les personnes. Les échelles d'intensité sont nombreuses : Mercalli - Cancani - Sieberg (MCS) ; Mercalli Modifiée, Medvedev - Sponheuer - Karnik (MSK)... Elles sont graduées en chiffres romains variant de I à XII. On a donné à titre d'exemple en annexe, l'échelle d'intensité MSK qui est la plus utilisée dans les pays européens. Sur le continent américain, l'échelle Mercalli Modifiée lui est souvent préférée. En pratique ces deux échelles conduisent au même degré d'intensité, ce qui n'est pas le cas par exemple pour l'échelle MCS qui conduit à des degrés d'intensité plus élevés d'une unité pour les intensités comprises entre V et X. Des écarts du même ordre de grandeur existent également avec d'autres échelles (échelle japonaise, par exemple). Il convient donc, comme pour la magnitude, de préciser l'échelle d'intensité à laquelle on se réfère. D'autre part l'intensité d'un séisme diminuant avec sa distance à l'épicentre, la seule grandeur caractéristique est son intensité I_0 à l'épicentre. Même cette valeur peut ne pas être représentative des caractéristiques du séisme à sa source. Elle intègre l'effet d'autres paramètres comme celui des conditions locales du site (paragraphe 5.3.).

L'attribution d'un degré d'intensité comporte une part subjective importante qui peut conduire, suivant les auteurs et les régions, à des écarts significatifs (un degré ou plus). Certains organismes attribuent à un séisme l'intensité correspondant aux dommages les plus importants subis dans la localité. D'autres ont pour habitude de moyenniser les dégâts observés. Par ailleurs, il est certain que,

dans les zones faiblement sismiques, on a tendance à surévaluer l'effet d'un séisme alors qu'une certaine accoutumance, dans les régions fortement sismiques, conduit à dévaluer les effets d'un séisme. En conclusion, l'intensité n'est pas un paramètre fiable à utiliser en génie parasismique. Malheureusement jusqu'à une époque récente, deuxième moitié du XXème siècle, les données instrumentales sur les séismes sont quasiment inexistantes et les séismes anciens ne sont connus que par les destructions qu'ils ont causées. L'importance de la sismicité historique dans l'évaluation du potentiel sismique d'une région (paragraphe 6) impose donc de prendre en considération ce paramètre, malgré les fortes limitations qui lui sont afférentes.

Il existe des relations empiriques entre la magnitude M d'un séisme, sa profondeur focale h et son intensité à l'épicentre I_0 . Elles sont de la forme (KARNIK, ESTEVA - ROSENBLUETH) :

$$M = a I_0 + b \log h + c \quad (20)$$

Une relation de ce type a été développée par le Département de Sécurité Nucléaire du Commissariat à l'Energie Atomique Français. Elle relie la magnitude des ondes de volume m à l'intensité MSK par :

$$m = 0,55 I + 2,20 \log R - 1,14 \quad (21)$$

où R , exprimée en kilomètres, est la distance focale.

5.2. Facteurs liés au trajet parcouru

Une partie de l'énergie libérée à la source se propage par radiation d'ondes sismiques. Lors de leur trajet entre le foyer et le site à la surface de la terre, ces ondes rencontrent des hétérogénéités, des surfaces de discontinuité, des barrières naturelles. Ces obstacles ont pour effet de réfléchir et réfracter les ondes, de les polariser et de les convertir en d'autres types d'ondes : conversion d'ondes de volume en ondes de Rayleigh et en ondes de Love dans les milieux stratifiés. Par ailleurs, une partie de l'énergie transportée par ces ondes est absorbée dans les milieux qu'elles traversent du fait de l'amortissement propre, ou amortissement matériel, lié à l'hystérésis des matériaux. Tous ces phénomènes affectent la nature du mouvement sismique. L'éloignement de la source affecte le mouvement en diminuant son amplitude (diminution des accélérations, vitesses, déplacements avec la distance) et en modifiant son contenu spectral : les hautes fréquences sont filtrées et la fréquence fondamentale du mouvement abaissée. On a également noté précédemment que les magnitudes attribuées par divers organismes à un même séisme varient suivant la distribution géographique des stations à la surface de la terre. Cela reflète bien l'influence de la nature des terrains traversés.

La prise en compte de ces phénomènes est extrêmement complexe et impose en particulier de connaître la structure interne de la terre entre le foyer et le site. Celle-ci n'est généralement qu'approximativement connue et on rend compte

de l'influence du trajet parcouru à l'aide d'un seul paramètre : la distance de la source au site. Suivant les auteurs cette distance peut être la distance hypocentrale, la distance épacentrale ou la plus courte distance de la faille au site. La distance hypocentrale (ou focale) est souvent mal connue. La distance épacentrale est mieux connue mais son utilisation ne peut se concevoir que dans une zone donnée, où les profondeurs focales restent pratiquement équivalentes d'un séisme à l'autre. L'utilisation de la plus courte distance de la faille au site part de la considération simpliste que, le séisme résultant de la propagation d'une rupture le long d'un plan donné (le plan de faille), le mouvement sismique en un point sera plus fortement influencé par la plus courte distance à la zone de libération de l'énergie que par la distance au point où s'est initiée la rupture.

5.3. Facteurs liés aux conditions locales

Les conditions géologiques locales, les conditions topographiques, les interactions sol-structure modifient la nature du mouvement sismique. On s'est généralement attaché à mettre en évidence l'effet de la géologie locale (nature et caractéristiques des terrains). Cependant des études analytiques ont permis, ces dernières années, de montrer l'influence des autres paramètres. Les phénomènes d'interaction sol-structure peuvent altérer la nature du mouvement enregistré dans un bâtiment par rapport au mouvement réel du sol à l'extérieur de ce bâtiment. Les radiers de dimensions importantes peuvent, par exemple, filtrer les hautes fréquences. L'influence de l'interaction sol-structure sera étudiée plus en détail chapitre VII. L'influence de la topographie a été par exemple mise en évidence par BOORE (1973) qui a montré que l'accélération maximale particulièrement élevée (1,25 g), enregistrée au barrage de Palcoma pendant le séisme de San Fernando, résultait de la configuration du site du barrage (vallée encaissée) et de la position de l'appareil enregistreur au sommet d'un des appuis. Sans cette amplification topographique, l'accélération n'aurait été que de 0,73 g. BARD et BOUCHON (1980) ont étudié analytiquement la réponse d'un bassin sédimentaire. Leurs résultats font apparaître, pour certaines fréquences, une amplification notable et une augmentation de la durée du mouvement en surface du bassin. Cela est principalement dû à la formation d'ondes de surface locales (Rayleigh - Love).

L'influence de la géologie locale est généralement mise en évidence à l'aide d'une classification sommaire de la nature des sites : sols rocheux, raides, intermédiaires ou très mous. La modification du mouvement sismique, lorsque l'on passe d'un type de sol à un autre, peut être examinée à l'aide des paramètres caractéristiques de ce mouvement : accélération ou vitesse maximale, spectre de réponse, ... Toutes les études statistiques réalisées sur des enregistrements réels [SEED et al, 1976 ; TRIFUNAC et BRADY, 1975 ; JOYNER et BOORE, 1981] montrent que l'accélération maximale en surface du sol est le paramètre le moins affecté par la nature et les caractéristiques des couches sous-jacentes. Les sols mous font exception à la règle, en présentant une atténuation moins rapide de l'accélération maximale avec la distance. De plus, aux forts niveaux d'accélération, leur capacité de résistance moins élevée limite les accélérations maximales qu'ils sont capables de transmettre en surface. La vitesse ou le déplacement maximal sont des paramètres beaucoup plus sensibles à la nature du sol. Plus la rigidité du sol est faible, plus grands sont les déplacements et les vitesses. Le sol se comporte comme un gros appui néoprène qui écrête les efforts, et donc les accélérations, en compensation d'une augmentation des déplacements.

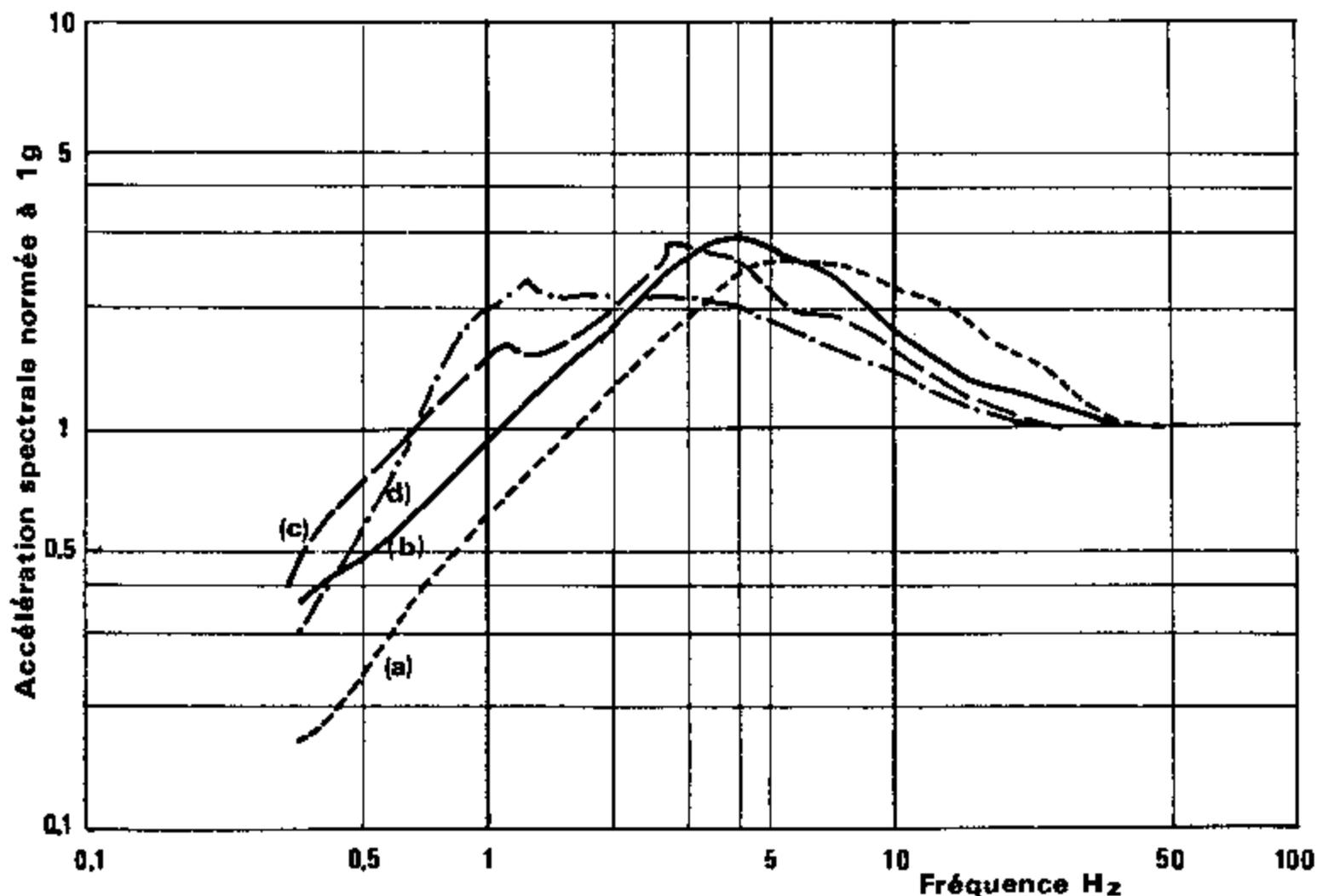


Figure 10 - Spectres de réponse moyens (Seed et al, 1976 a)

- (a) rocher
- (b) sols raides
- (c) sols pulvérulents profonds
- (d) sols mous

L'influence de la nature du sol est également mise en évidence de façon très nette en examinant les spectres de réponse à la surface du sol. SEED, UGAS et LYSMER (1976) ont réalisé une étude statistique des spectres de réponse en accélération d'enregistrements de séismes en surface de différents types de sol, répartis en quatre catégories. Leurs résultats sont présentés sur la figure 10 en normant l'accélération maximale du sol (accélération à période nulle) à une même valeur. La fréquence prédominante du mouvement, correspondant au pic du spectre de réponse, diminue lorsque la raideur du sol diminue. Autrement dit, plus le sol est mou plus il filtre les hautes fréquences contenues dans le mouvement incident. Une structure raide sera donc plus vulnérable sur rocher que sur sol mou et vice versa. Par ailleurs, la plage de fréquences où l'accélération spectrale reste élevée est plus étendue pour les sols à faible raideur. Des résultats analogues ont été obtenus par FACCIOLO (1978) pour des sols très mous (vitesse de propagation de l'onde de cisaillement de l'ordre de 100 m/s sur une dizaine de mètres d'épaisseur), MOHRAZ (1976) pour des sols rocheux, HAYASHI (1971) pour des sols analogues à ceux de l'étude de SEED et al.

Remarque : les études de SEED et al ou de MOHRAZ ont été basées sur des études statistiques ne faisant pas intervenir la magnitude. Autrement dit, la forme du spectre est indépendante de la magnitude et de la distance à la source. Il semblerait qu'en réalité, la forme du spectre de réponse dépende également de ces paramètres. Les spectres de FACCIOLI ont été développés sur cette base tout comme ceux du CEA en France. Ces derniers ne font cependant pas intervenir la nature du sol.

En conclusion, les conditions locales d'un site (topographie, géologie) ont une influence fondamentale sur la nature du mouvement à la surface du sol. Cette influence n'a pas toujours reçu, dans les études et dans les règlements, l'attention qu'elle mériterait bien que, au cours de ces dernières années, on assiste à un revirement notable de cette tendance.

5.4. Lois d'atténuation

Basées sur l'analyse statistique des enregistrements de séismes, elles permettent de déterminer un des paramètres caractéristiques du mouvement sismique (accélération maximale, vitesse maximale, accélération spectrale ...) en fonction des paramètres influant sur la nature de ce mouvement (magnitude ou intensité, distance, conditions locales). Les lois d'atténuation donnant l'accélération maximale sont de loin les plus nombreuses. En 1978, IDRIS en dénombreait 32, contre 15 donnant la vitesse maximale et seulement 10 le déplacement. La plupart des relations prennent la forme :

$$\log y = A + f(M) + g(R) + h(G) \quad (22)$$

où y = paramètre recherché (accélération, vitesse ...)
 f, g, h = fonctions de la magnitude (M), de la distance (R) et des conditions locales (G)
 A = constante.

Quelques relations [DONOVAN - BORNSTEIN, 1978] ne séparent pas les variables M et R et font intervenir une fonction $f(M, R)$.

La forme choisie pour l'équation (22) implique que la distribution du paramètre y est lognormale et qu'il y a possibilité de séparer les variables M, R et G. Ces hypothèses ne sont pas totalement testées et résultent de postulats plus que de vérifications expérimentales.

Les fonctions f , g et h prennent généralement, quels que soient les auteurs, des formes analogues. On peut retenir :

$$f(M) = B M + B' M^2 \quad (23)$$

où B et B' sont des constantes sauf pour DONOVAN - BORNSTEIN qui prennent B fonction de R. B' est le plus souvent nulle.

$$g(R) = E \ln(R + C)$$

(24)

où E et C sont des constantes. Une valeur de C non nulle conduit à une atténuation plus lente du paramètre γ au voisinage de la source.

$$h(G) = K$$

(25)

où K est une constante. Souvent la fonction h est ignorée, ou différentes relations du type (22) sont données pour différentes conditions de site.

Les paramètres M, R et G, intervenant dans les relations (23) à (25), ont des significations différentes suivant les auteurs et il convient de prêter attention à la définition utilisée pour l'obtention de la loi d'atténuation. La magnitude peut être la magnitude des ondes de surface M_S , la magnitude locale M_L , la magnitude des ondes de volume m. La distance correspond soit à la distance focale, soit à la distance épacentrale ou à la plus courte distance à la faille. Enfin, la classification géologique d'un site ne fait pas l'unanimité. S'il n'y a généralement pas d'ambiguïté pour un site rocheux, la définition d'un site intermédiaire ou d'un site mou peut varier notablement d'une loi d'atténuation à l'autre. En toute rigueur, une loi d'atténuation ne doit pas être utilisée avec des paramètres ayant une signification différente de celle des paramètres ayant servi à la déterminer.

De même, la plupart des enregistrements disponibles de par le monde correspondent à des événements enregistrés à des distances à la source supérieures à une vingtaine de kilomètres. Les données ayant servi à établir les lois d'atténuation (équation 22) étant identiques pour tous les auteurs (à une date donnée), toutes ces lois conduisent à des résultats comparables dès que la distance à la source devient suffisante. Seuls quelques dizaines d'enregistrements ont été recueillis à des distances à la source inférieures à dix kilomètres. Dans ces conditions, la prédiction du paramètre γ devient imprécise au voisinage de la source et les différentes lois d'atténuation conduisent à des résultats pouvant varier dans le rapport de 1 à 3. Compte tenu du faible nombre de données disponibles, les extrapolations faites par les différents auteurs sont :

- soit basées sur le jugement de l'auteur ;
- soit obtenues d'après la fonctionnelle statistique (équation 22) ajustée sur des événements lointains. Dans ce cas les résultats sont obtenus après extrapolation hors du domaine des points expérimentaux ayant servi à établir la fonctionnelle, ce qui est fortement contestable ;
- soit obtenues à partir des rares données disponibles. Leur valeur statistique est alors douteuse ;
- soit enfin obtenues à partir de lois d'atténuation théoriques calées sur des événements lointains. Ces lois d'atténuation sont par exemple établies à partir d'une simulation du mécanisme au foyer. Cette approche a été suivie par JOYNER et BOORE (1981) par exemple.

En conclusion, les lois d'atténuation sont nombreuses et l'ingénieur se doit de rechercher, parmi toutes les lois d'atténuation disponibles, la mieux adaptée à

son problème. Pour une bibliographie complète sur les lois d'atténuation, on pourra se reporter à IDRIS (1978). On ne citera, à titre d'exemple, et sans préconiser l'emploi de ces lois de préférence à d'autres, que celle donnée par SEED et al (1976) sous forme graphique et celle proposée par JOYNER et BOJRE (1981) sous forme analytique.

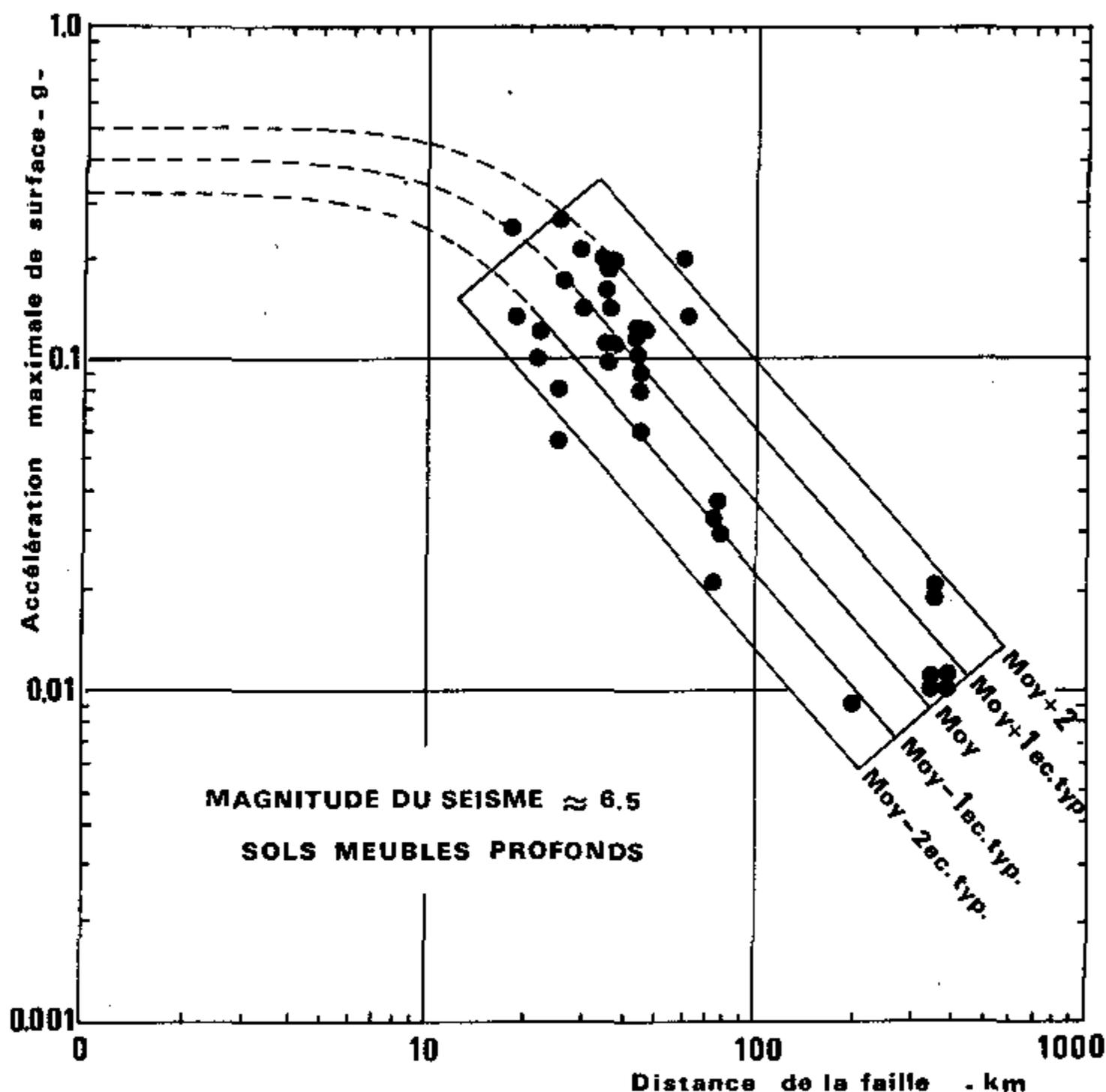


Figure 11. Loi d'atténuation de l'accélération (Seed et al, 1976 b)

La figure 11 donne la variation, à la surface de sols meubles profonds (> 75 m), de l'accélération maximale avec la distance (plus courte distance à la faille) pour des séismes de magnitude locale voisine de 6,5. Des graphiques analogues ont été proposés, par les mêmes auteurs, pour des sites rocheux ou des sols raides de profondeur réduite (< 30 m). On constate, ce qui avait été noté précédemment, une dispersion importante et l'absence de données à proximité de la source.

JOYNER et BOORE (1981) ont proposé, pour des séismes superficiels (proondeur focale variant entre 5 et 10 kilomètres) les expressions suivantes pour l'accélération maximale A (exprimée en g) et la vitesse maximale V (cm/s) :

$$\begin{cases} \log A = -1,02 + 0,249 M - \log r - 0,00255 r \\ r = (d^2 + 7.3^2)^{1/2} \end{cases} \quad (26-a)$$

$$\begin{cases} \log V = -0,67 + 0,489 M - \log r - 0,00256 r + 0,17 S \\ r = (d^2 + 4.0^2)^{1/2} \end{cases} \quad (26-b)$$

où d (km) est la plus courte distance à la projection de la surface de rupture, M la magnitude du moment sismique (définie par une équation analogue à l'équation 19) et S prend la valeur 0 sur le rocher et 1 sur des sols non rocheux. La loi d'atténuation de l'accélération ne dépend pas de ce paramètre.

Les deux lois d'atténuation proposées sont difficilement comparables directement car la définition de la magnitude n'est pas rigoureusement identique. On constate cependant, qu'en première approximation, elles conduisent à des résultats comparables.

En France, les lois d'atténuation développées par le CEA corrént le spectre d'accélération à la magnitude et à la distance focale. On obtient ainsi directement le spectre de réponse [DEVILLERS, MOHAMMADIOUN, 1981].

L'accélération spectrale s'écrit :

$$A(f) = C 10^{\alpha M} R^n \quad (27)$$

où α , n et C sont des coefficients variables avec la fréquence.

La nature du site n'est pas prise en considération ; par contre, la forme du spectre de réponse obtenu dépend de la magnitude et de la distance, par opposition à des formes standards de spectres analogues à celles de la figure 10. Des corrélations de ce type ont également été proposées par FACCIOLI (1978) pour des sols mous.

6. EVALUATION DU RISQUE SISMIQUE D'UNE REGION

Il existe deux grandes catégories d'approche pour l'évaluation du mouvement sismique dans une région. La première, probabiliste, consiste à examiner les séismes en terme de processus stochastique. Il est alors possible de définir un modèle statistique reproduisant, par exemple, une succession de séismes importants. Un des modèles les plus utilisés, utile lorsque la seule information disponible consiste en un catalogue de séismes importants dans une région, est

basé sur les deux hypothèses suivantes :

- le nombre de séismes en une année est une variable aléatoire avec une distribution de Poisson, de moyenne λ .

- la magnitude M du séisme est une variable aléatoire avec pour fonction de distribution cumulative :

$$F(M) = 1 - e^{-\lambda M} \quad (28)$$

Un tel modèle permet le calcul de périodes de retour, et du nombre de séismes excédant une valeur donnée de la magnitude pendant une année. Des modèles plus élaborés peuvent être construits. On se reportera pour une discussion approfondie de ces modèles à NEWMARK - ROSENBLUETH (1971) et LOMNITZ (1974). Ces théories probabilistes constituent la base des études de risque sismique [CORNELL, 1968] en termes de probabilité.

L'autre approche, déterministe, vise à définir le potentiel sismique d'une région en termes de valeur maximale d'un des paramètres caractéristiques du mouvement. Pour aboutir à cette détermination, deux méthodes sont disponibles : l'une analytique consiste à faire intervenir le mécanisme à la source (dimensions de la source, chute de contrainte, ...) à l'aide d'un modèle du type de celui décrit au paragraphe 5.1.2., la nature géologique du matériau dans lequel se développent et se propagent les ondes, les accidents géologiques et topographiques qu'elles rencontrent. Cette approche, extrêmement complexe du fait du nombre élevé de paramètres à prendre en compte, fait l'objet de développements importants [BOORE, 1973]. Elle n'a été utilisée qu'en de très rares occasions en relation avec des projets réels ; elle a cependant permis d'évaluer des sens de variation ou d'estimer des valeurs maximales des paramètres caractéristiques du mouvement sismique. Il n'est pas douteux que cette méthode soit appelée à connaître des développements importants.

Devant la complexité de cette méthode et la méconnaissance du mécanisme réel de la rupture, une approche purement empirique a été développée. Elle est actuellement la plus couramment utilisée et est suivie en particulier en France par EDF et le CEA dans l'évaluation du risque sismique des centrales nucléaires. Elle peut se résumer de la façon suivante : à partir de l'examen des séismes survenus dans le passé dans une région de structure géologique homogène, on détermine le séisme le plus important connu et on admet qu'un séisme analogue peut se produire à n'importe quel moment en un point quelconque de cette région. A l'aide de lois d'atténuation, correctement choisies, on détermine les caractéristiques (accélération, durée, contenu spectral, ...) de ce séisme maximal sur le site. Les étapes de cette démarche sont les suivantes :

6.1. Détermination de provinces sismotectoniques

Une province sismotectonique est une zone caractérisée à la fois par une structure tectonique homogène et par une répartition sensiblement homogène de la sismicité historique. Cette détermination n'est pas chose aisée car elle suppose connue la structure tectonique à la profondeur des foyers, soit à des profondeurs supérieures à 5 à 10 kilomètres. Pour parvenir à cette détermination,

à l'analyse géologique et tectonique classique, on adjoint l'étude des linéaments et de la néotectonique de la région. Les linéaments sont obtenus à partir de photos satellite ; ils permettent la mise en évidence d'accidents structuraux importants que l'on suppose liés à la géologie profonde. Par exemple les photographies obtenues à partir du satellite LANDSAT ont permis l'établissement d'une carte des linéaments du Bassin Méditerranéen [BIJU - DUVAL et al, 1976].

La néotectonique comporte l'étude des déformations récentes de la croûte terrestre. Par déformations récentes, on entend les déformations datant du quaternaire (2 millions d'années). Dans certaines régions (Californie, par exemple), il est possible d'obtenir des informations plus récentes, datant de l'Holocène, période récente (10 000 ans) du quaternaire [ALLEN, 1976].

L'ensemble de ces données, allié aux données de sismicité historique (paragraphe 6.2.), permet de définir des provinces sismotectoniques. En France, ce travail a été réalisé par le BRGM en collaboration avec le CEA et EDF et a donné lieu à l'établissement d'une carte sismotectonique de la France.

6.2. Sismicité historique

Les données relatives à la sismicité historique d'une région sont généralement difficiles à obtenir. Antérieurement aux années 1960, les données instrumentales sont pratiquement inexistantes. En conséquence, ces données sont souvent peu fiables, particulièrement en ce qui concerne les localisations d'épicentres. L'attribution de degrés d'intensité peut aussi être parfois sujette à caution (paragraphe 5.1.4.). Enfin, la transcription de documents d'historiens peut parfois donner lieu à des erreurs capitales. C'est ainsi qu'un séisme important ayant causé la mort de 45 000 personnes en 854 après Jésus-Christ a été attribué par erreur à la ville de Tunis en lieu et place de Tinis (Egypte) à la suite d'une faute de transcription des documents arabes [AMBRASEYS, 1982]. De telles erreurs modifient totalement l'analyse de la sismicité d'une région. Une analyse critique de la sismicité d'une région nécessite donc la collaboration d'historiens, sismologues et ingénieurs.

Ce travail de compilation a été réalisé par certains auteurs en ce qui concerne soit les séismes les plus importants, soit des régions déterminées du globe, soit enfin des périodes de temps restreintes [GUTENBERG - RICHTER 1954, KARNIK 1971, ROTHE 1969]. Certains organismes (UNESCO, International Seismological Center de Newbury - GB) tiennent également des catalogues de séismes couvrant des périodes de temps déterminées. Les renseignements contenus dans ces différentes sources sont souvent redondants, parfois complémentaires surtout en ce qui concerne la description de l'événement (magnitude, profondeur focale ...), quelquefois contradictoires. Il convient donc d'utiliser ces données avec le plus grand soin.

Cette analyse de sismicité historique permet, en conjonction avec l'étude tectonique et géologique, de définir des provinces sismotectoniques. Elle permet également d'attribuer à chaque province un séisme maximum historiquement vraisemblable (SMHV). Ce séisme ne correspond pas obligatoirement au séisme de projet. Ainsi, pour les centrales nucléaires françaises, EDF et le CEA déterminent le SMHV d'intensité à l'épicentre I_0 . Le séisme maximum de sûreté (SMS), devant servir au dimensionnement des ouvrages, est défini par une intensité égale à celle du SMHV augmentée d'une unité ; à un SMHV d'intensité VIII MSK est associé un SMS d'intensité IX MSK.

6.3. Définition du mouvement sur le site

Le séisme maximal de projet, retenu dans chaque province sismotectonique contenant le site ou contiguë à la province du site, est déplacé, en plan, à l'intérieur de sa province jusqu'au point le plus proche du site. En particulier, le séisme maximal de la province où est situé le site est déplacé jusqu'à la verticale de ce site en conservant sa profondeur focale. Si le séisme maximal peut être rattaché à un accident tectonique bien identifié, il est déplacé le long de cet accident.

A l'aide de lois d'atténuation appropriées (paragraphe 5.4), on évalue l'effet sur le site de chaque séisme maximal. Le mouvement sismique sur le site est caractérisé par une accélération maximale, une durée, un contenu spectral, ... dérivés de ces lois d'atténuation. Souvent, l'influence des paramètres affectant le mouvement sismique est reflétée par la seule valeur de l'accélération maximale. Le spectre de réponse du mouvement est donné à l'aide d'un spectre enveloppe lissé, calé au niveau d'accélération maximale proposé. Un tel spectre est sensé être valable pour toutes les natures de sol et quelles que soient les caractéristiques du séisme : c'est le cas du spectre de l'American Nuclear Regulatory Commission (NRC). Cette approche est généralement très conservatrice, sauf dans certaines configurations très particulières. On peut également, dans le choix du spectre de réponse, tenir compte de la nature des sols (figure 10) sans tenir compte des caractéristiques du séisme ou vice versa (lois d'atténuation du CEA). Les lois d'atténuation donnant des spectres de réponse fonction des caractéristiques du sol, et de celles du séisme restent limitées [FACCIOLI 1978, par exemple].

La caractérisation du mouvement sismique par un spectre de réponse suffit souvent pour mener à bien les calculs de dimensionnement des ouvrages (cas de l'analyse modale). Cependant, les calculs d'interaction sol-structure élaborés, prenant en compte les non-linéarités du sol ou de la structure, les analyses de liquéfaction, nécessitent une définition temporelle du mouvement. L'obtention d'accélérogrammes caractéristiques du mouvement peut se faire soit en générant artificiellement des accélérogrammes ayant pour spectre de réponse celui défini précédemment, soit en recherchant parmi les enregistrements de séismes réels disponibles les séismes dont les caractéristiques (magnitude, distance à la source, nature des sols) sont proches de celles du séisme de projet. Il est alors possible, par de légères affinités sur les valeurs des accélérations et sur l'échelle des temps, d'ajuster les caractéristiques de ces enregistrements à celles requises. Si cette approche est retenue, il est nécessaire de choisir plusieurs enregistrements pour échapper à des particularités (trous ou pics à certaines fréquences importantes) d'un enregistrement donné. Cela présente l'inconvénient de multiplier le nombre de calculs mais offre l'avantage de travailler avec des mouvements de sols souvent plus réalistes que ceux obtenus artificiellement. Cela est particulièrement sensible pour les études de liquéfaction. Les enregistrements réels de séismes peuvent être obtenus dans des sismothèques rassemblant ces données : CEA en France, California Institute of Technology aux Etats-Unis, National Research Center for Disaster Prevention au Japon, ...

La démarche décrite ci-dessus pour la définition du mouvement sismique sur le site est généralement suivie pour la composante horizontale du mouvement. Le mouvement vertical est généralement moins dommageable pour les structures dimensionnées sous chargement statique pour supporter leur propre poids (accélération de 1 g). Les études statistiques ont montré que la valeur maximale de l'accélération verticale est en moyenne égale à 0,5 à 0,7 fois la valeur maximale

de l'accélération horizontale. Il existe cependant des exceptions qui s'expliquent généralement par des particularités géologiques ou tectoniques : ainsi, le séisme d'El Asnam, provoqué par le mouvement d'une faille inverse jouant verticalement, a donné naissance à des accélérations verticales plus importantes que les accélérations horizontales. En règle générale, lorsque le niveau d'accélération horizontale a été déterminé pour un site, le niveau d'accélération verticale est pris égal aux deux tiers de cette valeur. Le spectre de réponse associé est plus riche en hautes fréquences que celui associé à la composante horizontale.

7. CONCLUSIONS

L'évaluation des caractéristiques du mouvement sismique sur un site est la première, et actuellement la moins bien cernée, des étapes conduisant au dimensionnement parasismique des ouvrages. Elle fait intervenir en étroite relation de nombreuses disciplines : géologie, histoire, sismologie, géotechnique, statistique, ... S'il est facile de caractériser le mouvement en un point à l'aide d'un certain nombre de paramètres utilisables par les ingénieurs, il est beaucoup plus difficile de rendre compte de la façon dont ces paramètres sont affectés par le mécanisme du séisme et la géologie environnante. Actuellement, cela est réalisé de façon empirique par un traitement statistique de données de base. Dans un avenir plus ou moins proche, un traitement plus fondamental du problème à partir du mécanisme à la source permettra vraisemblablement d'aborder la question de l'évaluation des caractéristiques du mouvement sismique d'une région de façon plus rationnelle. Cette approche devrait permettre de pallier le manque de données en particulier au voisinage des failles.

Chapitre I

COMPORTEMENT DES SOLS SOUS CHARGEMENT CYCLIQUE

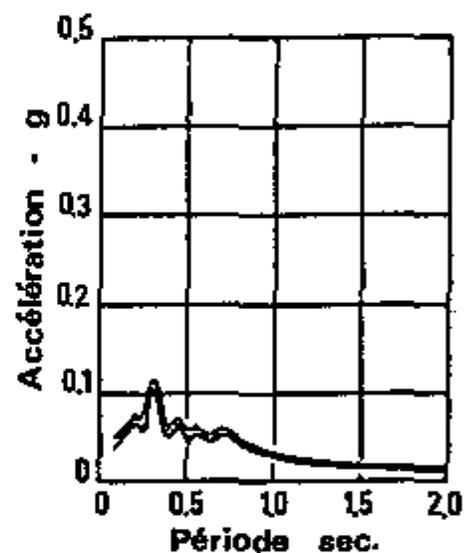
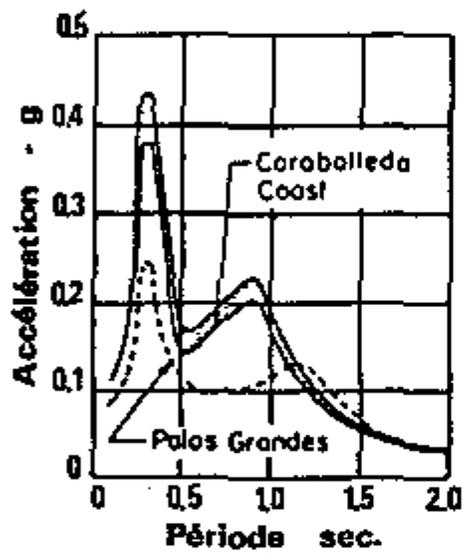
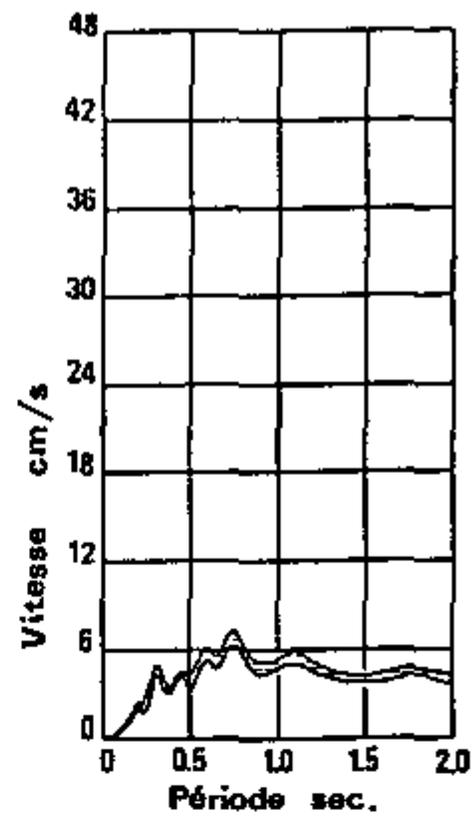
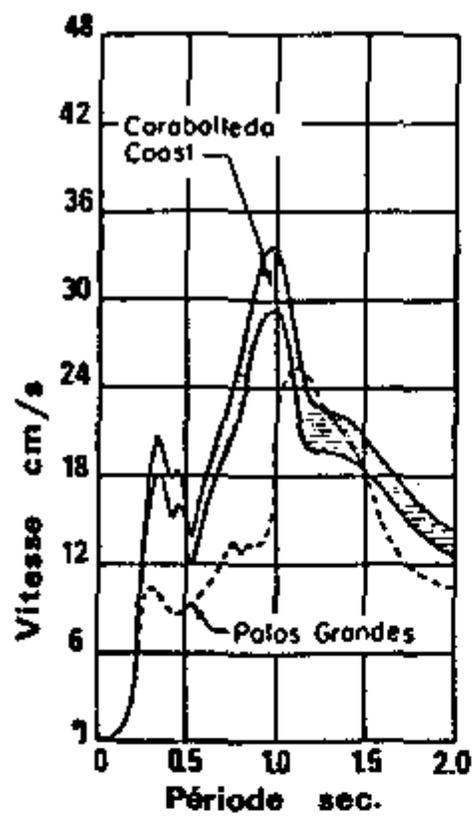
1. INTRODUCTION

L'étude du mouvement sismique a mis en évidence l'importance de la nature des couches géologiques de surface sur les caractéristiques de ce mouvement. Un exemple de cette influence est donnée sur la figure 1 qui représente les spectres de réponses en vitesse et en accélération calculés à partir des accélérogrammes enregistrés dans la vallée de Caracas (Vénézuéla) lors du séisme de 1967 [SEED et al, 1972]. Les deux stations d'enregistrement peuvent être considérées comme suffisamment proches l'une de l'autre (distance nettement inférieure à la distance hypocentrale) pour que les autres paramètres influant sur la nature du mouvement sismique (paramètres liés à la source et au trajet) puissent être considérés comme semblables. La différence de nature des mouvements entre l'affleurement rocheux et le centre de la vallée traduit l'influence des caractéristiques géotechniques des sols de fondation.

L'étude du comportement des sols sous chargement cyclique, qui constitue l'objet du présent chapitre, apparaît donc comme une étape essentielle du génie parasismique.

2. DESCRIPTION DU COMPORTEMENT DES SOLS

Une description complète du comportement du sol est obtenue si, partant d'un état d'équilibre caractérisé par un champ de contrainte σ et un champ de déformation ϵ , il est possible de déterminer le nouvel état de déformation obtenu après application d'un incrément de contrainte $d\sigma$. Cette description est obtenue à l'aide de la loi de comportement du sol.



$a_{max} = 0.10 \text{ to } 0.11 \text{ g}$

$a_{max} = 0.03 \text{ to } 0.035 \text{ g}$

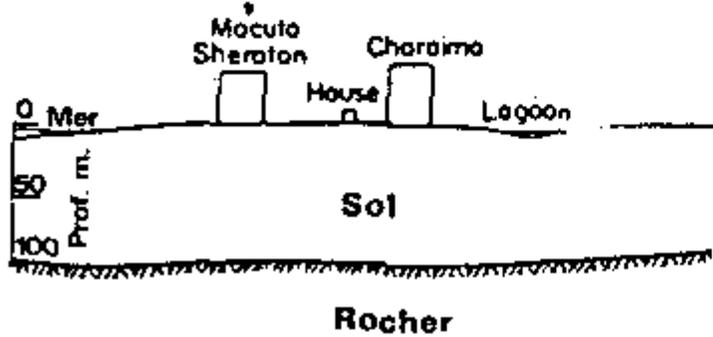


Figure 1 Spectre de réponse à CARABALLEDA (1967)

La loi de comportement est une relation liant le tenseur de contrainte $\underline{\sigma}$, le tenseur de déformation $\underline{\epsilon}$ et leurs incréments $d\underline{\sigma}$ et $d\underline{\epsilon}$. En toute généralité, le temps intervient également comme paramètre dans la relation précédente / Cependant pour les sols on verra, qu'en règle générale, le temps n'intervient pas dans l'expression de la loi de comportement. La formulation de la loi de comportement est obtenue dans le cadre d'une théorie donnée : élasticité, visco-élasticité, élasto-plasticité ... Elle constitue le but ultime de la description du comportement du sol. Cependant, en raison de la complexité de description de ce comportement, dont un aperçu sommaire sera donné au paragraphe 3, une approche plus expérimentale et plus pragmatique est souvent employée en mécanique des sols. Cette approche est un substitut au modèle théorique que constitue la loi de comportement.

2.1. Loi de comportement

Sa détermination se fait, dans le cadre d'une théorie donnée, à partir d'un petit nombre de résultats expérimentaux. Le modèle ainsi déterminé permet d'évaluer le comportement du sol soumis à des chemins de contraintes quelconques, tels que ceux suivis in situ lors d'un séisme. Ces chemins de contraintes sont généralement plus complexes que ceux ayant servi à l'établir. Le modèle doit être formulé en contraintes effectives puisque le comportement du sol est régi par ces contraintes. Pour être totalement valable, il doit pouvoir être testé sous des chemins de contraintes différents de ceux ayant servi à l'établir. Pour cela, les moyens expérimentaux dont on dispose étant relativement limités, le modèle doit rester simple et ne pas faire intervenir un trop grand nombre de paramètres dont la détermination nécessiterait la mise en oeuvre de l'ensemble des moyens disponibles.

2.2. Description expérimentale

La deuxième approche, plus pragmatique, relève d'une démarche courante en mécanique des sols. Elle consiste à anticiper le mode de chargement auquel va être soumis en place un élément de sol lors de la sollicitation sismique. Ce mode de chargement est reproduit au laboratoire de façon aussi fidèle que possible, compte tenu des moyens expérimentaux qu'il est possible de concevoir. Le comportement du sol sous ce type de chargement est alors caractérisé par une courbe effort - déformation qui est directement utilisée pour rendre compte du comportement du sol en place. Ainsi, en se référant à la figure 2, pour évaluer les tassements d'une couche de sol sous un remblai de grandes dimensions, on utiliserait la courbe expérimentale B obtenue en imposant une déformation latérale nulle à l'éprouvette.

A l'échelle de temps des sollicitations sismiques, la plupart des sols ont au cours de la sollicitation cyclique un comportement non drainé. La perméabilité du sol n'est pas suffisante (par rapport à la vitesse d'application des charges) pour permettre un drainage de celui-ci. En conséquence, dans ce type d'approche, les contraintes cycliques imposées et les résultats sont exprimés en termes de contraintes totales. Cette approche constitue un pis-aller, classique en mécanique des sols ; en effet, comme on l'a indiqué, le comportement du sol est régi par les contraintes effectives et la compréhension de son comportement non drainé réside dans la loi de comportement. Cette loi de comportement détermine la

tendance à la variation de volume du sol qui se traduit, en comportement non drainé ou partiellement drainé, par une variation de pression interstitielle donc de contrainte effective.

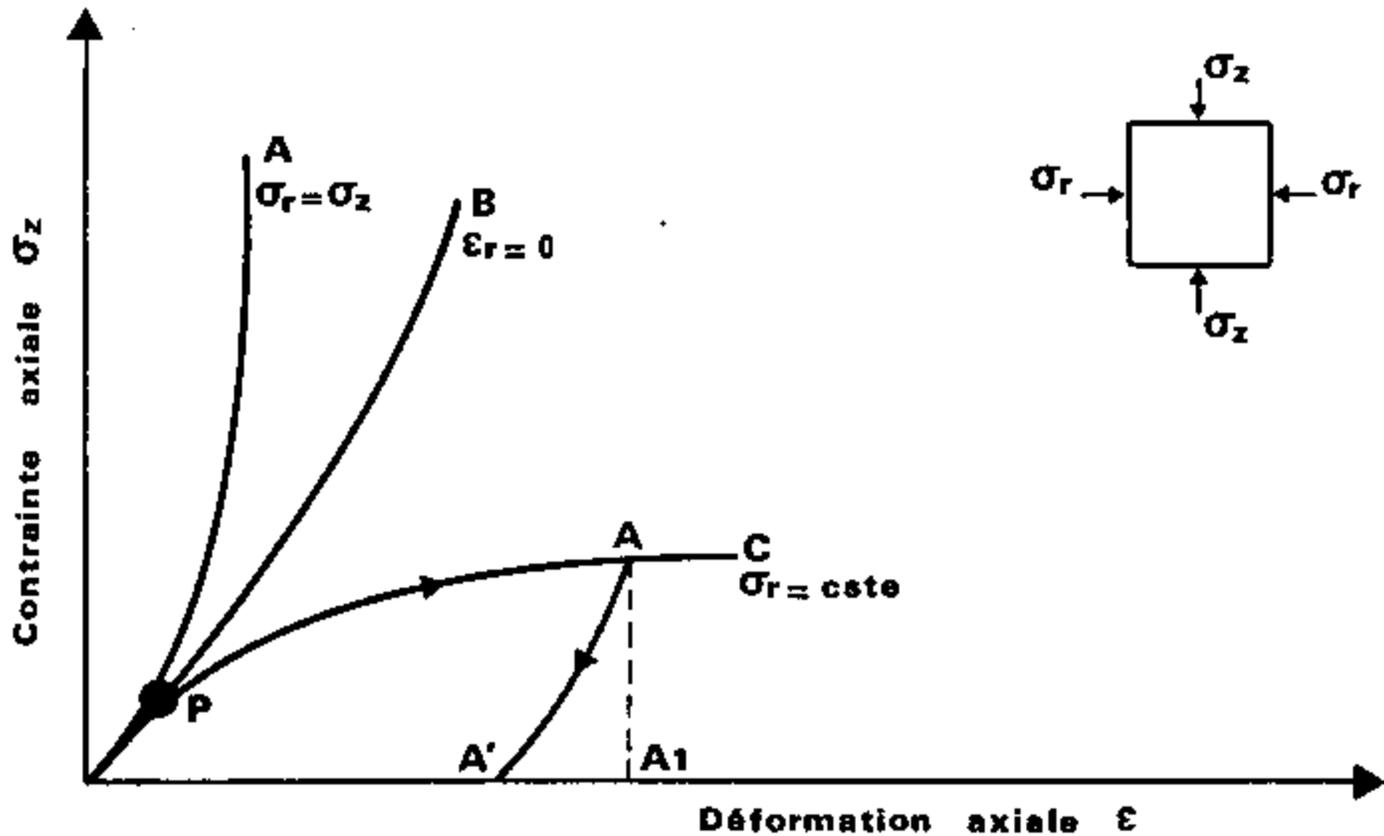


Figure 2 Courbe effort-déformation
Chargement quasi statique monotone

La limitation de cette deuxième approche en contraintes totales apparaît clairement dès que les conditions de drainage deviennent complexes. Par ailleurs elle reste nécessairement d'application limitée aux chemins de contraintes testés dans les essais. Ceux-ci requièrent souvent des simplifications importantes par rapport aux trajets de chargement réels.

En dépit de ces restrictions importantes, qu'il convient de toujours garder à l'esprit, la suite du chapitre sera en grande partie basée sur cette deuxième approche qui reste la plus utilisée dans la pratique courante. On généralisera cependant ces résultats pour donner des formulations générales de lois de comportement.

3. OBSERVATIONS EXPERIMENTALES

3.1. Chargement monotone

Avant d'aborder l'étude du comportement des sols sous chargement cyclique, il paraît nécessaire de faire un rappel sur le comportement des sols sous chargement quasi-statique monotone. La figure 2 présente de façon schématisée des courbes

effort-déformation obtenues à l'appareil triaxial pour trois chemins de contraintes différents :

- compression isotrope (courbe A)
- essai à déformation latérale nulle (courbe B)
- essai triaxial classique à contrainte radiale (ou pression de confinement) constante (courbe C)

L'examen de ces résultats expérimentaux montre que :

a) il existe un domaine de faibles déformations pour lequel la relation entre la contrainte appliquée et la déformation associée est linéaire. Si à l'intérieur de ce domaine de déformation on effectue une décharge (diminution de la contrainte appliquée), le trajet suivi dans le plan (σ, ϵ) est identique au trajet suivi lors de la charge. En particulier si l'effort revient à zéro, la déformation résiduelle de l'échantillon est nulle. Le sol a un comportement élastique linéaire.]

b) au-delà d'un certain seuil de contrainte et quelque soit le chemin de contrainte suivi, la relation effort - déformation n'est plus une droite. Le comportement du sol cesse d'être linéaire. Notons cependant que la non linéarité n'exclurait pas a priori l'hypothèse d'un comportement élastique qui se traduirait par un trajet de décharge identique à celui de la charge. Certains matériaux présentent en effet des comportements élastiques non linéaires.

c) si à partir d'une contrainte suffisamment élevée (point A sur la courbe C) on effectue une décharge de l'échantillon, le trajet suivi lors de la décharge n'est plus identique au trajet suivi lors de la charge. En particulier, lorsque le déviateur appliqué redevient nul, il y a apparition d'une déformation résiduelle. C'est l'existence de cette déformation résiduelle qui traduit le fait que, lors du trajet OA, le comportement du sol n'est plus élastique même non linéaire. Lors de la décharge, la courbe effort - déformation est très approximativement une droite. Lors de la recharge et jusqu'au niveau de contrainte σ_A associé au point A, le trajet suivi est identique à celui suivi lors de la décharge. Le comportement du sol est de nouveau élastique linéaire. Cependant, alors que précédemment le domaine d'élasticité s'étendait jusqu'à la contrainte σ_p , le chargement antérieur a eu pour effet d'étendre ce domaine d'élasticité. En recharge les déformations restent élastiques jusqu'en A. On dit qu'il y a eu écrouissage du matériau. En A la déformation est donc la somme d'une déformation élastique $A'A_1$, récupérable lors d'une décharge, et d'une déformation irréversible OA' appelée déformation plastique. Le comportement du sol est dit élastoplastique.

Dans la réalité, même en décharge, le comportement du sol n'est pas élastique linéaire ; des déformations irréversibles apparaissent même pour des décharges partielles. C'est l'effet Bauschinger.

d) pour certains trajets de chargement (courbe C) la déformation devient très importante pour une valeur finie de la contrainte appliquée. Le sol atteint un état de rupture.

Les constatations qui viennent d'être mises en évidence sous chargement unidirectionnel se généralisent à des chargements plus complexes. Sous chargement quasi-statique monotone le comportement du sol est donc caractérisé par un domaine d'élasticité (domaine à l'intérieur duquel les déformations restent

élastiques), variable au cours du chargement, et au-delà duquel apparaissent des déformations plastiques irréversibles. Pour certains chemins de contrainte le sol peut atteindre un état de rupture.

3.2. Chargement cyclique

Il est d'usage dans les calculs de réponse dynamique d'un profil de sol ou dans les problèmes d'interaction sol - structure de considérer que le mouvement sismique a pour origine une onde de cisaillement se propageant verticalement. Dans ces conditions, un élément de sol pris à une profondeur h dans le profil est soumis au cycle de chargement représenté à la figure 3.

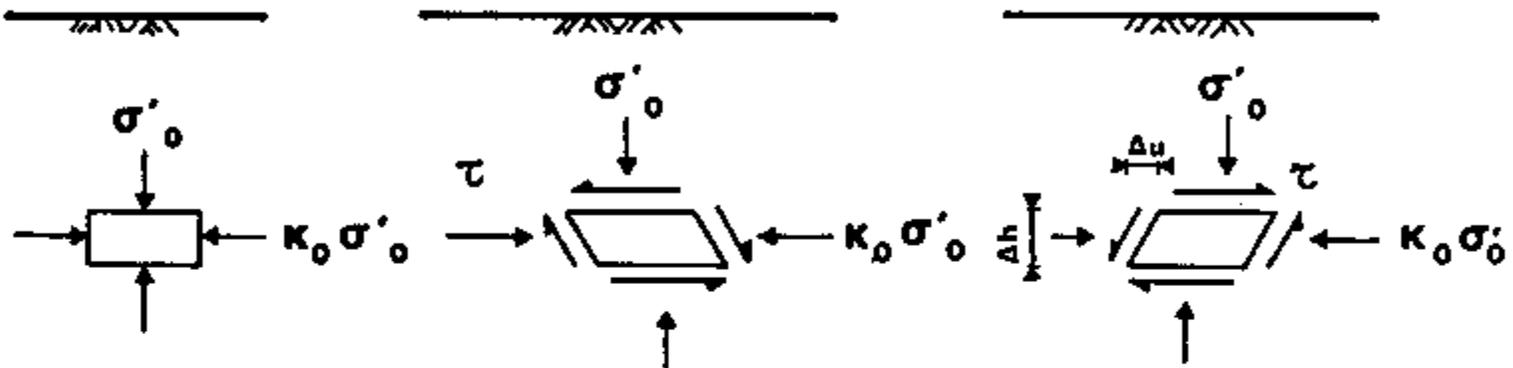


Figure 3 Séquence de chargement idéalisée

Initialement, dans le cas d'un profil de sol horizontal, l'élément est en équilibre sous les contraintes verticale effective σ'_v et horizontale effective σ'_h , égale à $K_0 \sigma'_v$. K_0 est le coefficient de poussées des terres au repos, il est voisin de 0,5 pour les sols normalement consolidés et peut être supérieur à 1,0 dans les sols fortement surconsolidés. Le passage de l'onde de cisaillement se traduit par l'application sur les faces horizontales de l'élément de sol, et donc sur les faces verticales pour maintenir les conditions d'équilibre, d'une contrainte de cisaillement $\tau(t)$. Sous l'effet de cette contrainte l'échantillon subit une déformation de cisaillement simple qui, pour un matériau à comportement élastique, se traduirait par une variation de volume nulle. La déformation de cisaillement, également appelée distorsion, est définie par (figure 3) :

$$\gamma = \frac{\Delta u}{\Delta h} \quad (1)$$

Comme indiqué précédemment, on mesure les caractéristiques du matériau en essayant de reproduire au laboratoire, de la façon la plus fidèle possible, ce mode de sollicitation qui est uniaxial. L'enregistrement d'une courbe effort-déformation $\tau = f(\gamma)$ est reproduit à la figure 4 pour un cycle de contraintes fermé. Un cycle fermé n'est pas nécessairement centré autour de l'origine (figure 5) mais par simplification on le supposera centré à l'origine. Les expériences montrent d'ailleurs que les observations faites pour ce cas restrictif sont généralisables à tout cycle de contrainte fermé [HARDIN - DRNEVICH, 1972a].

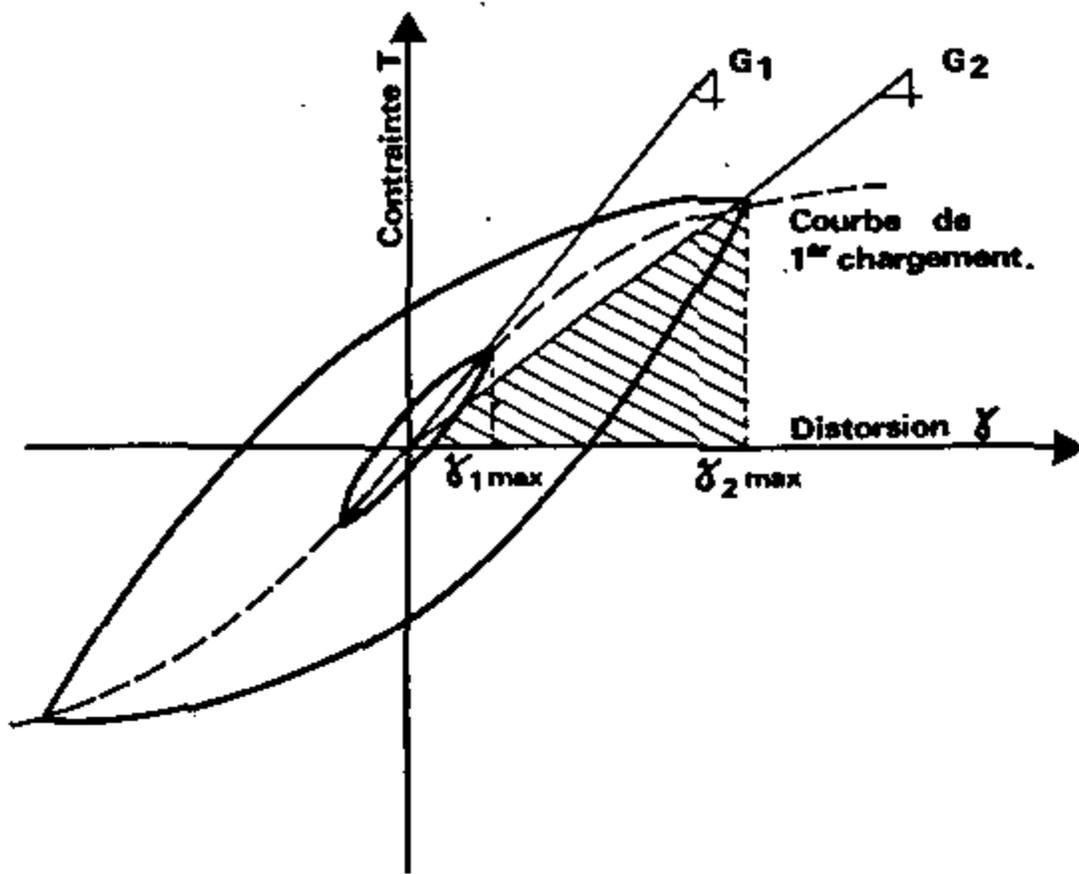


Figure 4 Courbe effort - Déformation cyclique .

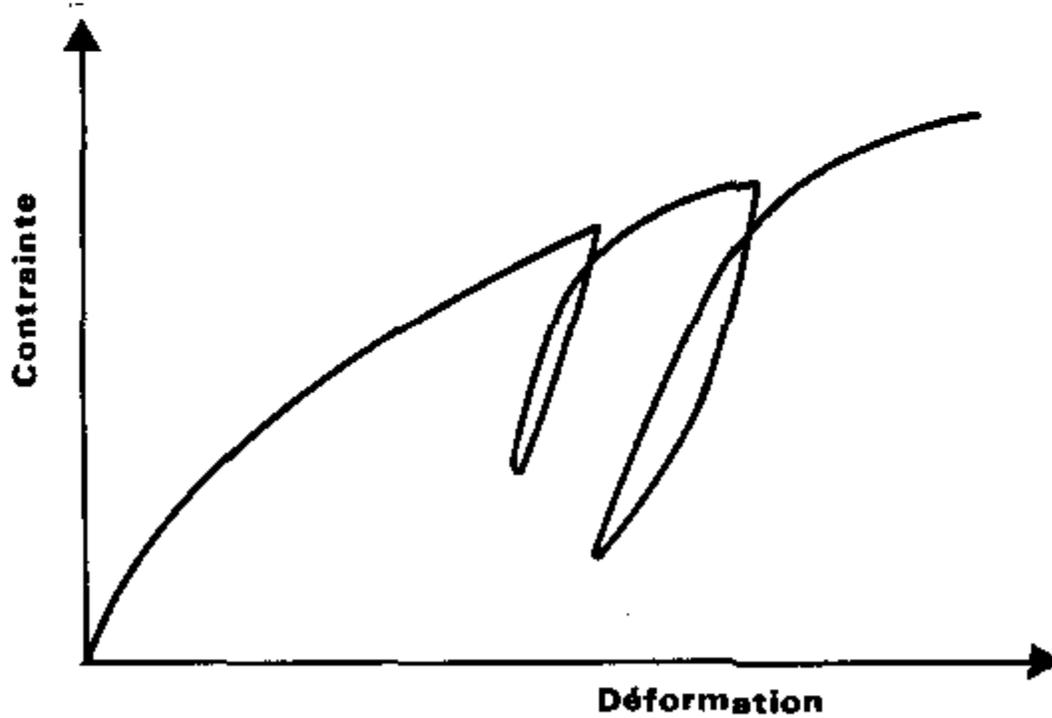


Figure 5 Chargement cyclique fermé non centré à l'origine

La figure 4 montre que, pour un cycle fermé, le comportement du sol est caractérisé par une boucle appelée boucle d'hystérésis, dont la surface et l'inclinaison dépendent de l'amplitude de la déformation au cours du cycle. Plus cette dernière est grande, plus l'aire de la boucle est importante et plus celle-ci est inclinée sur l'horizontale. Par ailleurs, on constate expérimentalement que la forme de la boucle d'hystérésis n'est pas affectée par la vitesse d'application de la sollicitation.

Les extrémités des boucles, correspondant à des cycles d'amplitudes différentes, sont situées sur la courbe de premier chargement passant par l'origine. Il est commode et classique de définir cette boucle à l'aide de deux paramètres :

- le module sécant G_s qui est la pente de la droite joignant les extrémités de la boucle (ou l'origine à une extrémité dans le cas d'un cycle centré à l'origine) ;
- le coefficient d'amortissement β , sur lequel on reviendra au paragraphe suivant, qui est une mesure de l'aire de la boucle. Il caractérise l'énergie dissipée par le matériau lors d'un cycle.

La dépendance de ces deux paramètres sur la déformation cyclique est alors mise en évidence sur la figure 6. La valeur maximale G_{max} du module est la pente de la tangente à l'origine à la courbe de premier chargement.

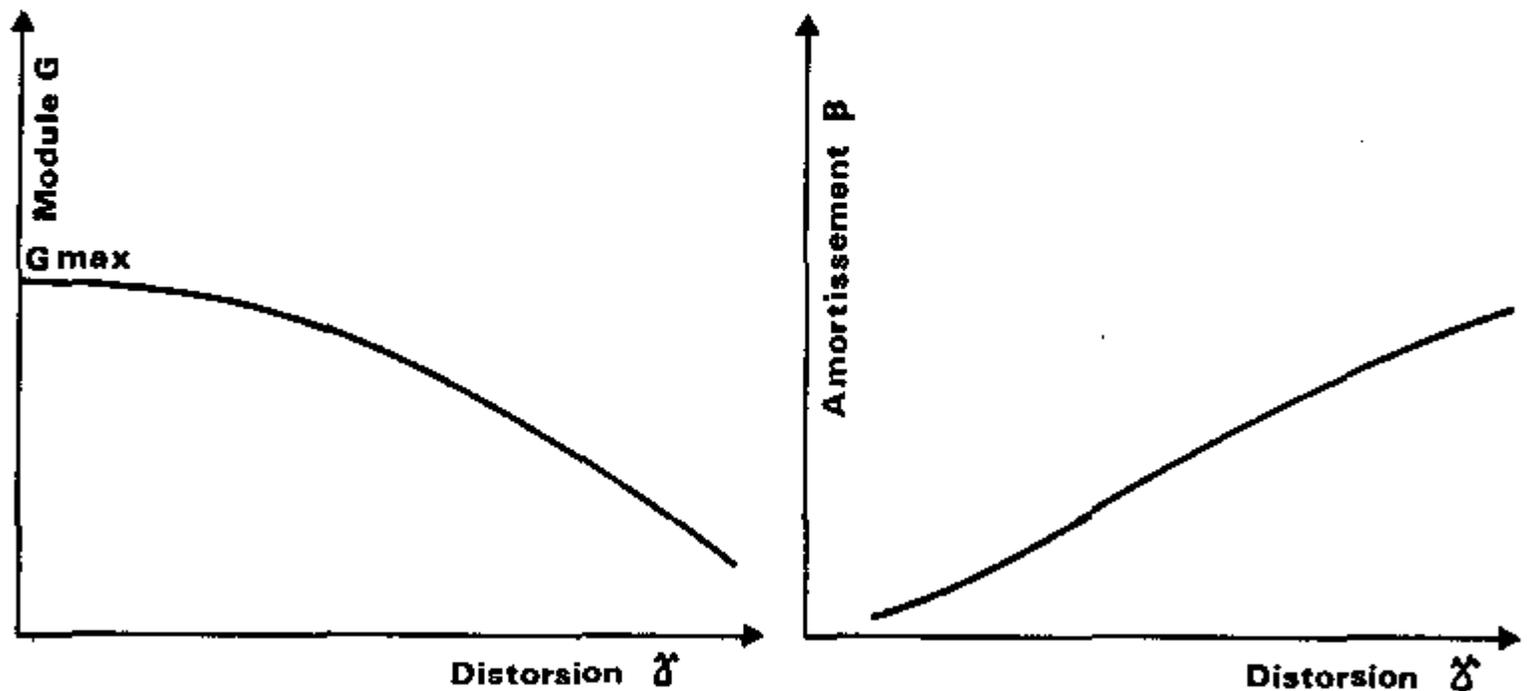


Figure 6 Variations de G et β avec la déformation

Dès que le chargement cyclique n'est plus fermé, le comportement devient plus complexe à décrire. Un exemple en est donné sur la figure 7. Jusqu'en b , le trajet suivi est identique à celui de la figure 4 (courbe de premier chargement puis courbe de décharge). Au point b , tel que $\sigma_b < \sigma_a$, le signe du chargement est de nouveau inversé ; le trajet suivi est donné par la courbe bc puis éventuellement par ce si le chargement est de nouveau inversé en c . Si au contraire le chargement est poursuivi au-delà de c , le trajet sera représenté par da puis, au-delà, suivra de nouveau la courbe de premier chargement.

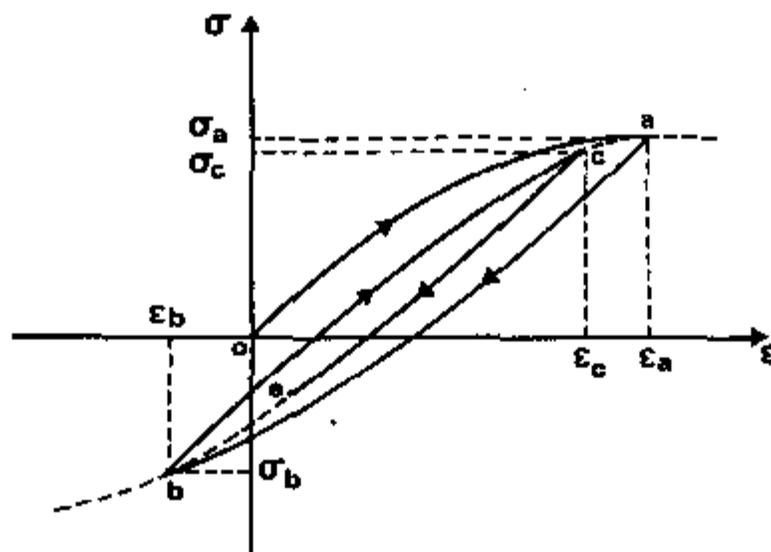


Figure 7 Chargement cyclique quelconque

Associées à ces déformations de cisaillement, des déformations volumiques prennent place (figure 8). Ces déformations volumiques, irréversibles, provoquent un durcissement du matériau. Ainsi, même pour des cycles fermés tous identiques, la boucle d'hystérésis obtenue lors du 4ème cycle de chargement est différente de celle obtenue lors du premier cycle. Cette dernière est moins inclinée sur l'horizontale et a une aire moins importante. Pour un sol peu perméable et saturé, on a noté que les déformations se produisent à volume constant, l'eau interstitielle n'ayant pas le temps de s'évacuer du squelette. La tendance à la variation de volume existe cependant et se traduit par une augmentation de la pression interstitielle donc par une diminution des contraintes effectives. Le comportement du sol, gouverné par ces dernières, est donc affecté.

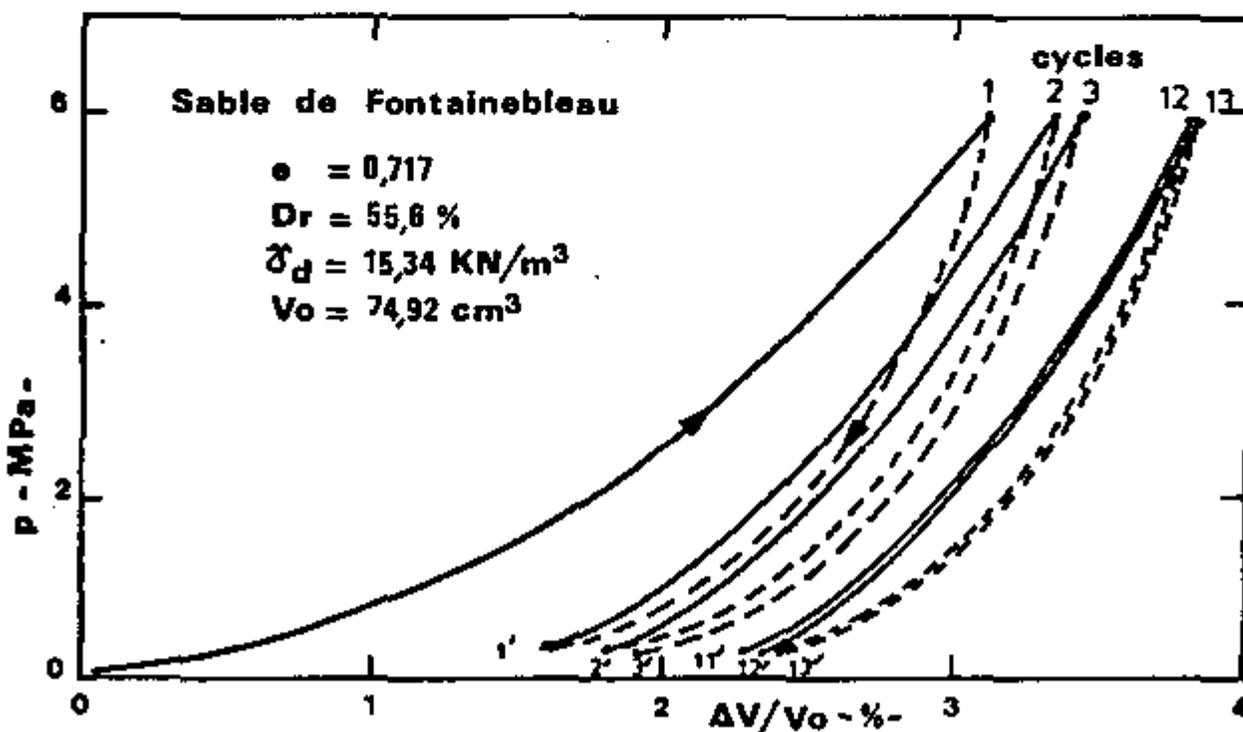


Figure 8 Déformations volumiques sous compressions isotropes cycliques (LUONG)

Pour les problèmes sismiques qui ne mettent en jeu qu'un nombre de cycles limité, et exception faite de ceux impliquant des phénomènes de rupture ou de grandes déformations, les variations volumiques restent limitées et sont généralement maximales lors du premier cycle de chargement. Pour la description expérimentale du comportement, évoquée précédemment, on s'affranchit de ce paramètre en mesurant les caractéristiques du sol obtenues après quelques cycles. Cet empirisme n'est, une fois encore, qu'un substitut à la loi de comportement qui se doit de tenir compte de ces phénomènes. On reviendra plus en détails sur ces problèmes de variation volumique sous chargement cyclique en abordant le problème de la rupture par liquéfaction des sables.

4. NOTIONS D'AMORTISSEMENT

L'apparition d'une boucle d'hystérésis au cours d'un cycle fermé de chargement met en évidence une dissipation d'énergie dans le matériau. Le terme amortissement matériel est utilisé pour décrire le phénomène physique de conversion d'énergie cinétique et d'énergie potentielle (énergie de déformation) en chaleur. L'amortissement est une grandeur fondamentale dans l'étude des phénomènes vibratoires en particulier au voisinage de la résonance. C'est lui qui permet à un système physique, mis en vibration à une fréquence égale à sa fréquence de résonance, de maintenir une amplitude de déplacement limitée.

Parmi les matériaux présentant de l'amortissement, on peut distinguer ceux pour lesquels :

- l'énergie dissipée dépend de la vitesse de déformation. C'est en particulier le cas des matériaux visco-élastiques linéaires. Certains matériaux comme les polymères exhibent ce type de comportement à amortissement visqueux. Ce n'est pas le cas des sols pour lesquels l'expérience montre que l'énergie dissipée est essentiellement indépendante de la vitesse de déformation.

- l'énergie dissipée ne dépend pas de la vitesse de déformation. L'amortissement est quelquefois dit hystérétique. Ces matériaux sont caractérisés par des non-linéarités importantes à fort niveau de déformation. L'amortissement est attribué à des déformations plastiques au niveau des cristaux ou des grains constituant la structure. La plupart des métaux et des sols appartiennent à cette catégorie.

4.1. Définitions des paramètres caractérisant l'amortissement

Deux grandeurs peuvent être utilisées pour caractériser l'amortissement d'un matériau :

- ✦ l'énergie dissipée par cycle dans l'élément ;
- ✦ le rapport de cette énergie à une énergie élastique de référence.

L'énergie dissipée par cycle peut s'exprimer soit à l'aide de l'énergie totale D_0 (N-m/cycle) dissipée par le spécimen dans un cycle de sollicitation, soit à l'aide de l'énergie spécifique D (N-m/m³/cycle) dissipée par unité de volume en un point du matériau. D_0 est la grandeur directement mesurable dans l'expérience

mais D est la grandeur fondamentale du point de vue du comportement. On a la relation évidente entre ces deux grandeurs :

$$D_0 = \iiint_V D(x,y,z) dx dy dz \quad (2)$$

Pour un échantillon dans lequel le champ de contraintes est uniforme :

$$D_0 = D.V \quad (3)$$

où V est le volume de l'échantillon.

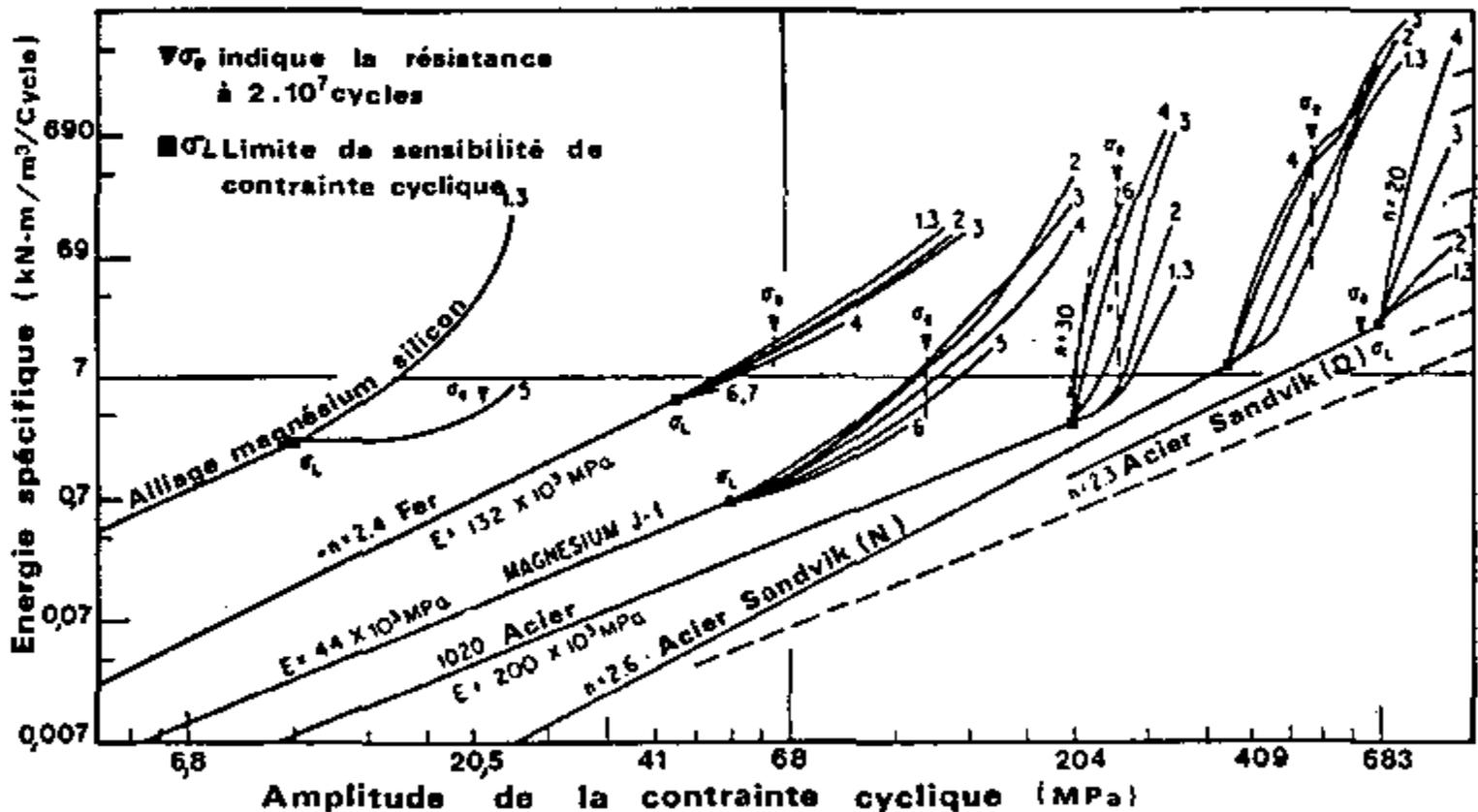


Figure 9 Energie spécifique dissipée en fonction de la contrainte cyclique et du nombre de cycles N (Une courbe marquée 3 correspond à 10^3 cycles)

L'expérience montre que pour beaucoup de matériaux, il n'existe pas de relation simple entre l'énergie spécifique dissipée D et la valeur de la contrainte cyclique σ_d . Cependant, pour des seuils de contrainte n'excédant pas 70 % de la limite de résistance sous chargement cyclique du matériau σ_e , on a une relation de la forme :

$$D = J \left[\frac{\sigma_d}{\sigma_e} \right]^n \quad (4)$$

La figure 9 [GOODMAN, 1976] met en évidence une telle relation avec une valeur de n comprise entre 2.0 et 3.0.

Dans la pratique, on préfère exprimer l'amortissement matériel à l'aide d'une grandeur adimensionnelle obtenue en normant l'énergie dissipée par une énergie élastique de référence. Cependant, en raison de la complexité des mécanismes gouvernant l'amortissement matériel, l'utilisation d'un pourcentage d'amortissement ne produit pas tous les avantages qu'on pourrait attendre d'une grandeur adimensionnelle [GOODMAN, 1976]. Une des raisons de l'utilisation de telles grandeurs réside dans leur appréhension directe par certains essais. C'est en particulier le cas du décrement logarithmique δ .

Par définition, le décrement logarithmique δ est le logarithme du rapport de deux amplitudes consécutives d'un échantillon oscillant librement (figure 10).

$$\delta = \text{Ln} \frac{x_{n+1}}{x_n} \quad (5)$$

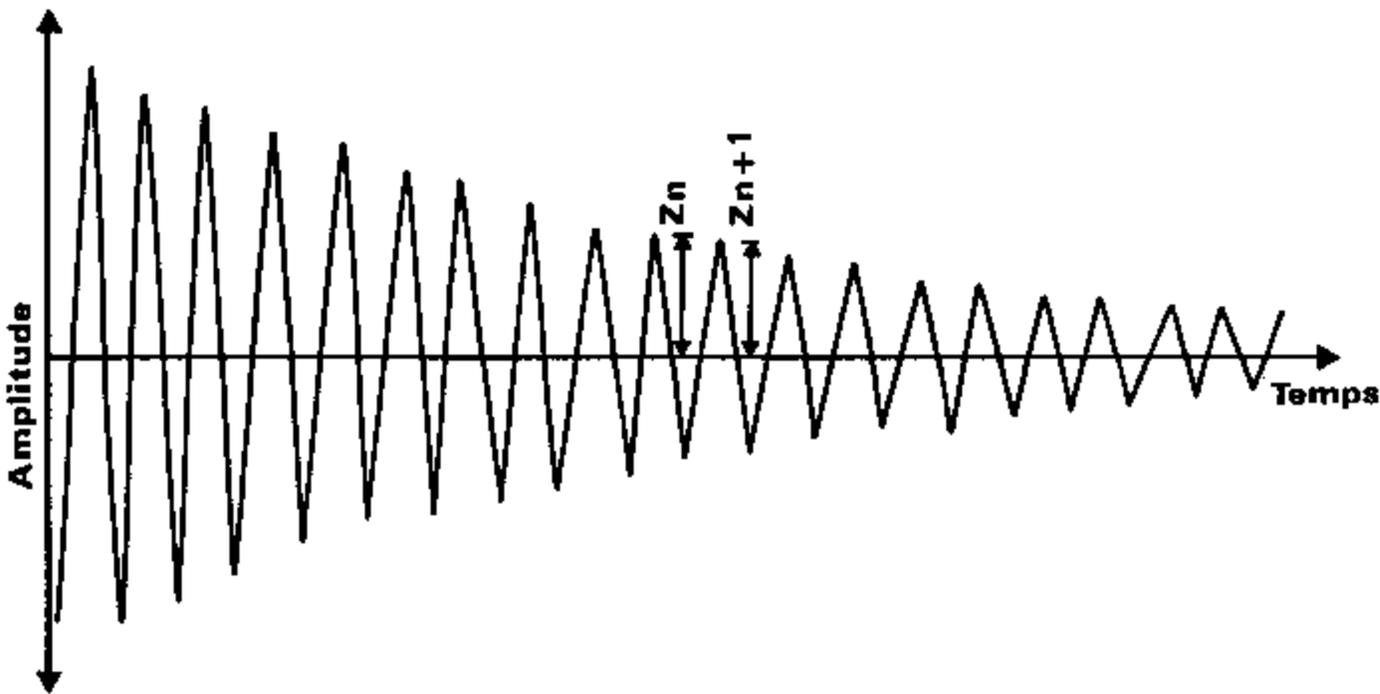


Figure 10 Amortissement des vibrations libres

D'autres coefficients permettent de définir de façon adimensionnelle l'amortissement matériel [LAZAN, 1968]. Parmi ceux-ci on distingue :

- le coefficient de perte, noté η , qui est par définition égal au rapport de l'énergie dissipée D au cours d'un cycle à 2π fois l'énergie élastique emmagasinée

$$\eta = \frac{D}{2\pi W} \quad (6)$$

En se reportant à la figure 4, W est l'aire du triangle en grisé :

$$W = \frac{1}{2} G \gamma_m^2 = \frac{1}{2} \frac{\tau_m^2}{G} \quad (7)$$

d'où :

$$\eta = \frac{D G}{\pi \tau_m^2} = \frac{D}{\pi G \gamma_m^2} \quad (8)$$

- la capacité d'amortissement spécifique χ , égale au rapport de l'énergie dissipée à l'énergie élastique emmagasinée

$$\chi = \frac{D}{W} \quad (9)$$

- le déphasage ϕ qui représente l'angle formé par les vecteurs représentant la contrainte (la force) et la déformation (le déplacement) lors d'un mouvement sinusoïdal,

- le facteur de qualité Q qui mesure l'atténuation de l'amplitude d'ondes se propageant dans un milieu du fait de l'absorption d'énergie par amortissement matériel. Cette atténuation est à distinguer de celle résultant de la dispersion le long du front d'onde, appelée amortissement géométrique. On reviendra sur cette notion au chapitre V.

Tous les paramètres définis précédemment sont liés par les relations :

$$\eta = \frac{\delta}{\pi} = \frac{\chi}{2\pi} = \text{tg } \phi = \frac{1}{Q} \quad (10)$$

4.2. Matériaux à amortissement dépendant de la vitesse de déformation

Les matériaux de ce type ont une loi de comportement décrite par une fonctionnelle faisant intervenir le tenseur des contraintes $\underline{\sigma}$, le tenseur des déformations $\underline{\epsilon}$ et leurs dérivées par rapport au temps $\dot{\underline{\sigma}}$ et $\dot{\underline{\epsilon}}$. Cette fonctionnelle peut ne pas être linéaire mais, en pratique, la plupart des modèles sont basés sur la théorie de la visco-élasticité linéaire qui a fait l'objet de développements très complets [MANDEL, 1966 ; SALENÇON, 1983]. Sous sollicitation harmonique, on rend compte du

comportement du matériau en introduisant des modules complexes de la forme (voir paragraphe 5.2.) :

$$G^* = G_1(\omega) + i G_2(\omega) \quad (11)$$

où G_1 et G_2 dépendent de ω , pulsation de la force excitatrice.

L'expression ci-dessus, écrite pour le module de cisaillement, est également valable pour le module d'Young, le module de compressibilité volumétrique... correspondant à d'autres sollicitations. Elle traduit le fait que sous sollicitation harmonique, la contrainte peut être décomposée en une composante en phase avec la déformation ($G_1(\omega)$) et une autre déphasée de 90° ($G_2(\omega)$). Pour cette sollicitation la boucle d'hystérésis formée est elliptique. On montre aisément que pour un cycle d'amplitude maximale γ_m l'énergie spécifique dissipée vaut:

$$D = \pi G_2(\omega) \gamma_m^2 \quad (12)$$

G_2 dépendant de la pulsation ω , donc de la vitesse de déformation, l'énergie spécifique dissipée est fonction de cette vitesse de déformation.

En rapprochant cette équation de la relation (4), on constate que pour les matériaux à amortissement dépendant de la vitesse de déformation, $n = 2$. Le déphasage ϕ est donné par :

$$\text{tg } \phi = \frac{G_2(\omega)}{G_1(\omega)} \quad (13)$$

Du point de vue rhéologique, un matériau visco-élastique linéaire peut être représenté par un ressort et un amortisseur placés en série (modèle de Maxwell) ou en parallèle (modèle de Kelvin-Voigt). Dans ce cas $G_2(\omega)$ est égal à $C \cdot \omega$ où C est la caractéristique de l'amortisseur et, $G_1(\omega)$ à G , la caractéristique du ressort. Une façon commode de caractériser l'amortissement d'un tel modèle est d'introduire la notion de pourcentage d'amortissement critique, souvent utilisée en dynamique des structures. Par définition le pourcentage d'amortissement critique vaut (cf. chapitre I, eq(4))

$$\beta = \frac{c}{c_c} = \frac{c p}{2 G_1} \quad (14)$$

où p est la pulsation propre du modèle.

D'après l'équation (12) et les relations (10), en se plaçant à la résonance,

c'est-à-dire dans une situation où la fréquence d'excitation $\omega/2\pi$ est égale à la fréquence propre du modèle $p/2\pi$, on a la relation :

$$\beta = \frac{D}{4\pi W} = \frac{\eta}{2} \quad (15)$$

La dépendance du pourcentage d'amortissement critique sur la vitesse de déformation n'apparaît plus explicitement. Elle est en fait implicite dans la valeur de D . La relation (15) est la relation fondamentale qui sert de base au développement de modèles visco-élastiques linéaires équivalents caractérisés par un pourcentage d'amortissement critique β directement relié au coefficient de perte η du matériau. La nature de l'amortissement, visqueux ou autre, n'est plus précisée. Il est représenté par un amortissement linéaire visqueux équivalent. On verra que cette approche est très utilisée pour rendre compte de façon simple du comportement des sols sous chargement cyclique.

4.3. Matériau à amortissement indépendant de la vitesse de déformation

Les matériaux de ce type ont une loi de comportement dans laquelle le temps n'intervient pas. Sous chargement cyclique les boucles d'hystérésis présentent des extrémités pointues et, si l'effort appliqué redevient nul, il subsiste dans le matériau une déformation permanente.

L'énergie dissipée au cours d'un cycle prend la forme donnée par la relation (4) avec une valeur de n comprise entre 2 et 3 [GOODMAN, 1976]. Elle peut également s'exprimer à l'aide du coefficient de perte défini par la relation (6). D'un point de vue rhéologique le matériau peut être représenté par un assemblage de ressorts et de frotteurs (frottement de Coulomb) placés soit en série, soit en parallèle.

5. MODELES DE COMPORTEMENT

5.1. Modèle élastique

Il ressort des constatations expérimentales du paragraphe 3 que le sol ne peut être représenté par un modèle élastique, tout au moins sur une plage de déformations étendue. L'étude du comportement du sol à l'intérieur de son domaine d'élasticité est cependant importante car il existe une gamme de problèmes pour lesquels ce modèle est valable ; c'est le cas des vibrations des massifs de machines bien conditionnés, des sollicitations sismiques de faible amplitude comme celles engendrées lors des essais géophysiques ...

Dans le cas d'une sollicitation unidirectionnelle, la relation contrainte - déformation se réduit à une relation de proportionnalité dont la constante est un module de déformation. Pour la sollicitation de cisaillement simple (figure 3), cette relation s'écrit :

$$\tau = G \gamma \quad (16)$$

où G est le module de cisaillement.

Pour des sollicitations multidirectionnelles la loi de comportement s'écrit sous forme tensorielle :

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \underline{\underline{\Lambda}} : \underline{\underline{\sigma}} \quad (17)$$

$\underline{\underline{\Lambda}}$ est un tenseur du 4ème ordre qui dans le cas d'anisotropie le plus général comporte 36 composantes distinctes. Dans le cas du matériau isotrope, seules 2 composantes suffisent à le définir. Il est commode en dynamique des sols de retenir le module de cisaillement G et, soit le coefficient de Poisson ν , soit le module de compressibilité volumétrique K.

Si le matériau est linéaire élastique, les modules G et K, ou le coefficient de Poisson, sont constants. Il y a identité entre le module sécant et le module tangent et la relation (16) peut s'écrire sous forme incrémentale. En fait, l'expérience montre que les modules tangents de cisaillement et volumique dépendent de la contrainte moyenne $\sigma'_m = \sigma_{jj}/3$ [HARDIN - DRNEVICH, 1972 ; SEED - IDRIS, 1970]. On montre alors [LORET, 1980] qu'il n'est plus possible d'exprimer la loi de comportement (éq. 17) sous forme incrémentale en faisant dépendre les modules G et K de l'état de contrainte actuel. Cette formulation impliquerait une dissipation d'énergie et une déformation résiduelle non nulle sur certains trajets de contrainte fermés. Un tel comportement est dit hypo-élastique [HUECKEL-DRESCHER, 1975]. En imposant à la déformation élastique de dériver d'un potentiel et en supposant le coefficient de Poisson constant, LORET (1980) a proposé une loi de comportement élastique non linéaire sous la forme incrémentale

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}} = \underline{\underline{\dot{\Lambda}}}^* : \underline{\underline{\dot{\sigma}}} \quad (18)$$

Des études paramétriques importantes [HARDIN - DRNEVICH, 1972 ; SEED - IDRIS, 1970] ont permis de mettre en évidence les paramètres principaux affectant la valeur du module de cisaillement G des sols. Ces paramètres sont :

- la compacité du sol, généralement traduite à l'aide de l'indice des vides e du matériau ;
- l'état de contrainte actuel auquel est soumis le matériau ;
- l'histoire des contraintes antérieures subies par le sol. Cette histoire est habituellement reflétée par un seul paramètre : le rapport de surconsolidation OCR, égal au rapport de la plus grande contrainte verticale supportée par le sol dans son histoire géologique à la contrainte verticale actuelle.

Basée sur les travaux de Hertz relatifs aux déformations de sphères élastiques en contact, la relation donnant le module de cisaillement G, noté désormais G_{\max} pour rappeler qu'il n'est applicable qu'aux faibles déformations, proposée par la plupart des auteurs pour les sols pulvérulents, est de la forme :

$$G_{\max} = K p_a F(e) \left[\frac{\sigma'_m}{p_a} \right]^n \quad (19)$$

où K, n sont des constantes dépendant du matériau ; n est généralement voisin de 0,5 et K de 600 ; p_a est la pression atmosphérique et σ'_m la contrainte moyenne effective.

La fonction $F(e)$ proposée par HARDIN (1978) a la forme ;

$$1/F(e) = 0.3 + 0.7 e^2 \quad , \quad 0.4 \leq e \leq 1.2 \quad (20)$$

Pour les argiles, la formulation proposée diffère suivant les auteurs. HARDIN et BLACK (1968) ont proposé d'après des essais sur échantillons remaniés ;

$$G_{\max} = K p_a (\text{OCR})^k F(e) \left[\frac{\sigma'_m}{p_a} \right]^n \quad (21)$$

les fonctions et paramètres $F(e)$, K, n, p_a ont les mêmes définitions et valeurs que dans l'équation (19). Le coefficient k, en exposant du rapport de surconsolidation, dépend de l'indice de plasticité du sol. Les valeurs proposées sont rassemblées dans le tableau I.

IP	k
0	0
20	0.18
40	0.30
60	0.41
80	0.48
>100	0.50

Tableau I : Valeurs de k [HARDIN - BLACK, 1968]

SEEM) et IDRIS proposent une relation basée sur des essais sur échantillons intacts et des mesures géophysiques en place ;

$$G_{\max} = K C_u \quad (22)$$

où C_u est la cohésion non drainée de l'argile ; K varie de 1000 à 3000. La valeur de la cohésion C_u reflète l'histoire des contraintes du sol jusqu'à son état actuel

caractérisé par σ'_m ainsi que son état de compacité. Les équations (21) et (22) dépendent donc bien des mêmes paramètres. Seule la valeur de l'exposant n diffère. En effet C_u est sensiblement proportionnelle à σ'_m ($n = 1$), alors que la valeur proposée dans la relation (21) est $n = 0,5$. Une valeur n proche de 1 a également été mesurée pour un sol normalement consolidé [PECKER - DUPAS, 1981].

Il faut noter que toutes les relations proposées ne font dépendre le module de cisaillement que du premier invariant du tenseur des contraintes. Comme cela a été indiqué précédemment cette formulation n'est pas, en théorie de l'élasticité, compatible avec un coefficient de Poisson constant.

5.2. Modèle viscoélastique linéaire

La formulation générale de la loi de comportement d'un matériau viscoélastique linéaire isotrope s'écrit [SALENÇON, 1980]:

$$\underline{\sigma} = \int_{t_0}^t \{ \lambda(\tau, t) [\text{trace } \underline{\dot{\epsilon}}(\tau)] \underline{1} + 2 \mu(\tau, t) \underline{\dot{\epsilon}}(\tau) \} d\tau \quad (23)^\dagger$$

où $2\mu(t_0, t)$ et $\lambda(t_0, t) + 2\mu(t_0, t)$ représentent les fonctions de relaxation du matériau en cisaillement simple et en extension simple. Dans le cas du matériau non vieillissant, ces fonctions sont invariantes par translation et par suite:

$$\lambda(t_0, \tau) = \lambda(\tau - t_0) \quad (24a)$$

$$\mu(t_0, \tau) = \mu(\tau - t_0) \quad (24b)$$

Pour une sollicitation harmonique $\underline{\epsilon}(t) = \underline{\epsilon}^0 e^{i\omega t}$, la loi de comportement (23) se met sous la forme :

$$\underline{\sigma} = \lambda^* (\text{trace } \underline{\epsilon}^0) \underline{1} + 2 \mu^* \underline{\epsilon}^0 \quad (25)$$

où λ^* et μ^* sont des nombres complexes fonctions de ω . L'équation (25) est analogue à la relation (11) utilisée précédemment.

†

$$\int_{t_0}^t f(\tau) d\tau = f(t_0) + \int_{t_0}^t f(\tau) d\tau$$

Dans le cas du modèle de Kelvin-Voigt, dont la représentation rhéologique dans le cas unidimensionnel est donnée sur la figure 11, les paramètres λ^* et μ^* ont pour expression :

$$\lambda^* = \lambda + i \omega \lambda' \quad (25a)$$

$$\mu^* = \mu + i \omega \mu' \quad (26b)$$

où λ et $\mu = G$ (respectivement λ' , μ') sont les constantes d'élasticité (respectivement de viscosité).

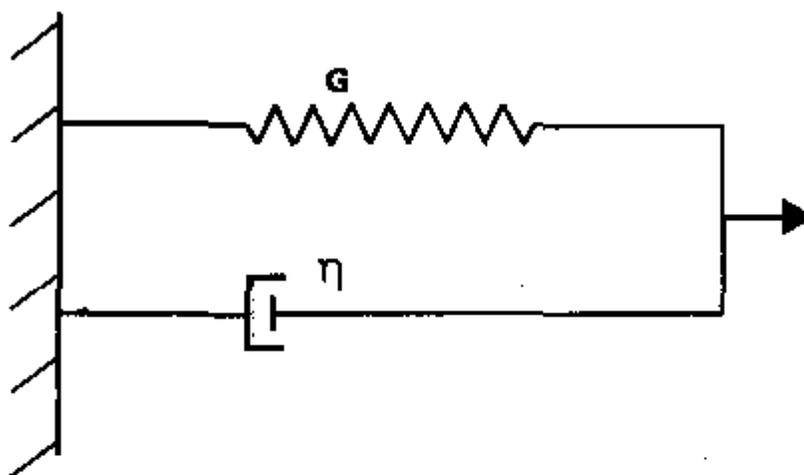


Figure 11 Modèle de KELVIN-VOIGT

5.2.1. Modèles viscoélastiques linéaires équivalents

Les modèles viscoélastiques faisant apparaître une boucle d'hystérésis sous chargement harmonique, il est tentant de représenter, pour ces sollicitations, le comportement réel du sol à l'aide d'un tel modèle. Pour cela on a recours à une procédure de linéarisation qui consiste à remplacer le modèle non linéaire par un modèle linéaire équivalent ayant des propriétés dissipatives plus ou moins équivalentes à celles du matériau réel. Ce type de linéarisation a été introduit par JACOBSEN (1930). De toute évidence, l'équivalence est fonction des caractéristiques du matériau et de la sollicitation. Dans la suite on se consacrera au cas de la sollicitation harmonique, base de la solution de beaucoup de problèmes dynamiques.

Dans la mesure où l'énergie dissipée au cours d'un cycle dépend dans le modèle viscoélastique de la fréquence de la sollicitation (équation 12), ce qui n'est pas le cas pour le matériau réel, il est nécessaire de choisir les paramètres du modèle fonction de la fréquence de façon à ce que les parties imaginaires de λ et μ soient indépendantes de cette fréquence de sollicitation. Dans le cas du chargement cyclique unidimensionnel de la figure 4, pour le modèle de Kelvin-Voigt on doit alors avoir (éq. 26b) :

$$\omega \mu' = \text{constante} \quad (27)$$

Le module de cisaillement complexe $\mu^* = G^*$ s'écrit :

$$G^* = G \left[1 + i \frac{\omega \mu'}{G} \right] \quad (28)$$

soit d'après (8) et (12)

$$G^* = G [1 + i \eta] \quad (29)$$

Posant $2\beta = \eta$ la relation (29) prend la forme :

$$G^* = G [1 + 2 i \beta] \quad (30)$$

Rappelons que η représente le coefficient de perte du matériau et que pour les sols il est indépendant de la fréquence de la sollicitation. En rapprochant l'équation (30) de la relation (15) on constate que G^* représente la raideur complexe à résonance d'un oscillateur simple de raideur G et de pourcentage d'amortissement critique β . Il y a donc égalité entre l'énergie dissipée dans le matériau de raideur G et de coefficient de perte η et celle dissipée à résonance dans l'oscillateur simple de caractéristiques G et $\beta = \eta/2$. Cette remarque est particulièrement utile pour la mesure de η . Par extension, et bien que cela soit générateur d'une certaine confusion, le coefficient β de l'équation (30) est communément appelé pourcentage d'amortissement critique du sol. En choisissant pour module G du modèle linéaire équivalent le module sécant du matériau G_s , on obtient une forme possible de linéarisation du système. Cette linéarisation a été proposée par ROSENBLUETH et HERRERA (1964) et utilisée pour les sols par SCHNABEL et al (1972).

LYSMER (1975) a proposé une formulation différente du module de cisaillement complexe :

$$G^* = G_s [1 - 2 \beta^2 + 2 i \beta \sqrt{1 - \beta^2}] = G e^{i\theta} \quad (31)$$

avec

$$\beta = \sin \frac{\theta}{2} = \frac{\eta}{2} \quad (32)$$

On montre aisément que si G , β et p (module, pourcentage d'amortissement critique et pulsation propre) sont les caractéristiques de l'oscillateur, celui-ci a même réponse en termes d'amplification que le modèle défini par le module complexe de l'équation (31). L'équivalence est obtenue par minimisation de la différence entre les réponses du modèle linéaire équivalent et du modèle non linéaire.

L'énergie dissipée par le modèle :

$$D_{\text{modèle}} = 4 \pi W \beta \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - 2 \beta^2} \quad (33)$$

est légèrement différente de celle dissipée par le matériau :

$$D_{\text{matériau}} = 4 \pi W \beta \quad (34)$$

Pour les valeurs usuelles de β ($< 20\%$) l'écart entre les deux valeurs est d'au plus 6 %. Pour les faibles valeurs de β les relations (30) et (31) deviennent équivalentes.

D'autres méthodes de linéarisation sont possibles [HADJIAN, 1982] ; les deux modèles présentés ci-dessus sont les deux modèles linéaires équivalents les plus utilisés pour les sols.

Les résultats développés ci-dessus dans le cas de sollicitations unidirectionnelles se généralisent immédiatement aux cas de sollicitations harmoniques quelconques. La loi de comportement s'écrit sous une forme analogue à la loi de Hooke généralisée :

$$\underline{\epsilon} = \underline{\Lambda}^* : \underline{\sigma} \quad (35)$$

où le tenseur Λ^* est formé à l'aide des modules de cisaillement et volumétrique complexes. La loi de comportement donnée par l'équation (35) conduit aux mêmes solutions formelles que la loi de l'élasticité linéaire, d'où son attrait incontestable.

En résumé, le comportement non linéaire du sol a été approché par un modèle viscoélastique linéaire équivalent. L'équivalence est fonction des caractéristiques du matériau mais également de la sollicitation. Dans le cas présent elle a été développée pour des sollicitations harmoniques.

Les modèles de ce type sont employés de façon extensive dans la pratique courante. Utilisés en conjonction avec un processus itératif permettant de choisir des valeurs du module G et de l'amortissement β compatibles avec le niveau moyen de déformation induite (cf. chapitre V), ils fournissent des valeurs des accélérations et contraintes qui se comparent favorablement à celles obtenues à l'aide de modèles plus sophistiqués [MARTIN 1975, PECKER et al. 1984] ou à celles observées [VALERA et al. 1977]. Ces modèles ont par ailleurs le mérite de la simplicité ; ils ne nécessitent que la mesure de trois paramètres (un de plus que le modèle élastique) : module de cisaillement G , module volumétrique K et coefficient de perte η (égal à 2β). Le sol étant non linéaire, ces paramètres dépendent bien entendu de l'état de contrainte ou de déformation (figure 6). La principale

limitation de ces modèles est leur incapacité à fournir des valeurs correctes des déformations ou déplacements. En particulier les déformations rémanentes calculées par ce modèle sont nécessairement nulles.

Si une représentation plus fidèle du comportement du sol est nécessaire, plus particulièrement pour évaluer les déformations cycliques ou rémanentes, le recours aux modèles non linéaires est obligatoire.

5.2.2. Exemples de modèles viscoélastiques linéaires équivalents

En se fondant sur des résultats expérimentaux, divers auteurs ont proposé des courbes donnant la variation du module G (module sécant) et du pourcentage d'amortissement critique β pour le cas de sollicitations unidirectionnelles. Ces valeurs peuvent être utilisées dans des modèles viscoélastiques linéaires équivalents tels que ceux donnés par les équations (30) ou (31). SEED - IDRIS (1970) ont présenté des courbes expérimentales moyennes utilisables pour des sables ou des argiles. HARDIN - DRNEVICH (1972b) ont proposé les relations suivantes :

$$\frac{G}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + \gamma_h} \quad (36)$$

$$\frac{\beta}{\beta_{\max}} = \left[1 - \frac{G}{G_{\max}} \right] = \frac{\gamma_h}{1 + \gamma_h} \quad (37)$$

$$\gamma = \frac{\gamma}{\gamma_y} \left[1 + a e^{-b (\gamma/\gamma_y)} \right] \quad (38)$$

avec :

- G_{\max} = module maximal correspondant au comportement élastique. Son expression est donnée par les équations (19) et (21) ;
- γ = déformation de cisaillement ;
- γ_y = déformation de référence égale à τ_{\max}/G_{\max} où τ_{\max} désigne la contrainte de cisaillement maximale à rupture de l'échantillon (figure 12) ;
- β_{\max} , a, b, sont des paramètres expérimentaux dont les valeurs proposées par HARDIN - DRNEVICH sont rassemblées dans le tableau II.

On peut montrer que lorsque $b = 0$ et pour des niveaux pas trop élevés de la contrainte cyclique, l'équation (37) permet d'exprimer l'énergie spécifique dissipée sous la forme de l'équation (4) avec $n = 3$ et une constante J dépendant de G_{\max} et τ_{\max} .

		a	b	β_{\max} (%)
Sable propre sec	Module	- 0.5	0.16	33 - 1.5 log N
	Amortissement	$0.6 N^{-1/6} - 1$	$1 - N^{-1/12}$	
Sable saturé	Module	- 0.2 log N	0.16	28 - 1.5 log N
	Amortissement	$0.54 N^{-1/6} - 0.9$	$0.65 - 0.65 N^{-1/2}$	
Argile saturée	Module	$1 + 0.25 \log N$	1.3	$31 + 1.5 f^{1/2} - 1.5 \log N$ $- (3 + 0.03 f) \left[\frac{\sigma'_m}{p_a} \right]^{1/2}$
	Amortissement	$1 + 0.2 f^{1/2}$	$0.2 f e^{-\sigma'_m/p_a} + 2.25 \frac{\sigma'_m}{p_a} + 0.3 \log N$	
f = fréquence - Hertz		N = nombre de cycles		
σ'_m = contrainte moyenne effective		p_a = pression atmosphérique		

Tableau II . Valeurs caractéristiques des paramètres a, b, β_{\max}

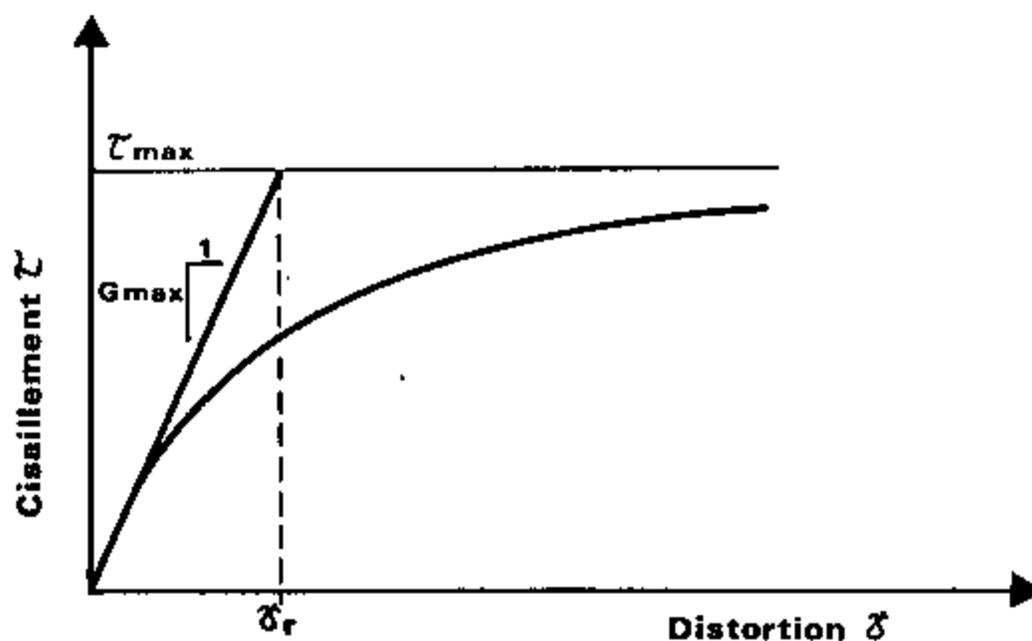


Figure 12 Définition des paramètres du modèle de HARDIN-DRNEVICH

5.3. Modèles non linéaires

L'objet de ce paragraphe n'est pas de faire la synthèse de tous les modèles non linéaires proposés pour décrire le comportement des sols. On se limitera aux modèles les plus couramment utilisés en se restreignant d'abord au cas, très utile dans la pratique, de sollicitations unidirectionnelles. Pour les sollicitations quelconques on n'envisagera que le cas des modèles construits dans le cadre de la théorie de l'élastoplasticité. Après un rappel de principes généraux inclus dans la formulation de tels modèles, on en présentera un exemple d'application.

5.3.1. Modèles unidirectionnels

Les cas de chargements unidirectionnels se présentent dans beaucoup d'applications pratiques du génie parasismique (réponse d'une couche de sol horizontale à une onde SH, liquéfaction...). Il n'est donc pas inutile de dissocier la modélisation du comportement du sol pour ce type de sollicitations de celui plus général de sollicitations multiaxiales. Bien souvent les modèles proposés se restreignent à ce cas [JENNINGS, 1964 ; FINN et al. 1975 ; MARTIN, 1975...].

La formulation de la plupart des modèles unidirectionnels est purement empirique. On suppose généralement que le comportement du sol peut être décrit précisément à l'aide de fonctions mathématiques et de données expérimentales habituellement obtenues à partir d'essais monotones. Certaines règles sont alors postulées pour décrire le comportement du sol lors des cycles. Parmi celles-ci, les plus largement utilisées sont les lois de MASING (1936) qui postulent que :

- la non linéarité du sol est d'origine plastique;
- les courbes de décharge et recharge sont obtenues à partir de la courbe de premier chargement par translation de l'origine au point d'inversion du signe du chargement et dilatation par un facteur 2 des échelles horizontale et verticale.

De ces deux lois découle le fait que, sous chargement cyclique harmonique, l'amortissement matériel du sol est indépendant de la vitesse de chargement, ce qui est en accord avec les observations expérimentales.

* La formulation mathématique de la courbe effort-déformation s'écrit alors, suivant que la déformation est exprimée en fonction de la contrainte ou vice versa :

$$\gamma = \gamma_c + \frac{\tau - \tau_c}{G_{\max}} \left[1 + H \left[\frac{|\tau - \tau_c|}{n} \right] \right] \quad (39)$$

ou

$$\tau = \tau_c + G_{\max} (\gamma - \gamma_c) \left[1 - J \left[\frac{|\gamma - \gamma_c|}{n} \right] \right] \quad (40)$$

les indices c désignent les valeurs de la contrainte et de la déformation atteintes lors du précédent changement de direction du chargement. G_{\max} représente le module de cisaillement ; H et J sont des fonctionnelles mathématiques à adapter aux résultats expérimentaux et n est un coefficient qui vaut 1 pour le chargement initial et 2 pour les décharges et recharges successives.

Les courbes de premier chargement permettant de déterminer les fonctionnelles H et J sont alors données par :

$$\gamma = \frac{\tau}{G_{\max}} \left[1 + H (|\tau|) \right] \quad (41)$$

ou

$$\tau = \gamma G_{\max} \left[1 - J (|\gamma|) \right] \quad (42)$$

Parmi les fonctionnelles couramment utilisées on ne citera que le modèle hyperbolique de KONDER - ZELASKO qui assimile la courbe de premier chargement à une hyperbole :

$$J(\gamma) = \frac{\gamma/\gamma_y}{1 + \gamma/\gamma_y} \quad (43)$$

où γ_y est une déformation de référence, et le modèle de RAMBERG - OSGOOD où H(τ) est donné par :

$$H(\tau) = \alpha \left[\frac{\tau}{\tau_y} \right]^{R-1} \quad (44)$$

τ_y étant une contrainte de référence et α, R des paramètres expérimentaux. Notons que les équations (36) à (38) du modèle de HARDIN - DRNEVICH peuvent définir également une fonctionnelle $J(\gamma)$, proche de celle donnée par l'équation (43).

Les résultats expérimentaux disponibles montrent que, de façon générale, les lois de MASING, associées à une fonctionnelle $J(\gamma)$ ou $H(\tau)$ appropriée (modèle de RAMBERG-OSGOOD par exemple), permettent de représenter de façon très fidèle le comportement du sol sous chargement harmonique [PECKER-DUPAS, 1981 par exemple]. On peut cependant noter, bien que cela n'ait pas de conséquences pratiques importantes, que les lois de MASING tendent à surévaluer l'amortissement matériel à forte déformation.

Par contre des difficultés surgissent dans l'application de tels modèles à des chargements cycliques quelconques tels que celui de la figure 7 [PYKE, 1979]. Pour pallier ces difficultés, il est nécessaire d'adjoindre aux lois de MASING d'autres lois dont la nature physique n'apparaît pas clairement.

IWAN (1967), à partir de modèles rhéologiques constitués d'assemblages de ressorts et de frotteurs (figure 13), a proposé un modèle qui permet de rendre compte de sollicitations cycliques complexes analogues à celles de la figure 7. Deux formulations ont été proposées exprimant la contrainte en fonction de la déformation ou vice versa. Ce type de modèle reste d'utilisation simple et son implantation dans un programme de calcul numérique est relativement aisée [JOYNER-CHEN, 1975]. La courbe de premier chargement est donnée, pour l'une des formulations, par :

$$\gamma = \frac{1}{G_{\max}} \left[\tau + \alpha \int_0^{\tau} (\tau - \tau^*) \Phi(\tau^*) d\tau^* \right] \quad (45)$$

Dans cette relation α est une constante arbitraire. La signification physique de $\Phi(\tau^*)$ est obtenue en considérant un assemblage (figure 13) comportant un grand nombre d'éléments dont les contraintes ultimes τ_j^* ont pour distribution $\Phi(\tau^*)$. Le nombre d'éléments ayant une contrainte ultime comprise entre τ^* et $\tau^* + d\tau^*$ est alors $\Phi(\tau^*) d\tau^*$. La fonction de distribution $\Phi(\tau^*)$ peut théoriquement dépendre du nombre de cycles, de la contrainte maximale ou de tout autre variable permettant de rendre compte de l'effet de durcissement (ou de radoucissement) lié aux déformations volumiques (paragraphe 2.2).

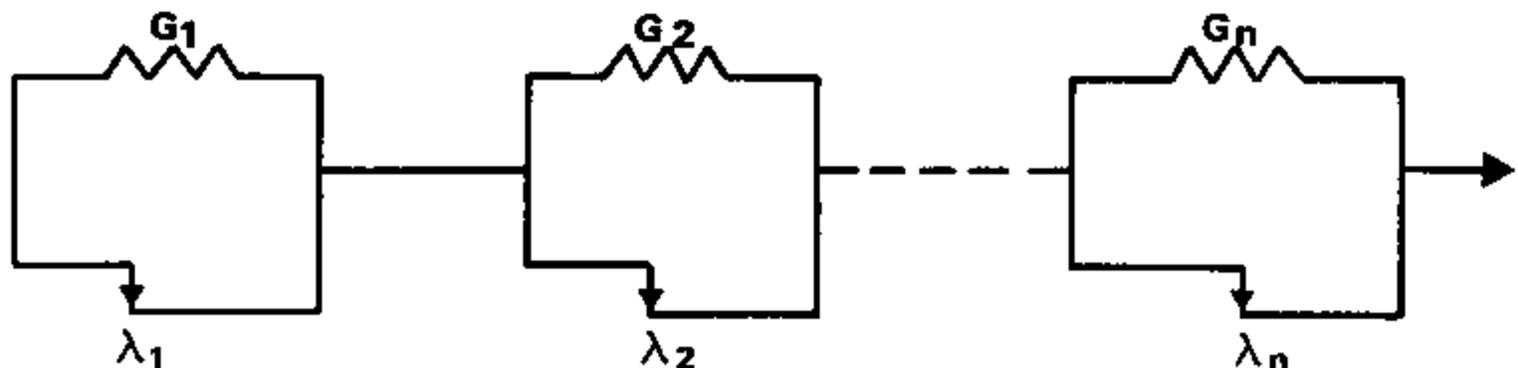


Figure 13 Modèle plastique (Iwan 1967)

Le comportement du sol lors d'un cycle quelconque est complètement décrit en identifiant, et en gardant en mémoire pour chaque inversion de la direction de sollicitation, la fraction d'éléments "bloqués" et la fraction d'éléments "en rupture" dans un sens ou dans l'autre ; il suffit alors d'examiner lors du trajet suivant ce qu'il advient séparément à chacun de ces groupes. Par exemple pour le trajet bc de la figure 7, la formulation devient ($|\gamma_c| < |\gamma_a|$) :

$$\gamma = \frac{\tau}{G} + \frac{\alpha}{G} \left[\int_{(\tau_a - \tau_b)/z}^{\tau_a} (\tau_a - \tau^*) \phi(\tau^*) d\tau^* + \int_{(\tau - \tau_b)/z}^{(\tau_a - \tau_b)/z} (\tau_b + \tau^*) \phi(\tau^*) d\tau^* + \int_0^{(\tau - \tau_b)/z} (\tau - \tau^*) \phi(\tau^*) d\tau^* \right] \quad (46)$$

IWAN a montré que pour un cycle fermé, le modèle obéit aux lois de MASING. Tout en gardant une signification physique simple, il permet la description de sollicitations plus complexes sans nécessiter l'adjonction de lois supplémentaires. Sa généralisation aux sollicitations multiaxiales peut être faite dans le cadre de la théorie de l'élastoplasticité avec écrouissage cinématique [IWAN, 1967].

La fonction de distribution $\phi(\tau)$ peut être déterminée à partir des données expérimentales: courbe de premier chargement ou énergie dissipée lors d'un cycle fermé d'amplitude τ_m :

$$\alpha \phi(\tau) = G \frac{d^2 \gamma}{d\tau^2} \quad (47)$$

ou

$$\alpha \phi(\tau_m) = \frac{G}{4\tau_m} \frac{d^2 W(\tau_m)}{d\tau_m^2} \quad (48)$$

Ainsi en reprenant la formulation de RAMBERG-OSGOOD pour l'introduire dans le modèle de IWAN, on aurait:

$$\Phi(\tau) = \frac{R(R-1)}{\tau_y} \left[\frac{\tau}{\tau_y} \right]^{R-2} \quad (49)$$

5.3.2. Caractérisation d'un modèle élastoplastique. Rappels

La description sommaire d'un modèle élastoplastique donnée ci-dessous ne se veut pas très générale. Pour une étude plus complète de ces modèles, on pourra se reporter à SALENÇON (1974) et SALENÇON-HALPHEN (1980).

Dans ce type de modèles, la déformation totale subie par un élément de matière est décomposée en la somme d'une déformation élastique $\underline{\epsilon}^e$ et d'une déformation plastique $\underline{\epsilon}^p$:

$$\underline{\epsilon} = \underline{\epsilon}^e + \underline{\epsilon}^p \quad (50)$$

La détermination de la déformation élastique a été traitée précédemment (paragraphe 5.1) et on ne s'attachera dans ce paragraphe qu'à la détermination de la déformation plastique. On a vu, lors de la description des observations expérimentales, que cette déformation n'apparaissait qu'au-delà d'un certain seuil. Les deux problèmes à résoudre pour préciser la valeur de la déformation plastique sont donc :

- i : à quel moment y a-t-il apparition de déformations plastiques ?
C'est la détermination du critère ou *fonction de charge*.
- ii : quelle est l'amplitude et la direction de cette déformation ?
C'est la détermination de la *règle d'écoulement*.

A ces deux problèmes s'ajoute celui de l'évolution du critère au cours de l'histoire du chargement. On a vu en effet qu'il y avait, au cours du chargement, modification du domaine d'élasticité du matériau du fait de l'écrouissage. La description complète du modèle nécessite la connaissance de cette *loi d'écrouissage*.

5.3.2.1. Fonction de charge

La fonction de charge, ou critère, est une fonction de l'état des contraintes. Il est commode, et utile, de la représenter comme une surface limitant un domaine convexe dans l'espace des contraintes. Si le point représentatif de l'état des contraintes est situé à l'intérieur du domaine limité par la surface $f(\underline{\sigma}) < 0$ (point A de la figure 14), les déformations sont élastiques. Lorsque le point atteint la surface, les déformations plastiques apparaissent. Dans le cas d'un matériau écrouissable, la fonction de charge dépend non seulement de l'état des contraintes $\underline{\sigma}$ mais également de l'histoire antérieure des chargements. On rend compte de cette dépendance à l'aide d'un certain nombre de variables "cachées", appelées paramètres d'écrouissage, qui peuvent être soit des grandeurs scalaires q , soit des grandeurs tensorielles $\underline{\alpha}$. Le critère s'écrit alors sous la forme générale :

$$f(\underline{\sigma}, \underline{\alpha}, q) = 0$$

(51)

L'état d'érouissage du matériau n'évolue que lorsqu'il y a évolution de la déformation plastique, c'est-à-dire uniquement lorsque le point représentatif de l'état des contraintes atteint la fonction de charge. Dans le cas où les paramètres d'érouissage sont caractérisés par une grandeur scalaire, le domaine d'élasticité se transforme par homotétie de centre O (figure 15a). On dit qu'il y a érouissage isotrope [TAYLOR-QUINNEY, 1931]. Dans le cas où ils sont caractérisés par un paramètre tensoriel, les frontières successives du domaine d'élasticité se déduisent de la frontière initiale par translation dans l'espace des contraintes (figure 15b). On dit qu'il y a érouissage cinématique [PRAGER, 1958]. Il est également possible d'avoir à la fois érouissage isotrope et érouissage cinématique ; il y a alors érouissage combiné. L'érouissage cinématique présente un effet Bauschinger que ne présente pas l'érouissage isotrope.

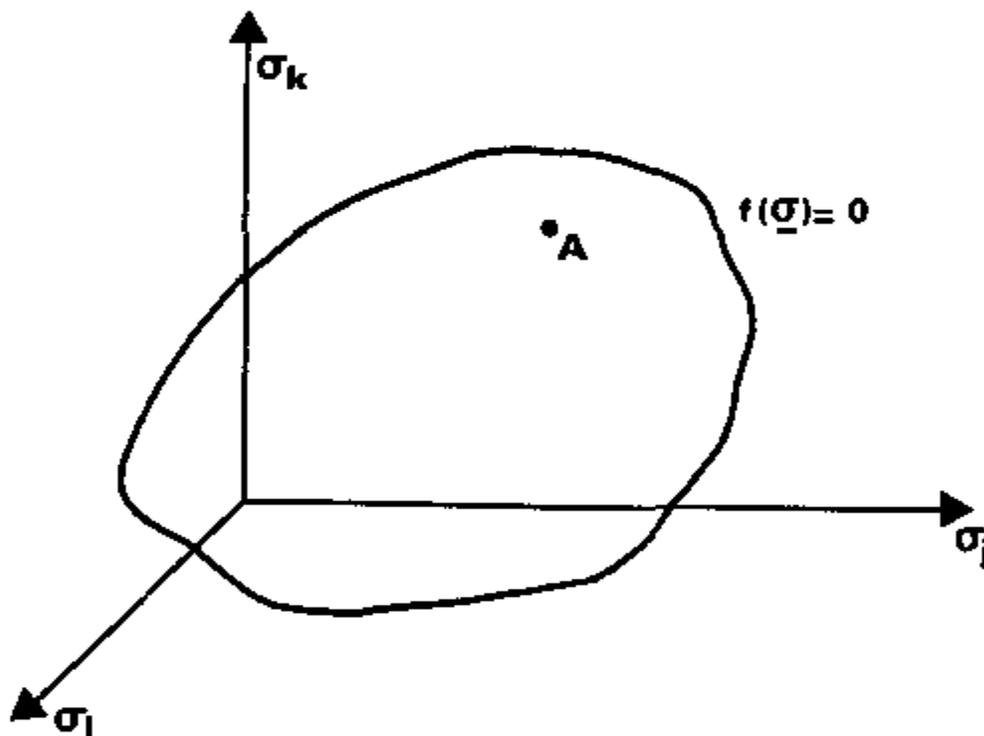


Figure 14 Fonction de charge

Les fonctions de charge les plus couramment employées sont celles de TRESCA ou VON MISES.

Pour le critère de Tresca, le domaine d'élasticité du matériau, supposé isotrope, est limité dans l'espace des contraintes par un prisme hexagonal régulier d'axe (1,1,1). Dans sa forme la plus simple, ce critère s'écrit :

$$f(\underline{\sigma}) = \sup \left[\sigma_i - \sigma_j - \sigma_0 \right] \quad (52)$$

où σ_i ($i=1,3$) sont les contraintes principales. En faisant dépendre σ_0 d'un

paramètre scalaire q on obtient un écrouissage isotrope. L'écrouissage combiné s'obtient en écrivant la fonction de charge sous la forme :

$$f(\underline{\sigma}) = \sup \left[(\underline{\sigma} - \underline{\alpha})_i - (\underline{\sigma} - \underline{\alpha})_j - \sigma_0(q) \right] \quad (53)$$

Le critère de Tresca défini ci-dessus est indépendant de la partie sphérique du tenseur des contraintes ; il ne dépend que de la partie déviatorique.

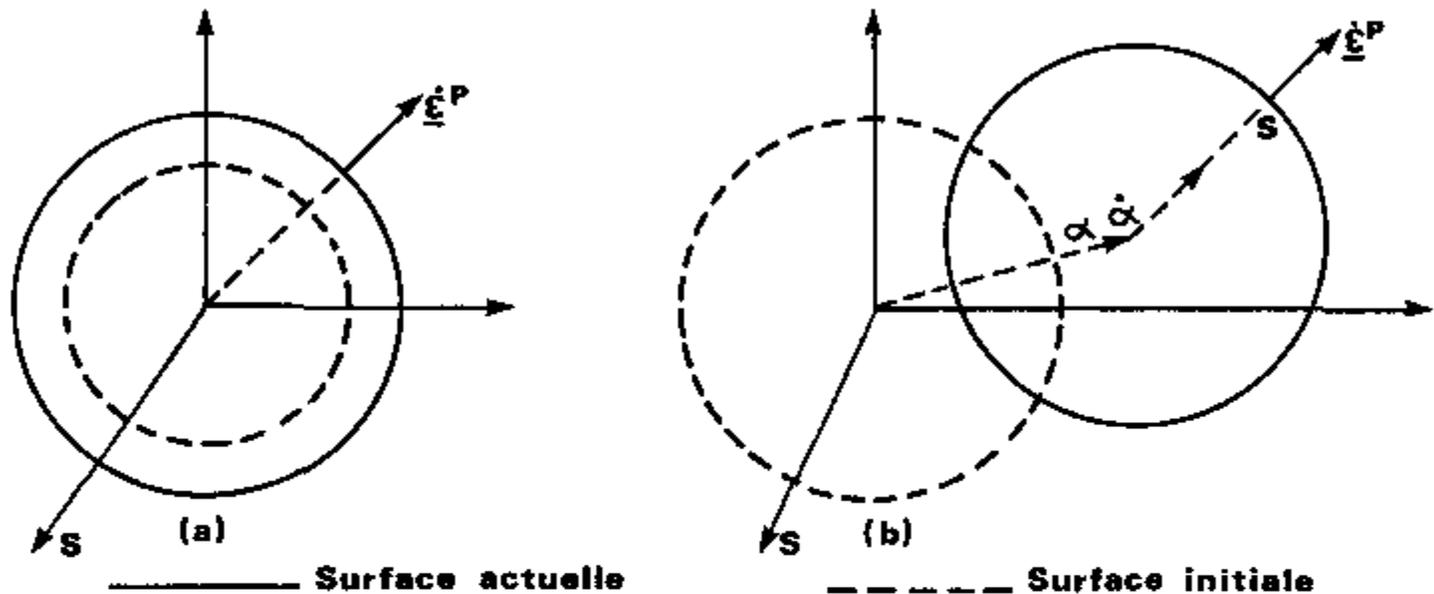


Figure 15 Surfaces de charge
 (a) Ecrouissage isotrope
 (b) Ecrouissage cinématique

Le critère de Von Mises, également indépendant de la partie sphérique du tenseur des contraintes, correspond à un domaine d'élasticité cylindrique dans l'espace des contraintes. Pour le matériau isotrope, l'axe du cylindre est la trisectrice (1,1,1). Appelant s_{ij} les composantes de la partie déviatorique du tenseur des contraintes, la fonction de charge s'écrit dans le cas le plus général de l'écrouissage combiné :

$$f(\underline{\sigma}) = \left[\frac{1}{2} (s_{ij} - \alpha_{ij}) (s_{ji} - \alpha_{ji}) \right]^{1/2} - k(q) \quad (54)$$

Les fonctions de charge définies par les critères de Tresca ou de Von Mises sont "ouvertes" dans la direction des pressions isotropes ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$). Les déformations sous compression isotrope sont purement élastiques, ce qui est en contradiction avec l'expérience. Il est donc nécessaire de limiter, dans la direction des compressions isotropes, la fonction de charge. Cette limitation de la fonction de charge a donné naissance aux "cap-models" du type Cam-Clay ou autres. On pourra se reporter à HARDIN (1978) pour une description de différentes

fonctions de charge de ce type. Un exemple en sera donné au paragraphe 5.4.

Il existe d'autres types de critère, tels que celui de Drucker-Prager ou les critères de type courbe intrinsèque (Mohr-Coulomb), souvent utilisés pour les sols. Ces critères correspondent en fait à des critères de rupture et non à des critères de limite d'élasticité susceptibles d'intervenir dans la formulation d'un comportement élastoplastique avec écrouissage. On pourra se reporter à SALENÇON-HALPHEN (1980) pour une présentation de ces critères.

5.3.2.2. Loi d'écoulement

Elle donne la direction et l'amplitude de la déformation plastique $\underline{\dot{\epsilon}}^P$. Pour que cette déformation soit non nulle, il faut que le point représentatif de l'état des contraintes soit sur la fonction de charge f , et que l'incrément de contrainte soit dirigé vers l'extérieur du domaine limité par f , c'est-à-dire que :

$$\left\{ \begin{array}{l} f(\underline{\sigma}, \underline{\alpha}, q) = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} : \underline{\dot{\sigma}} \geq 0 \end{array} \right. \quad (55)$$

Nota : La formulation précédente suppose que la surface f est régulière. Dans le cas d'une surface de charge présentant des points singuliers (critère de Tresca), il est possible de donner une présentation plus générale des résultats de ce paragraphe permettant d'inclure les points singuliers [SALENÇON-HALPHEN, 1980].

Dans le cas d'un matériau obéissant au principe du travail maximal [HILL, 1950], on peut montrer que la vitesse de déformation plastique est nécessairement de la forme :

$$\underline{\dot{\epsilon}}^P = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \quad (56)$$

où $\dot{\lambda}$ est un scalaire positif ou nul qui n'est défini que dans le cas où les relations (55) sont vérifiées. La vitesse de déformation plastique est donc coaxiale à la normale extérieure à la fonction de charge. Il faut noter que, dans la relation (56), $\underline{\dot{\epsilon}}^P$ ne représente pas la dérivée par rapport au temps, qui n'intervient pas dans la loi de comportement, mais désigne un incrément de déformation que l'on aurait pu noter $d\underline{\epsilon}^P$. Il en résulte que $\dot{\lambda}$ est nécessairement de la forme :

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{H(\underline{\sigma}, \underline{\alpha}, q)} \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} : \underline{\dot{\sigma}} \quad (57)$$

où H est un scalaire positif appelé module d'écrouissage. La loi d'écoulement est dans ce cas dite associée.

Dans le cas le plus général où le matériau n'obéit pas au principe du travail maximal, on généralise les résultats précédents en écrivant la déformation plastique sous la forme :

$$\underline{\dot{\epsilon}}^P = \frac{1}{H(\underline{\sigma}, \underline{\alpha}, q)} \left(\frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} ; \underline{\dot{\sigma}} \right) \underline{P}(\underline{\sigma}, \underline{\alpha}, q) \quad (58)$$

où \underline{P} est un tenseur du second ordre donnant la direction de la déformation plastique. On peut interpréter l'équation précédente en considérant que la déformation plastique est, non plus normale à la fonction de charge, mais à une surface, appelée potentiel plastique, dont la normale extérieure est donnée par le tenseur \underline{P} . La loi d'écoulement est dite non associée.

En combinant et inversant les relations (17), (50) et (58), on montre que la loi de comportement, dans l'hypothèse des petites déformations, s'écrit pour le matériau élastoplastique :

$$\underline{\dot{\sigma}} = \underline{C} : \underline{\dot{\epsilon}} \quad (59)$$

où \underline{C} est donné par :

$$\underline{C} = \underline{E} - \frac{(\underline{E} : \underline{P}) \left(\frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} ; \underline{E} \right)}{H + \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} ; \underline{E} : \underline{P}} \quad (60)$$

\underline{E} est le tenseur d'élasticité, inverse du tenseur \underline{A} de l'équation (17).

5.3.2.3. Loi d'évolution des paramètres d'écrouissage

Une définition complète de la loi de comportement nécessite la connaissance de la loi d'évolution des paramètres d'écrouissage lors de l'apparition des déformations plastiques. Les paramètres d'écrouissage peuvent dépendre d'une grandeur scalaire ou d'une grandeur tensorielle. La déformation plastique $\underline{\epsilon}^P$ peut tenir lieu de paramètre d'écrouissage scalaire ainsi que les grandeurs suivantes :

$$\underline{\epsilon}^P = \int_0^t \left[\frac{2}{3} \underline{d}^{P} ; \underline{d}^{P} \right]^{1/2} dt \quad (61a)$$

$$w^P = \int_0^t \underline{\sigma} : \underline{\dot{\epsilon}}^P dt \quad (61b)$$

$$\epsilon_v^P = \int_0^t \dot{\epsilon}_{ii}^P dt \quad (61c)$$

La première expression constitue une mesure invariante de la déformation de cisaillement plastique totale dans laquelle \underline{d}^P est la vitesse de déformation déviatorique : $\underline{d}^P = \underline{\dot{\epsilon}}^P - (1/3) (\underline{\dot{\epsilon}} : \underline{\dot{\epsilon}}) \underline{1}$. La deuxième expression est le travail plastique dépensé au cours de la sollicitation et la troisième représente la déformation volumique plastique.

Le loi d'écrouissage peut, compte tenu du fait que la vitesse d'écrouissage n'est non nulle qu'à la charge, s'exprimer sous la forme :

$$\underline{\dot{\alpha}} = \dot{\lambda} \underline{b} (\underline{\sigma}, \underline{\alpha}, q) \quad (62a)$$

$$\dot{q} = \dot{\lambda} \phi (\underline{\sigma}, \underline{\alpha}, q) \quad (62b)$$

En particulier, la loi d'écrouissage cinématique de Prager s'écrit :

$$\underline{\dot{\alpha}} = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \quad (63)$$

et celle de Ziegler :

$$\underline{\dot{\alpha}} = \dot{\lambda} (\underline{\sigma} - \underline{\alpha}) \quad (64)$$

Les expressions (63) et (64) constituent deux formes possibles de loi d'écrouissage. On se reportera à PREVOST (1978) et MROZ-ZARKA (1979) pour d'autres expressions de loi d'écrouissage. Les équations (51), (56) ou (58) et (62) permettent de déterminer la valeur de la déformation plastique. La valeur de λ est obtenue à l'aide de l'équation de compatibilité :

$$df(\underline{\sigma}, \underline{\alpha}) = \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} : \underline{\dot{\sigma}} + \frac{\partial f}{\partial \underline{\alpha}} : \underline{\dot{\alpha}} + \frac{\partial f}{\partial q} \dot{q} = 0 \quad (65)$$

5.3.3. Un exemple de modèle élastoplastique pour sollicitations cycliques

On a noté que le modèle de IWAN, présenté pour les sollicitations unidirectionnelles, peut être généralisé dans le cadre de la théorie de l'élastoplasticité

aux sollicitations multiaxiales. Le modèle proposé par PREVOST (1978, 1980) constitue une généralisation de ce modèle. Il s'agit d'un modèle élasto-plastique, avec écrouissage anisotrope, écrit en contraintes effectives. Les paramètres nécessaires à la caractérisation du modèle peuvent être obtenus à partir d'essais de laboratoire standards (compression et extension triaxiale, cisaillement cyclique). Testé pour des sollicitations différentes de celles ayant servi à l'obtenir, il conduit à des prévisions en bon accord avec les résultats expérimentaux. On peut donc considérer que ce modèle répond à tous les critères d'un "bon modèle", énumérés au paragraphe 2.

La fonction de charge est dérivée du critère de Von Mises (éq.54) et s'écrit :

$$f(\underline{\sigma}) = \frac{3}{2} (\underline{s} - \underline{\alpha}) : (\underline{s} - \underline{\alpha}) + C^2 (p' - \beta)^2 - k^2 \quad (66)$$

où \underline{s} représente la partie déviatorique du tenseur des contraintes $\underline{\sigma}$, p' représente la contrainte moyenne effective = trace ($\underline{\sigma}$)/3 ; $\underline{\alpha}$ et β sont les coordonnées du centre de la surface de charge dans le plan déviatorique des contraintes et le long de l'axe hydrostatique ; k est la taille de la surface de charge. Une valeur de C nulle conduit au critère de Von Mises ; une valeur non nulle permet de limiter la surface de charge dans la direction des compressions isotropes. La position initiale et la taille de la surface de charge reflètent l'histoire des sollicitations antérieures du matériau. Si les axes coïncident avec les axes principaux d'anisotropie du matériau $\alpha_{ij} = 0$ pour $i \neq j$. Si l'anisotropie du matériau présente une symétrie de révolution autour d'un axe (cas de la plupart des dépôts géologiques), $\alpha_{22} = \alpha_{33} = -\alpha_{11}/2 = -\alpha/3$. Si $\alpha = 0$ le matériau est isotrope. Dans le cas d'une anisotropie de révolution, la trace de la surface de charge dans le plan ($\sigma_1, \sigma_2 = \sigma_3$) est une ellipse.

La loi d'écoulement est du type non associée. Le vecteur des vitesses de déformation plastique est normal à la projection de la surface de charge sur le plan déviatorique. En reprenant les notations de l'équation (58) et en décomposant \underline{P} et $\underline{Q} = \partial f / \partial \underline{\sigma}$ en leurs composantes sphériques et déviatoriques :

$$\underline{Q} = \underline{Q}' + \underline{Q}'' \underline{1} \quad (67)$$

$$\underline{P} = \underline{P}' + \underline{P}'' \underline{1} \quad (68)$$

On a :

$$\underline{P}' = \underline{Q}' \quad (69)$$

$$P'' = Q'' + \bar{A} \quad (70)$$

avec

$$\bar{A} = \begin{cases} \frac{J_3'}{\underline{Q}' : \underline{Q}'} a & \text{si } \underline{Q}' : \underline{Q}' \neq 0 \\ 0 & \text{si } \underline{Q}' : \underline{Q}' = 0 \end{cases} \quad (71)$$

J_3' est le troisième invariant du tenseur des contraintes déviatoriques \underline{s} et a est une caractéristique du matériau ; lorsque $a = 0$, la loi d'écoulement est associée.

Pour permettre l'ajustement de la loi d'écrouissage aux données expérimentales, le concept de surfaces de charge multiples est utilisé. Dans cette théorie (MROZ, 1967), un champ de modules plastiques est défini dans l'espace des contraintes par un ensemble de surfaces de charges f_i incluses les unes dans les autres ; $k^{(1)} < k^{(2)} \dots < k^{(P)}$. Un module plastique H'_i constant est attaché à chacune des surfaces de charge :

$$H'_i = h'_i + \frac{\text{trace } \underline{Q}}{(\frac{1}{3} \underline{Q}' : \underline{Q}')^{1/2}} B'_i \quad (72)$$

où h'_i est le module de cisaillement plastique ($\underline{Q}' = (1/3)\text{trace } \underline{Q} = 0$) et $h'_i + B'_i$ est le module plastique volumétrique ($\underline{Q}' = 0$).

A l'intérieur de la surface f_i le comportement du sol est élastique. La surface extérieure f_p représente la surface limite, également appelée surface de consolidation ou surface volumétrique. Sur cette surface, et sur elle seule, le module plastique H'_p peut être négatif. Lorsque H'_p est positif le matériau est stable ; si l'incrément de contrainte $\underline{\dot{\sigma}}$ est dirigé vers l'extérieur de f_p , la surface de charge augmente de taille. Si H'_p est négatif, l'incrément de contrainte est dirigé vers l'intérieur de f_p et les déformations plastiques provoquent une contraction de f_p . L'état critique est défini par les points où $H'_p = 0$ [SCHOFIELD-WROTH, 1978]. Ils séparent les régions de la surface de consolidation où le comportement du sol est contractant ($H'_p > 0$) de celui où il est dilatant.

Lors de l'écoulement plastique, les surfaces de charge changent de taille et de position en étant entraînées par le point représentatif de l'état de contrainte. Lorsque ce point atteint la surface f_i toutes les surfaces intérieures (f_1, \dots, f_{i-1}) ont été translattées et sont tangentes entre elles et à f_i au point M (figure 16). Si un incrément de contrainte est appliqué tel que $\underline{Q}' : \underline{\dot{\sigma}} > 0$, l'incrément de déformation plastique est donné par l'équation (58) où $H = H'_i$ est le module plastique (éq. 72) attaché à la surface f_i . Si au contraire l'incrément de contrainte est tel que $\underline{Q}' : \underline{\dot{\sigma}} < 0$, le point M quitte f_i et se déplace à l'intérieur de f_i ; le comportement est élastique jusqu'à ce que le point M rencontre de nouveau la surface f_i .

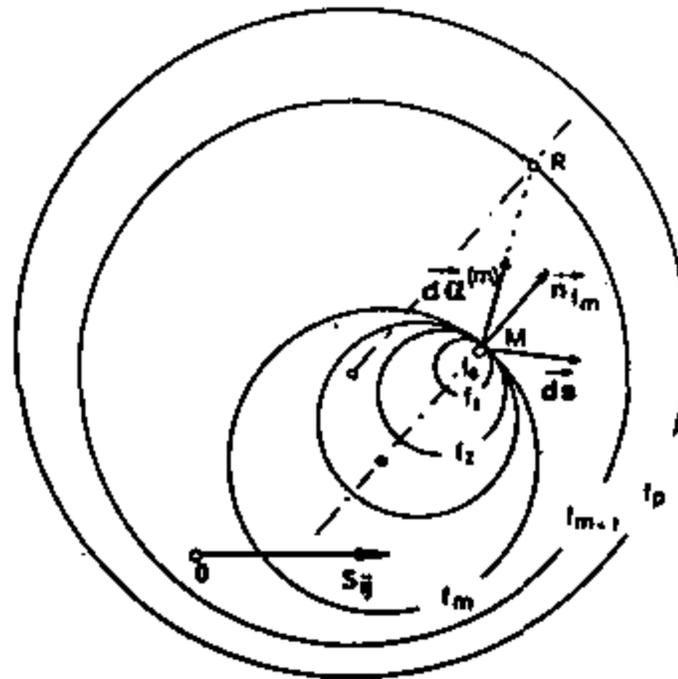


Figure 16 Modèle à surfaces de charge multiples

La translation des surfaces $f_1 \dots f_i$ vers la surface f_{i+1} doit avoir lieu suivant une direction $\underline{\mu}$ pour que les surfaces de charges ne se chevauchent pas au point de contact. La direction $\underline{\mu}$ doit être telle que le point de contact R sur f_{i+1} ait la même normale que le point M sur f_i (figure 16). La traduction mathématique de cette condition de non chevauchement au cours du déplacement de f_i [PREVOST, 1978] conduit à une relation de compatibilité entre les évolutions des paramètres d'écroutissage ($\underline{\alpha}, \beta$) de la surface f_i et de la surface f_{i+1} . Sur la surface f_i à laquelle est attachée le point M représentatif de l'état de contraintes actuel, la loi d'écroutissage peut être choisie quelconque. Dans le modèle de Prevost cette loi a pour expression :

$$\dot{\underline{\alpha}}^{(i)} = \lambda \underline{\mu}' \quad (73)$$

$$\dot{\beta}^{(i)} = \dot{\beta}' - \frac{2 k^{(i)} \dot{k}^{(i)} Q''^{(i)}}{Q^{(i)} ; Q^{(i)}} \quad (74)$$

où $\underline{\mu}'$ est la projection de $\underline{\mu}$ sur le sous espace déviatorique. La valeur de λ est obtenue à partir de l'équation de compatibilité (paragraphe 5.3.2.3).

Les tailles $k^{(i)}$ et positions ($\underline{\alpha}^{(i)}, \beta^{(i)}$) des surfaces de charge f_i sont fonction de la déformation volumique ϵ_V^P (éq 61) :

$$y = y_0 \exp(\kappa \epsilon_V^P) \quad (75)$$

où $y = k(i), \alpha(i), \beta(i)$ et κ est la pente de la droite critique dans le plan (ϵ_y^p, p') . Les modules élastiques et plastiques dépendent de la contrainte moyenne effective p' :

$$x = x_0 \left[\frac{p'}{p_0} \right]^n \quad (76)$$

où $x = B, G, H'_i$.

Une définition complète du modèle nécessite donc la détermination :

- des paramètres d'élasticité. L'élasticité étant supposée isotrope, ces derniers se réduisent aux modules de cisaillement G et de compressibilité volumétrique B ;
- des positions et tailles initiales des surfaces de charge ainsi que des modules de déformation plastique attachés à ces surfaces ;
- de la modification des tailles des surfaces de charge lorsque la déformation plastique évolue (éq. 75).

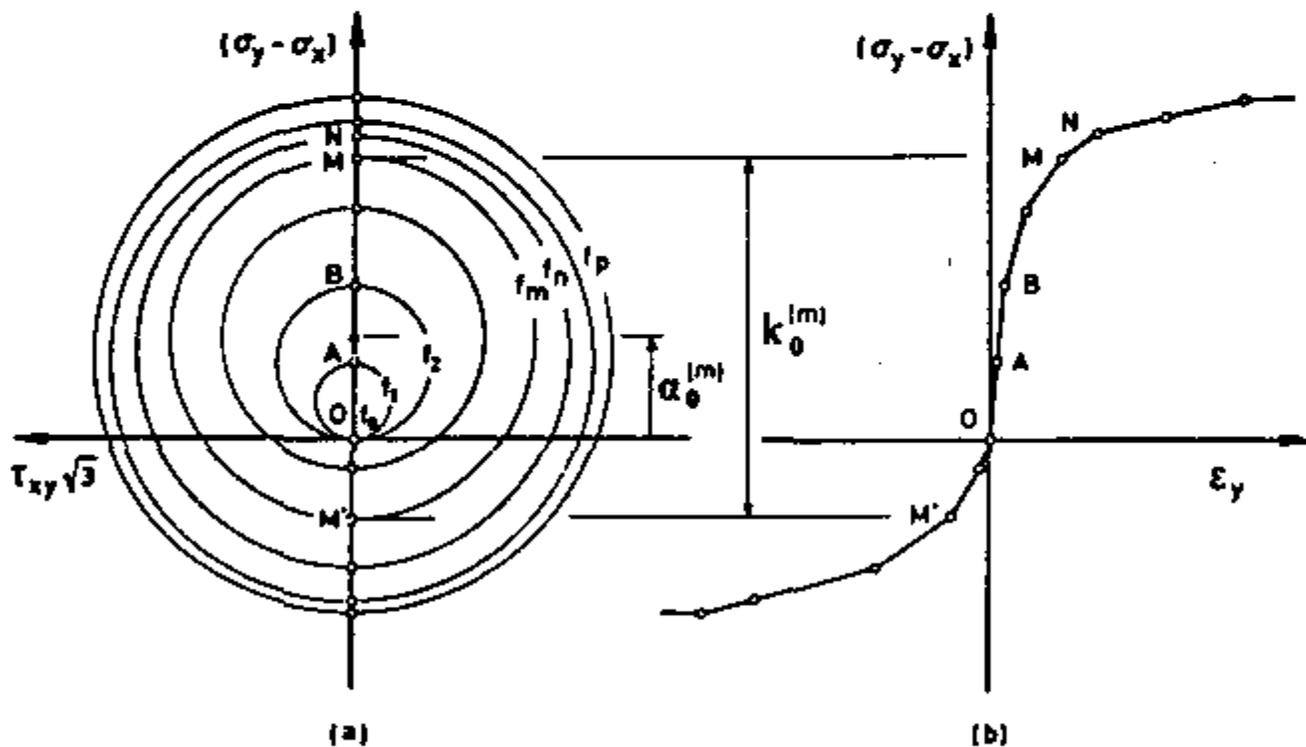


Figure 17 Essai de compression triaxiale monotone

Pour saisir le mécanisme du modèle, examinons le cas d'un chargement cyclique obtenu par compression-extension axiale d'une éprouvette cylindrique. Si le matériau présente une anisotropie initiale à symétrie de révolution autour de l'axe y , les surfaces de charge ont pour projection, sur le plan déviatorique, des cercles centrés sur l'axe Oy (figure 17a). Pour simplifier la présentation, on considérera une surface de charge de Von Mises ($C=0$ dans l'équation 66) ; le cas

$C \neq 0$ nécessite simplement quelques calculs algébriques supplémentaires (cf. Prevost, 1980). Lors du chargement, le point représentatif de l'état de contrainte se déplace sur l'axe σ_y . La courbe effort-déformation (figure 17b) est linéarisée par morceaux et la position et taille initiales de la surface de charge f_m sont obtenues à partir des points M et M' correspondant à des modules de déformation (pente du segment) H_m égaux. Le module de déformation plastique H'_m attaché à la surface f_m est alors donné par :

$$\frac{1}{H_m} = \frac{1}{H'_m} + \frac{1}{2G} \quad (77)$$

où G est le module de cisaillement élastique représenté par la pente à l'origine OA .

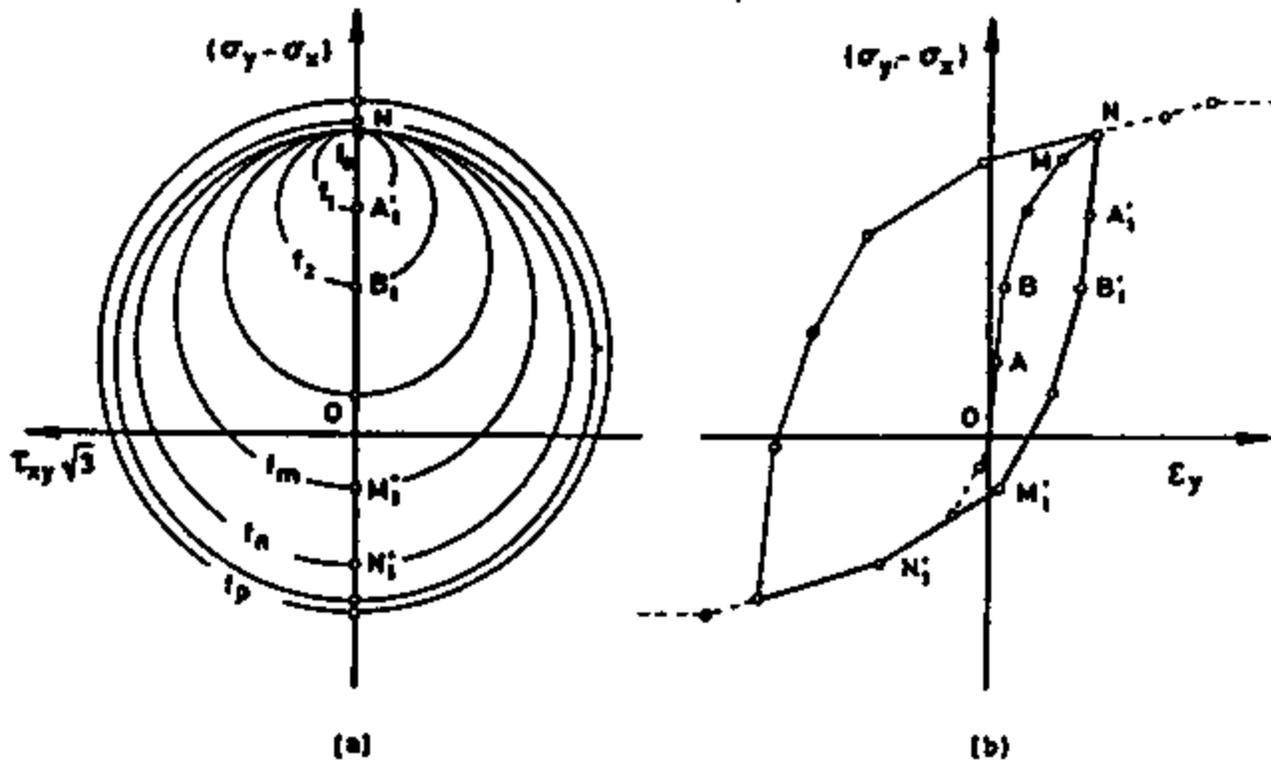


Figure 18 Essai de chargement cyclique au triaxial

Pour un chargement cyclique, le point représentatif de l'état de contraintes translate les surfaces de charge vers le bas (figure 18). Les variations de contrainte le long des segments NA_i et OA , $A_i B_i$ et $AB \dots$ résultent des variations de taille $k^{(m)}(\epsilon_y)$ des surfaces de charge. Pour un écrouissage purement cinématique on aurait $NA_i = 2k^{(1)}$, $A_i B_i = 2k^{(2)}$... Dans ce dernier cas, le modèle de Prevost est équivalent, pour les chargements unidirectionnels, au modèle de IWAN constitué d'un nombre fini d'éléments rhéologiques rassemblant un ressort et un frotteur ; l'activation de la surface de charge f_i correspond à la mise en rupture de l'élément i .

6. CONCLUSIONS

S'il est certain que les modèles tels que celui présenté ci-dessus représentent un progrès fondamental dans l'appréhension du comportement des sols sous chargement cyclique, leur mise en oeuvre pour les applications pratiques reste extrêmement limitée. Pour ces dernières, le modèle viscoélastique linéaire équivalent, voire le modèle de Iwan pour les applications unidimensionnelles, sont les plus couramment employés. La description du comportement non linéaire hystérétique du sol à l'aide du modèle viscoélastique linéaire équivalent relève essentiellement de l'approche expérimentale évoquée au paragraphe 2. La description à l'aide d'un modèle élastoplastique fait par contre intervenir la notion de loi de comportement.

Il ne faut pas perdre de vue que des modèles permettant de décrire le comportement des sols peuvent être construits en dehors du cadre de la théorie de l'élastoplasticité. C'est le cas du modèle endochronique de BAZANT-KRIZEK (1976) ou du modèle énergétique de NEMAT-NASSER-SHOKOCH (1977). Ces modèles ne présentent cependant pas les mêmes interprétations physiques simples que les modèles élastoplastiques. Par ailleurs, le modèle de Prevost ne constitue pas le seul modèle de comportement de sol construit dans le cadre de la théorie de l'élastoplasticité (HARDIN, 1978 ; SANDLER-DIMAGGIO, 1976 ; DAFALIAS et al, 1980). Son originalité et sa grande souplesse résident dans l'utilisation de surfaces de charge multiples par opposition aux modèles à deux surfaces ; noyau élastique et surface de consolidation.