Suite TD : Cisaillement des sols

Exo 1

Un essai triaxial consolidé non drainé (CU) est réalisé sur 2 échantillons d'un même sol sous des pressions latérales de 200 et 400 kPa relativement.

Les contraintes à la rupture sont :

echantillon	σ_3	σ_1	u
1	200	350	140
2	400	700	280.

Calculer :

a) Les valeurs de c' et ϕ'.

b) Les contraintes normale et de cisaillement sur le plan de rupture de l'echantillon 2.

Solution :

a) $\sigma' = \sigma - u$.

$\Rightarrow$ éch1 $\begin{cases} \sigma'_1 = \overset{350-140}{210} \\ \sigma'_3 = \overset{200-140}{60} \end{cases}$ ech. 2 $\begin{cases} \sigma'_1 = \overset{700-280}{420} \\ \sigma'_3 = \overset{400-280}{120}. \end{cases}$

$$(\sigma'_1 + H) = (\sigma'_3 + H)\left(\frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}\right) = (\sigma'_3 + H)\underbrace{tg^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}\right)}_{K}$$

on pose : $H = c\cot g\,\phi$. ; $K = tg^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}\right)$

$$\Rightarrow \begin{cases} 210 + H = (60 + H)\,K \;\ldots\ldots (1) \\ 420 + H = (120 + H)\,K \;\ldots\ldots (2) \end{cases}$$

l'éq. (1) divisée par l'éq. (2) $\Rightarrow \dfrac{210+H}{420+H} = \dfrac{60+H}{120+H}$.

$\Leftrightarrow (210 + H)(120 + H) = (420 + H)(60 + H)$.

$\Leftrightarrow 210 \times 120 + 210 . H + 120H + H^2 = 420 . 60 + 420 . H + 60 . H + H^2$.

1

$\cancel{25200} + 330H + \cancel{H^2} = \cancel{25200} + 480H + \cancel{H^2}$ $\Leftrightarrow 480H - 330H = 0$

$\Rightarrow 150H = 0 \Rightarrow H = 0$ or $H = \frac{c'}{tg\varphi'} \Rightarrow$

$\Rightarrow c' \cot g \phi = 0 \Rightarrow \boxed{C' = 0} \Rightarrow$ sable.

Remplaçons ds l'eq. ①:

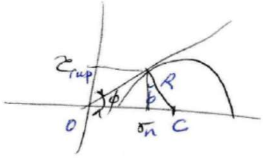
$210 = 60\ K \Rightarrow K = \frac{210}{60} = 3,5.$

$\Leftrightarrow tg^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) = 3,5 \Rightarrow \frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} = 61,87°$

$tg\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) = \sqrt{3,5}$

$\Rightarrow \boxed{\phi' = 33,78°}$

b)



$\tau_{rup} = R \cos \phi' =$

$R = \frac{\sigma_1' - \sigma_3'}{2} = \frac{420 - 120}{2} = 150\ KPa.$

$\tau_{rup} = 150 \cos 33,78° = 124,7\ KPa \Rightarrow \boxed{\tau_{rup} = 124,7\ KPa}$

$\sigma_n = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - R \sin \phi' = 270 - 150 \sin 33,78°$

$\Rightarrow \boxed{\sigma_n = 186,66\ KPa}$. $\left(\frac{420+120}{2}\right) - \left(\frac{420-120}{2}\right) \sin 33,78°$.

Suite TD : cisaillement des sols

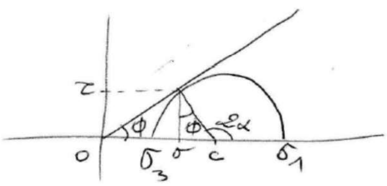
Exo 2 (04/03/18)

On réalise à la boîte de Casagrande un essai CD sur un sable. La contrainte normale vaut 200 kPa, la contrainte tangentielle 115 kPa sur le plan de cisaillement à la rupture. Déterminer les directions et les valeurs des contraintes principales pour les pts du plan de rupture.

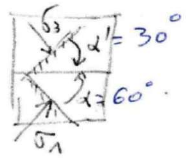
Solution :

$\sigma_n = 200$ kPa. Sable $\Rightarrow c = 0$

$\tau_{rup} = 115$ kPa.



$\sigma_n = OC - R\sin\phi$.



$$\begin{cases} \sigma_n = \dfrac{\sigma_1+\sigma_3}{2} - \left(\dfrac{\sigma_1-\sigma_3}{2}\right)\sin\phi \text{ ---- } (1) \\ \tau_{rup} = R\cos\phi = \left(\dfrac{\sigma_1-\sigma_3}{2}\right)\cos\phi \text{ --- } (2) \end{cases}$$

$$\tan\phi = \frac{\tau_{rup}}{\sigma_n} = \frac{115}{200} = 0{,}575 \Rightarrow \phi = 29{,}9^\circ \Rightarrow \boxed{\phi \simeq 30^\circ}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\phi}{2} = 45 + \dfrac{30}{2} = 60^\circ. \Rightarrow \boxed{\alpha = 60^\circ} \\ \alpha + \alpha' = \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha' = \dfrac{\pi}{2} - \alpha = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ. \text{ et } \boxed{\alpha' = 30^\circ} \end{cases}$$

Le syst. d'éqs. (1) et (2) devient :

$$\begin{cases} \sigma_n = \dfrac{\sigma_1+\sigma_3}{2} - \left(\dfrac{\sigma_1-\sigma_3}{2}\right)\cdot \overset{\sin 30^\circ}{\dfrac{1}{2}} \text{ ---- } (1') \\ \tau_{rup} = \left(\dfrac{\sigma_1-\sigma_3}{2}\right)\overset{\cos 30^\circ}{\dfrac{\sqrt{3}}{2}} \text{ ------ } (2') \end{cases}$$

l'éq. (2') $\Rightarrow \sigma_1 = \dfrac{4\tau_{rup}}{\sqrt{3}} + \sigma_3$. remplaçons σ_1 ds l'éq (1')

$$\Rightarrow \sigma_n = \frac{\left(\frac{4\tau}{\sqrt{3}} + \sigma_3\right) + \sigma_3}{2} - \frac{\left(\left(\frac{4\tau}{\sqrt{3}} + \sigma_3\right) - \sigma_3\right)}{2}\cdot\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sigma_n = \frac{2\tau_{rup}}{\sqrt{3}} + \sigma_3 - \frac{\tau_{rup}}{\sqrt{3}} = \sigma_3 + \frac{\tau_{rup}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sigma_3 = \sigma_n - \frac{\tau_{rup}}{\sqrt{3}}.$$

$$\Rightarrow \sigma_3 = 200 - \frac{115}{\sqrt{3}} = 133,6 \text{ kPa}.$$

$$\boxed{\sigma_3 = 133,6 \text{ kPa}}$$

$$\sigma_1 = \frac{4\tau_{rup}}{\sqrt{3}} + \sigma_3 = \frac{4 \cdot 115}{\sqrt{3}} + 133,6 = 399,18$$

$$\boxed{\sigma_1 = 399,18 \text{ kPa}}$$

Poussée et Butée des terres
Rappel de cours

1) Poussée :

Pour calculer la force de poussée sur un mur de soutènement, il faut d'abord calculer les pressions horizontales sur celui-ci par la formule :

$$\sigma_a = \sigma'_v K_a - 2C\sqrt{K_a}$$

où : $K_a = \dfrac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi} = tg^2\left(\dfrac{\pi}{4} - \dfrac{\varphi}{2}\right)$ coef. de Poussée

C : cohésion

σ'_v : contrainte verticale effective $\sigma'_v = \sigma_v - u$

σ_a : contrainte active.

Ensuite, on trace le diagramme des pressions. Enfin, on calcule la force de poussée en faisant la somme des aires des diagrammes de pression.

2) Buteé :

Pour calculer la force de buteé sur un mur, il faut calculer les pressions horizontales sur celui-ci par la formule :

$$\sigma_p = \sigma'_v K_p + 2C\sqrt{K_p}$$

σ_p : contrainte passive.

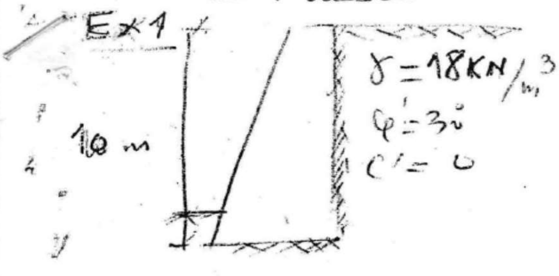
où : K_p : coef. de Butée $K_p = \dfrac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} = tg^2\left(\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\varphi}{2}\right)$

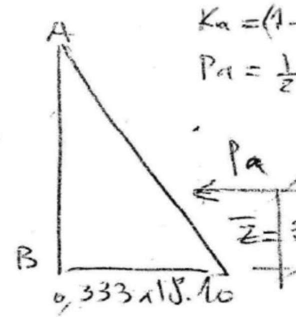
De la même façon que pour la poussée, on trace le diagramme des pressions et on calcule la force de butée en faisant la somme des aires des diagrammes de pression.

TTD : Poussée et Butée des terres

Force de Poussée

Ex1





$K_a = (1 - \sin 30°)/(1 + \sin 30°) = 0,33$

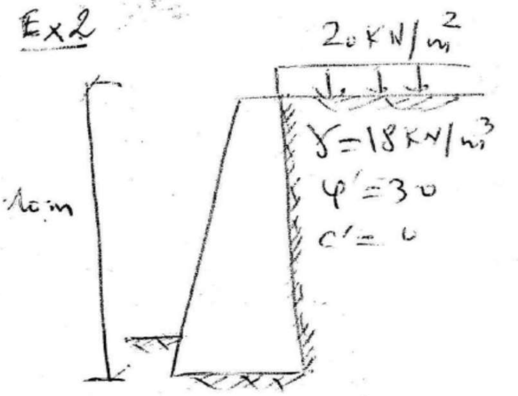
$P_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a = 0,5 . 18 . (10)^2 . 0,333$

$P_a = 300$ KN/ml.

$P_a = 300$ KN/ml du mur

$\bar{Z} = 3,33$ m

Ex2

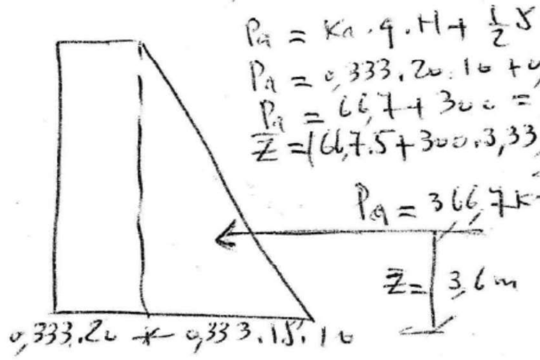


$P_a = K_a . q . H + \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a$

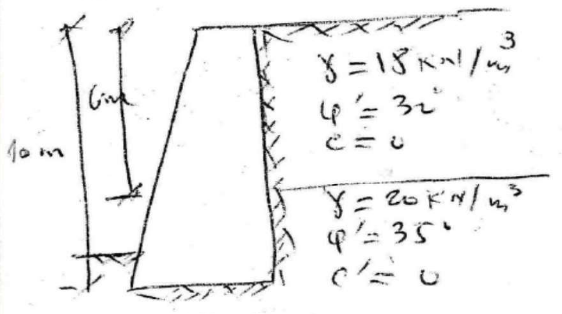
$P_a = 0,333 . 20 . 10 + 0,5 . 18 . (10)^2 . 0,333$

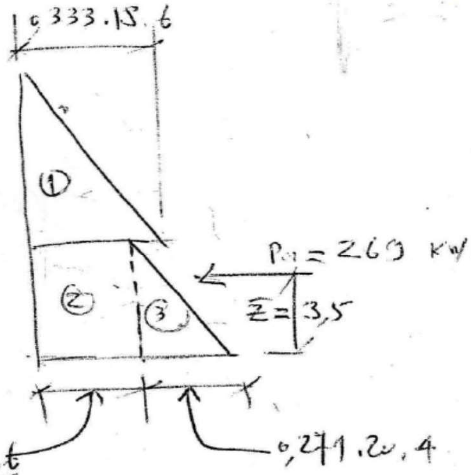
$P_a = 66,7 + 300 = 366,7$ KN/ml

$\bar{Z} = (66,7 . 5 + 300 . 3,33)/366,7 = 3,6$ m



Ex3





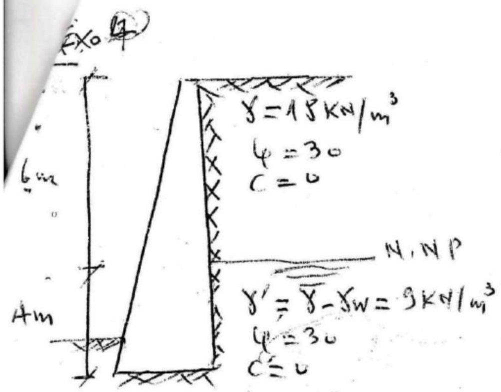
$K_{a_1} = 0,333$

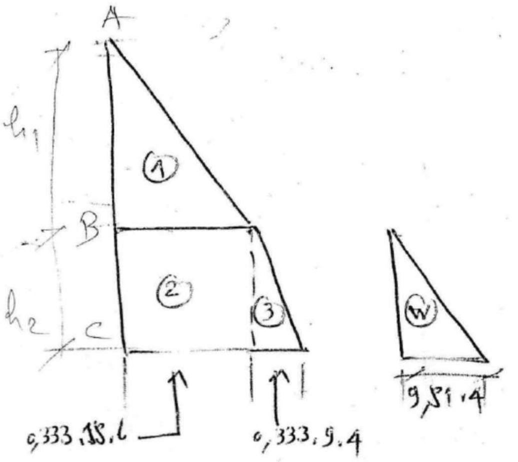
$K_{a_2} = (1 - \sin 35)/(1 + \sin 35) = 0,271$

	Surface du diagramme de pression (P_a) KN/m.	CDG, Hauteur c/o	Moment de la surface par rapport à la base du mur
1	$0,5 . 0,333 . 18 . 6^2 = 108$	6	648
2	$0,271 . 18 . 6 . 4 = 118$	2	236
3	$0,5 . 0,271 . 20 . 4^2 = 43$	1,33	58
	269		942

$P_a = 269$ KN/ml ; $\bar{Z} = 942/269 = 3,5$ m.

Exo 4





Surface	Pa (KN/ml du mur)	bras de levier/base (m)	Moment / à la base
1	$0,5 \cdot 0,333 \cdot 18 \cdot 6^2 = 108$	6	648
2	$0,333 \cdot 18 \cdot 6 \cdot 4 = 144$	2	288
3	$0,5 \cdot 0,333 \cdot 9 \cdot 4^2 = 24$	1,33	32
W	$0,5 \cdot 9,81 \cdot 4^2 = 79$	1,33	105
	355		1073 ~~1073~~

$Pa = 355\ KN/ml$; $\bar{Z} = 1073/355 = 3\ m$

2,85

Plan A : $\sigma_a = 0$

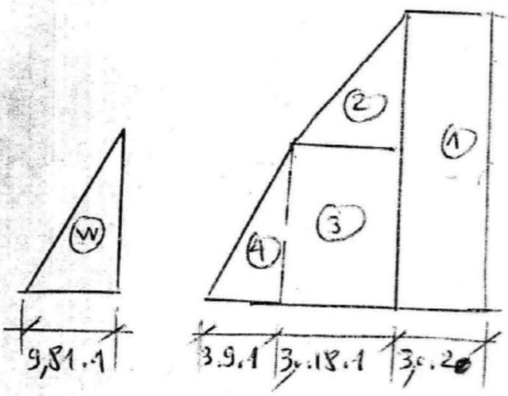
Plan B : $\sigma_a = \gamma h_1 \cdot Ka = 18 \cdot 6 \cdot 0,333 =$
1re couche

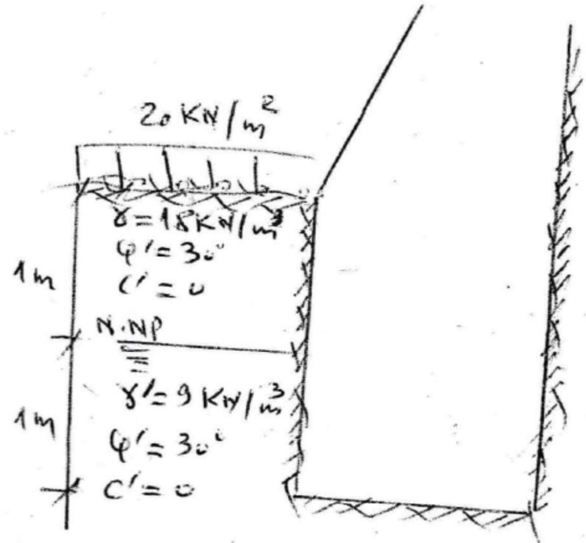
Plan B : $\sigma_a = \gamma' h_1 \cdot K_a = 18 \cdot 6 \cdot 0,333 =$
2me couche

Plan C : $(\gamma' h_1 + \gamma' h_2) \cdot Ka = (18 \cdot 6 + 9 \cdot 4) \cdot 0,333 =$

Exo 1 Butée.

$$K_p = \frac{1 + \sin 30}{1 - \sin 30} = 3$$



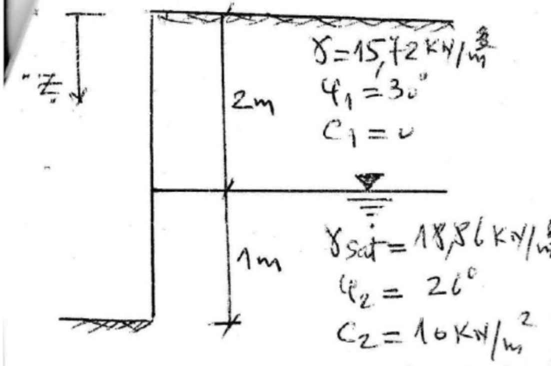


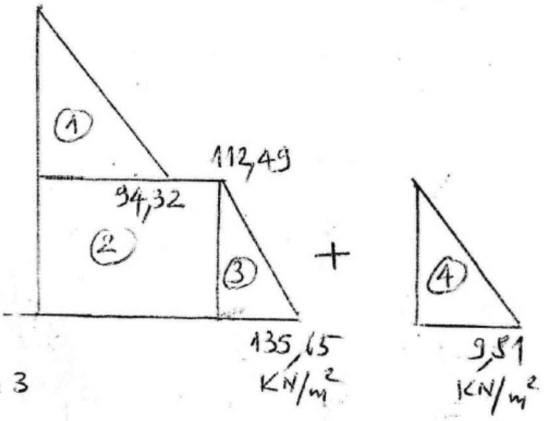
Surface	Pp	bras de levier de Pp/base	Moment de Pp/base
1	$3{,}0 \cdot 20 \cdot 2 = 120$	1	120
2	$0{,}5 \cdot 3{,}0 \cdot 18 \cdot 1^2 = 27$	1,33	36
3	$3{,}0 \cdot 18 \cdot 1 \cdot 1 = 54$	0,5	27
4	$0{,}5 \cdot 3{,}0 \cdot 9 \cdot 1^2 = 13$ 13,5	0,33	4 4,45
W	$0{,}5 \cdot 9{,}81 \cdot 1^2 = 5$ 4,9	0,33	2 1,63
	219 219,4		189 189,12

$P_p = 219$ KN/ml ; $\bar{Z} = 189/219 = 0{,}86$ m

219,4

Exo 2 Déterminer la force passive/ml du mur en utilisant la théorie de Rankine.





$$K_{p1} = tg^2\left(45 + \frac{\varphi_1}{2}\right) = tg^2\left(45 + \frac{30}{2}\right) = 3$$

$$K_{p2} = tg^2\left(45 + \frac{\varphi_2}{2}\right) = tg^2\left(45 + \frac{26}{2}\right) = 2{,}56$$

$$\sigma_p = \sigma'_v K_p + 2c\sqrt{K_p}$$

- à $Z = 0 \rightarrow \sigma'_v = 0,\ C_1 = 0,\ \sigma_p = 0$

$Z = 2m \rightarrow \sigma'_v = 15{,}72 \cdot 2 = 31{,}44\ KN/m^2,\ C_1 = 0$

1ère Couche $\sigma_p = 31{,}44 \cdot K_{p1} + 2 \cdot 0 \sqrt{K_{p1}}$

$\sigma_p = 31{,}44 \cdot 3 + 0 = 94{,}32\ KN/m^2$

$Z = 2m \rightarrow \sigma_p = \sigma'_v \cdot K_{p2} + 2\, c_2 \sqrt{K_{p2}}$

2ème Couche $\sigma_p = 31{,}44 \cdot 2{,}56 + 2 \cdot 10\ \sqrt{2{,}56} = 80{,}42 + 32 = 112{,}49\ KN/m^2$

$Z = 3m \rightarrow \sigma'_v = 15{,}72 \cdot 2 + (\gamma_{sat} - \gamma_w) \cdot 1$

$\sigma'_v = 31{,}44 + (\underbrace{18{,}86 - 9{,}81}_{9{,}05}) \cdot 1 = 40{,}49\ KN/m^2$

$\sigma_p = \sigma'_v \cdot K_{p2} + 2c\sqrt{K_{p2}} = 40{,}49 \cdot 2{,}56 + 2 \cdot 10 \cdot \sqrt{2{,}56}$

$\sigma_p = 135{,}65\ KN/m^2$

Pression hydrostatique :

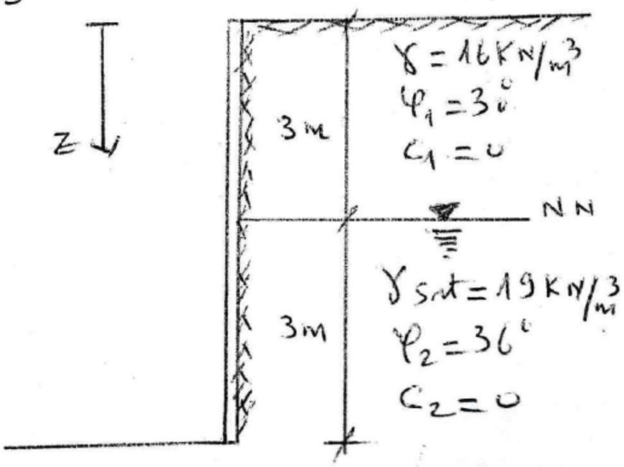
$U = Z \cdot \gamma_w = 1 \cdot 9{,}81 =$

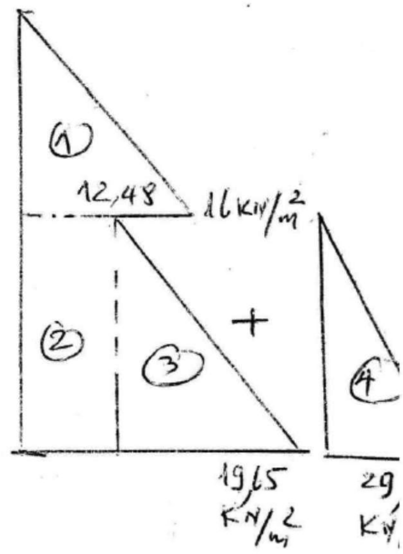
$U = 9{,}81\ KN/m^2$

N° Surface	
1	$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 94{,}32 = 94{,}32$
2	$1 \cdot 112{,}49 = 112{,}49$
3	$\frac{1}{2} \cdot 1 (135{,}65 - 112{,}49) = 11{,}58$
4	$\frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot 1 = 4{,}905$
	$P_p = 223{,}3\ KN/m$

←

Ex 03





$c = 0 \rightarrow \sigma_a = \sigma_v . K_a$

$\varphi_1 = 30° \rightarrow K_{a1} = tg^2(45 - 15) = \frac{1}{3}$

$\varphi_2 = 36 \rightarrow K_{a2} = tg^2(45 - \frac{36}{2}) = 0,26$

Pour : $Z = 0$, $\sigma'_v = 0$, $\sigma'_a = 0$

1ère couche $Z = 3\,m$; $\sigma'_v = \gamma Z = 16 . 3 = 48\, KN/m^2$

$\sigma'_a = K_{a1} . \sigma'_v = \frac{1}{3} . 48 = 16\, KN/m^2$

2ème couche $* Z = 3\,m$:

$\sigma'_a = K_{a2} . \sigma'_v = 0,26 . 48 = 12,48\, KN/m^2$

$* Z = 6\,m$, $\sigma'_v = \gamma(3) + (\gamma_{sat} - \gamma_w) . 3 = 16 . 3 + (19 - 9,81) . 3$

$\sigma'_v = 48 + 27,57 = 75,57\, KN/m^2$

$\sigma'_a = K_{a2}(\sigma'_v) = 0,26 . 75,75 = 19,65\, KN/m^2$.

Pression hydrostatique : $U = \gamma_w . Z = 9,81 . 3 = 29,43\, KN/m^2$

Surface	$P_{a,i}$ (KN/ml de mur)	Bras de levier/base	Moment/base
1	$\frac{1}{2} . 3 . 16 = 24$	4	96
2	$3 . 12,48 = 37,44$	1,5	56,16
3	$\frac{1}{2} . 3(19,65 - 12,48) = 10,76$	1	10,76
4	$\frac{1}{2} . 3 . 29,43 = 44,15$	1	44,15
	116,35		207,07

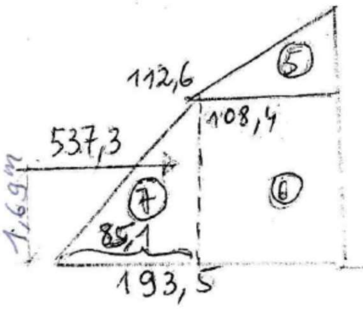
$P_a = 116,35\, KN/ml$

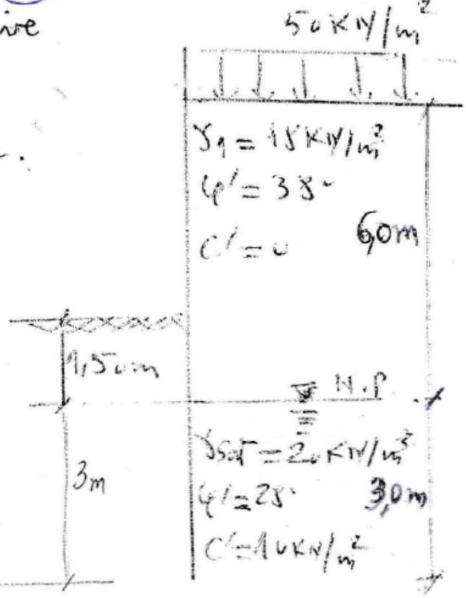
$\bar{Z} = \frac{207,07}{116,35}$

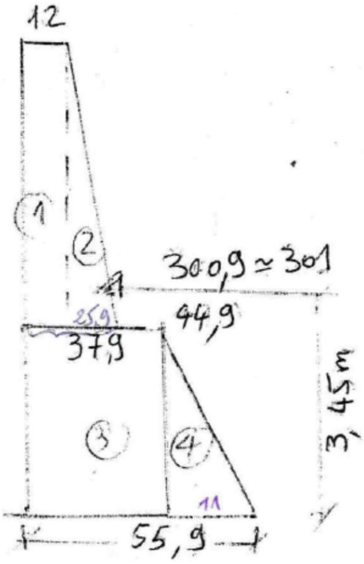
$\bar{Z} = 1,779\, m$

3

Poussée Active et Passive Par Rankine.







$$K_{a1} = \frac{1-\sin 38}{1+\sin 38} = 0,24 \quad ; \quad K_p = \frac{1}{0,24} = 4,17$$

$$K_{a2} = \frac{1-\sin 28}{1+\sin 28} = 0,36 \quad K_{p_2} = \frac{1}{0,36} = 2,78$$

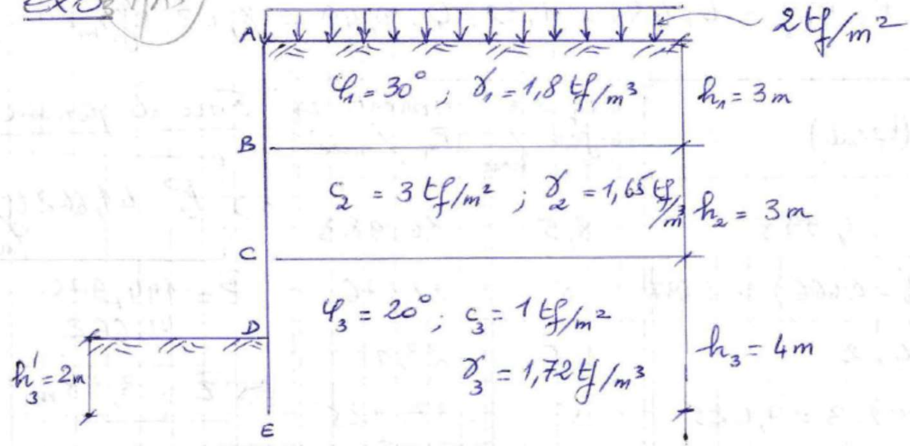
$$\gamma' = 20 - 9,8 = 10,2 \text{ KN/m}^2$$

Sol	Profondeur (m)	Pression Active KN/m²
1	0	$0,24 \cdot 50 = 12$
1	6	$(0,24 \cdot 50) + (0,24 \cdot 18 \cdot 6) = 12 + 25,9 = 37,9$
2	6	$0,36\,[50 + (18 \cdot 6)] - (2 \cdot 10 \cdot \sqrt{0,36}) = 56,9 - 12 = 44,9$
2	9	$0,36\,[50 + (18 \cdot 6)] - (2 \cdot 10 \cdot \sqrt{0,36}) + (0,36 \cdot 10,2 \cdot 3) = 56,9 - 12 + 11 = 55,9$

Sol	Profondeur (m)	Pression Passive
1	0	0
1	1,5	$4,17 \cdot 18 \cdot 1,5 = 112,6$
2	1,5	$(2,78 \cdot 18 \cdot 1,5) + (2 \cdot 10 \cdot \sqrt{2,78}) = 75,1 + 33,3 = 108,4$
2	4,5	$(2,78 \cdot 18 \cdot 1,5) + (2 \cdot 10 \cdot \sqrt{2,78}) + (2,78 \cdot 10,2 \cdot 3) = 75,1 + 33,3 + 85,1 = \underline{193,5}$

TD : Poussée et Butée des terres

Exo3 7pts



P_a ? P_p ? leurs pts d'application?

Poussée :

$$K_a = \frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi} = tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$$

$K_{a_1} = 0,333$

$K_{a_2} = 1$

$K_{a_3} = 0,49$

Calcul des pressions :

1ère couche

Plan A : ($h = 0$)

$\sigma_A = q\,K_{a_1} = 2 \cdot 0,333 = 0,666$ tf/m². 0,5

plan B : ($h = 3m$)

$\sigma_B = q\,K_{a_1} + \gamma_1 h_1 K_{a_1} = 0,666 + 1,8 \cdot 3 \cdot 0,333 = 2,464$ tf/m². 0,5

2ème couche

plan B : ($h = 3m$)

$\sigma'_B = (q + \gamma_1 h_1)\,K_{a_2} - 2c_2\sqrt{K_{a_2}}$

$= (2 + 1,8 \cdot 3) \cdot 1 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{1} = 1,4$ tf/m². 0,5

plan C : ($h = 6m$)

$\sigma_C = \sigma'_B + \gamma_2 h_2 K_{a_2} = 1,4 + 1,65 \cdot 3 \cdot 1 = 6,35$ tf/m². 0,5

3e couche

plan C : ($h = 6m$)

$\sigma'_C = (q + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2)\,K_{a_3} - 2c_3\sqrt{K_{a_3}}$

$\sigma'_C = (2 + 1,8 \cdot 3 + 1,65 \cdot 3) \cdot 0,49 - 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{0,49} = 4,651$ tf/m². 0,5 plan E : ($h = 10\,m$)

$$\sigma_E = \sigma'_c + \gamma_3 h_3 K_{a_3} = 4,651 + 1,72 \cdot 4 \cdot 0,49 = 8,02\ tf/m^2$$

01

n° surface	P_{a_i} (tf/ml)	cdg des surfaces / base	Moments des P_{a_i} / base
1	$0,666 \cdot 3 = 1,998$	8,5	16,983
2	$\frac{1}{2} \cdot (2,464 - 0,666) \cdot 3 = 2,697$	8	21,576
3	$1,4 \cdot 3 = 4,2$	5,5	23,1
4	$\frac{1}{2} \cdot (6,35 - 1,4) \cdot 3 = 7,425$	5	37,125
5	$4,651 \cdot 4 = 18,604$	2	37,208
6	$\frac{1}{2} \cdot (8,02 - 4,651) \cdot 4 = 6,738$	1,333	8,981
Σ	P_a = Poussée = 41,662		144,973

Force de poussée :

$\Rightarrow \boxed{P_a = 41,662\ tf/ml}$

$\bar{Z} = \frac{144,973}{41,662}$

$\Rightarrow \boxed{\bar{Z} = 3,48\,m}$ 01

Butée :

$$K_p = \frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi} = tg^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$$

$K_{p_3} = 2,039$.

plan D :

$$\sigma_D = \underbrace{\cancel{\gamma_3 h_3} K_p}_{0} + 2 c_3 \sqrt{K_{p_3}} = 2 c_3 \sqrt{K_{p_3}} = 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{2,039} = 2,855\ tf/m^2$$

01

Plan E :

$$\sigma_E = \sigma_D + \gamma_3 h'_3 K_{p_3} = 2,855 + 1,72 \cdot 2 \cdot 2,039 = 9,869\ tf/m^2$$

01

n° surface	P_{p_i} tf/ml	c.d.g des surfaces / base	Moments de P_{p_i} / base
7	$2,855 \cdot 2 = 5,71$	1	5,71
8	$\frac{1}{2} \cdot (9,869 - 2,855) \cdot 2 = 7,014$	0,666	4,671
Σ	P_p = Butée = 12,724		10,381

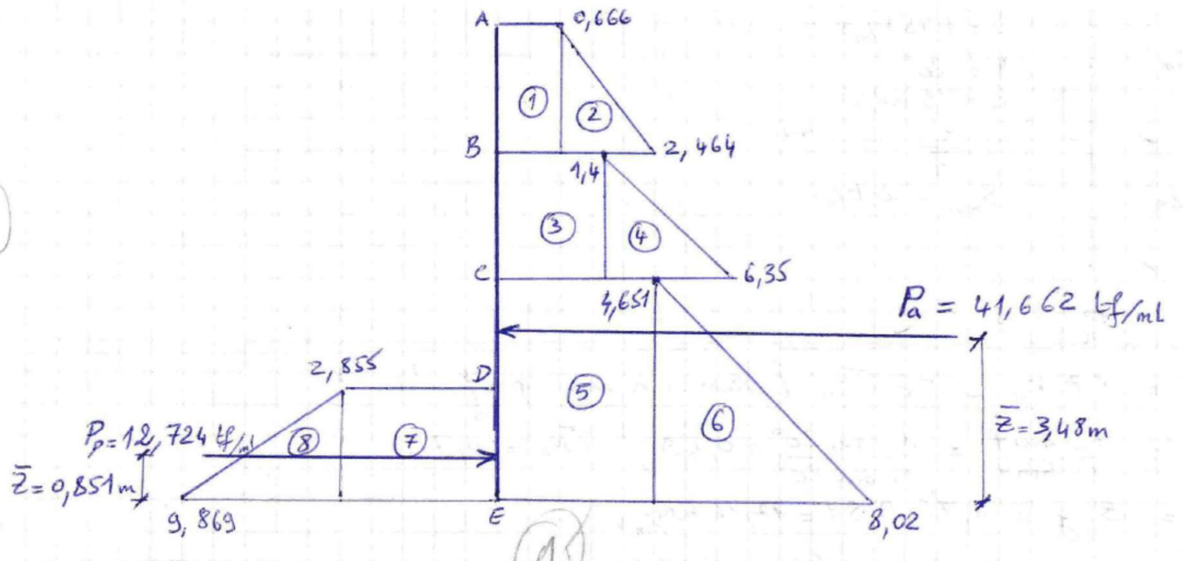
Force de butée :

$\boxed{P_p = 12,724\ tf/ml}$ 01

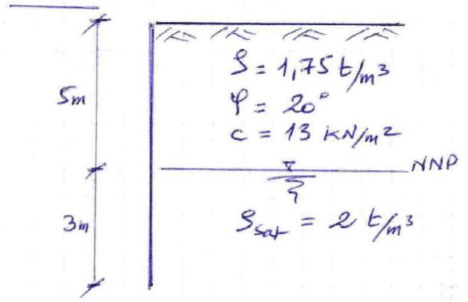
$\bar{Z} = \frac{10,381}{12,724}$

$\Rightarrow \boxed{\bar{Z} = 0,815\,m}$ 01

Diagramme des Pressions



Exo :



P_a ? $\bar{z}$?

$\sigma_a = \gamma z K_a - 2c\sqrt{K_a}$ (pression à une profondeur z)

$K_a = \dfrac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi} = \dfrac{1-\sin 20°}{1+\sin 20°} = 0{,}49$; $\sqrt{K_a} = 0{,}7$.

$\gamma = \rho . g = 1{,}75 . 9{,}81 = 17{,}16\ KN/m^3$

$\gamma' = (\rho_{sat} - \rho_w).g = (2-1).9{,}81 = 9{,}81\ KN/m^3$ avec $\rho_w = 1t/m^3$.

Profondeur de tension :

$\sigma_a = \gamma z K_a - 2c\sqrt{K_a} = 0 \Rightarrow z = \dfrac{2c}{\gamma\sqrt{K_a}} = \dfrac{2.13}{17{,}16.\sqrt{0{,}49}} = 2{,}16m$.

Pressions :

$z = 0 \longrightarrow \sigma_a = -2c\sqrt{K_a} = -2.13.0{,}7 = -18{,}2\ KN/m^2$

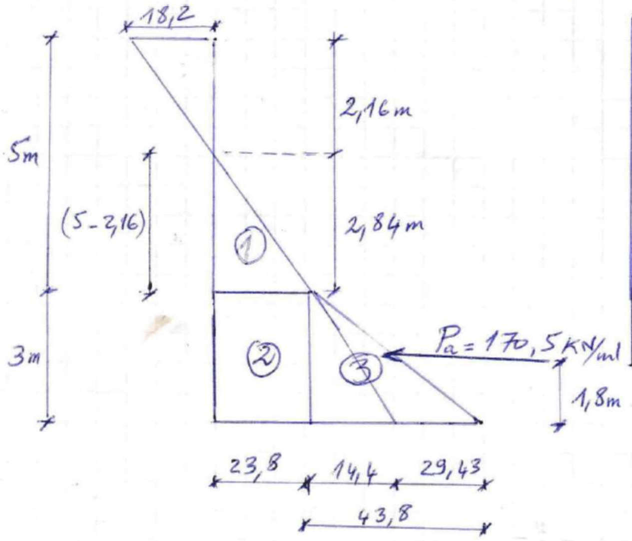
$z = 5m \longrightarrow \sigma_a = \gamma z K_a - 2c\sqrt{K_a} = 17{,}16.5.0{,}49 - 2.13.0{,}7 = 23{,}8\ KN/m^2$

Effet des 3m de sol immergé :

$\sigma_a = \gamma' . 3 . K_a = 9{,}81 . 3 . 0{,}49 = 14{,}4\ KN/m^2$.

Effet de l'eau sur les 3m.

$\sigma_w = \gamma_w . 3 = 9{,}81 . 3 = 29{,}43\ KN/m^2$.



N°	P_{ai} (KN/ml)	cdg/base	Moment des P_{ai}/base
1	$\frac{1}{2}.23{,}8.2{,}84 = 33{,}8$	3,95	133,5
2	$23{,}8 . 3 = 71{,}4$	1,5	107,1
3	$\frac{1}{2}.43{,}8.3 = 65{,}3$	1	65,6
Σ	$P_a = 170{,}5$		306,2

Poussée totale $\boxed{P_a = 170{,}5\ KN/ml}$

$\bar{z} = \dfrac{306{,}2}{170{,}5} = 1{,}8\ m \Rightarrow \boxed{\bar{z} = 1{,}8m}$

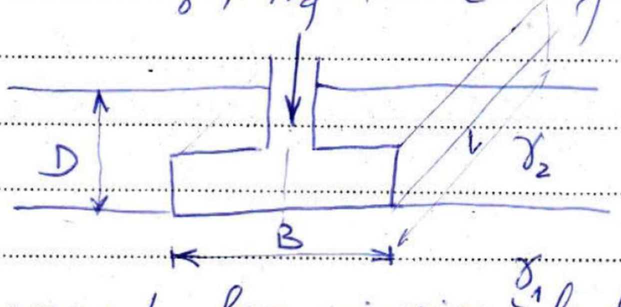
TD : Les fondations (Rappel de cours)

1) Capacité portante d'une fondation :

Pour calculer la capacité portante ou la pression limite de la fondation, on utilise la formule suivante :

* pour une fondion filante : $q_l = \frac{1}{2}\gamma_1 B N_\gamma + \gamma_2 D N_q + C N_c$
$(B \ll L)$

avec : γ_1 : poids volumique du sol sous la semelle
γ_2 : " " " " en dessus "
B : Largeur de la semelle
D : profondeur d'enterrement
N_γ, N_q et N_c : facteurs de portance



Remarque : La force qui arrive à la fondation est verticale et centrée.

* Pour une fondation carré, rectangulaire ou circulaire : $q_l = \frac{1}{2} s_\gamma \gamma_1 B N_\gamma + s_q \gamma_2 D N_q + s_c C N_c$

avec : s_γ, s_q et s_c sont les facteurs de correction de la forme, ils sont donnés par le tableau suivant :

Fondations	réctangulaires ou carrées ($\frac{B}{L}=1$)		circulaires
S_γ	$1 - 0,2\frac{B}{L}$	0,8	0,6
S_c	$1 + 0,2\frac{B}{L}$	1,2	1,3
S_q	1	1	1

La capacité portante étant la pression limite que peut supporter une fondation.

2) La contrainte admissible :

La contrainte admissible est calculée par la formule suivante :

$$q_a = \gamma_2 D + \frac{q_l - \gamma_2 D}{F_S}$$

avec : F_S : facteur de sécurité

Elle est utilisée pour le dimensionnement des fondations

3) Charge inclinée :

Lorsque la charge qui arrive à la fondation est inclinée, on utilise des facteurs de correction de l'inclinaison dans la formule de la capacité portante :

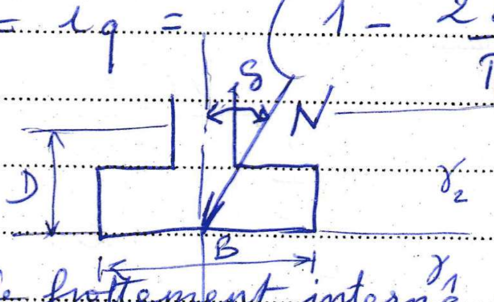
* pour une fondation filante :

$$q_l = \frac{1}{2} i_\gamma \gamma_1 B N_\gamma + i_q \gamma_2 D N_q + i_c C N_c$$

avec : i_γ, i_q et i_c : facteurs de correction de l'inclinaison.

$$i_\gamma = \left(1 - \frac{\delta}{\varphi}\right)^2$$

$$i_c = i_q = \left(1 - \frac{2\delta}{\pi}\right)^2$$



φ : angle de frottement interne du sol

π : angle plat = 180°

* Pour une fondation rectangulaire, circulaire ou carrée :

On rajoute la correction de forme càd :

$$q_\ell = \frac{1}{2} S_\gamma \, i_\gamma \, \gamma_1 B N_\gamma + S_q \, i_q \, \gamma_2 D N_q + S_c \, i_c \, C N_c$$

Remarques :

* S'il existe une nappe phréatique, on travaille avec γ' : poids volumique déjaugé dans tous les cas.

TD : Les fondations

Exo1 :

Quelle est la capacité portante d'une semelle de 1m de largeur reposant sur un sable de densité 1,65 et d'angle de frottement interne $\varphi = 35°$?
Quelle est la valeur de la contrainte admissible ?
$\gamma_W = 10 kN/m^3$; $F_s = 3$; ($\varphi = 35°$: $N_\gamma = 41,1$; $N_q = 33,3$; $N_c = 46,7$.)

Exo2 :

Une fondation filante est conçue à une profondeu de 1 m dans un sable graveleux avec $C = 0$ et $\varphi = 35°$. Caractéristiques du sable : $\gamma = 16 kN/m^3$; $\gamma_{sat} = 21 kN/m^3$ ($\varphi = 35°$: $N_\gamma = 41,1$; $N_q = 33,3$; $N_c = 46$;
Calculer la pression admissible dans les cas suivan
a) Sable sec ; b) La nappe est au niveau du terrain naturel ; c) La nappe est au niveau de la semelle.
$\gamma_W = 10 KN/m^3$; $F_s = 3$

Exo 3 :

On charge une plaque circulaire de 1,05m de diamètre reposant sur un sable de densité 1,65. La rupture par poinconnement intervient lorsque la plaque est soumise à une pression de 15 daN/cm2. Determiner la valeur du facteur de capacité portante N_γ correspondant.
$\gamma_W = 10 KN/m^3$.

Exo 4 :

Un sol purement cohérent a été testé par l'essai de compression à volume non restreint et les valeurs suivantes de la résistance à la compression ont été obtenues : 39,3 - 37,2 - 44,8 - 48,3 - 42,7 - 40,7 - 43,4 kN/m^2. Estimer la capacité portante de ce sol chargé par une semelle filante sur sa surface.

Exo 5 :

Une fondation filante est conçue à une profondeur de 1,2m dans un sable graveleux avec $c = 0$ et $\varphi = 40°$ pour supporter une charge de 1000 kN/m inclinée de 10°. Déterminer la largeur de cette fondation en prenant un coefficient de securité égal à 3 et en considérant que la nappe peut remonter jusqu'au niveau de la semelle de la fondation.

Au dessus de la nappe : $\gamma = 17\ kN/m^3$ $\gamma_w = 9{,}8\ kN/m^3$

Au dessous de la nappe : $\gamma = 20\ kN/m^3$

$\varphi = 40°$: $N_\gamma = 95$; $N_q = 64$; $N_c = 75$.

Exo 6 :

Un sol de cohésion $c = 9{,}6\ kN/m^2$ et d'angle de frottement interne $\varphi = 20°$ et de poids volumique $\gamma = 1{,}93 \times 9{,}8\ kN/m^3$ supporte une pile circulaire de 5 m de diamètre située à une profondeur de 3m. La pile est chargée concentriquement par une charge de 4000 kN. Quelle est la valeur finale du facteur de sécurité.

$\varphi = 20°$: $N_\gamma = 4$; $N_q = 9$; $N_c = 18$.

Solution Exo 1

* La capacité portante d'une semelle filante est donnée par la formule :

$$q_l = \frac{1}{2}\gamma_1 B N_\gamma + \gamma_2 \cancel{D} N_q + \cancel{c N_c}$$

$D = 0$ (fondation reposant sur un sable)

$C = 0$ (sable pas de cohésion).

$\varphi = 35° \longrightarrow N_\gamma = 41,1$. (Tableau).

$$\text{Densite} = \frac{\gamma_1}{\gamma_W} \longrightarrow \gamma_1 = \text{densite} \times \gamma_W$$

$$q_l = \frac{1}{2}(10 \times 1,65) . 1 . 41,1 = 339,07 \text{ kPa}$$

$$= 3,39 \text{ daN/cm}^2$$

* $$q_a = \frac{q_l}{F_s} = \frac{339,07}{3} = 113,02 \text{ kPa}.$$

Solution Exo 2

a) Sable sec :

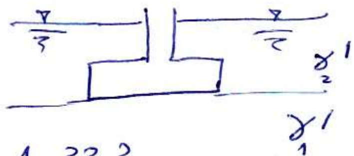
$$q_l = \frac{1}{2} . \gamma . B N_\gamma + . \gamma D N_q + \cancel{c N_c}$$

$$= \frac{1}{2}\ 16 . 1 . 41,1 + 16 . 1 . 33,3 = 861,6 \text{ kN/m}^2$$

$$q_{ad} = \frac{q_l - \gamma D}{F_s} + \gamma D = \frac{861,6 - 16.1}{3} + 16 . 1$$

$$q_{ad} = 297,86 \text{ kN/m}^2.$$

b) Nappe au niveau du terrain naturel :



$$q_\ell = \frac{1}{2}\gamma' B N_\gamma + \gamma' D\, N_q$$

$$q_\ell = \frac{1}{2}\,(\underbrace{21-10}_{11}) \cdot 1 \cdot 41{,}1 + (\underbrace{21-10}_{11}) \cdot 1 \cdot 33{,}3$$

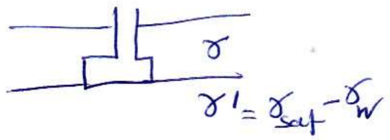
$\gamma'_1 = \gamma'_2 = \gamma'$

$q_\ell = 592{,}35$ kN/m² ; $\quad q_{ad} = \dfrac{q_\ell - \gamma' D}{F_s} + \gamma' D$

$$q_{ad} = \frac{592{,}35 - 11 \cdot 1}{3} + 11 \cdot 1 .$$

$q_{ad} = 204{,}78$ kN/m² .

c) Nappe au niveau de la semelle .



$$q_\ell = \frac{1}{2}\gamma' B N_\gamma + \gamma D N_q .$$

$$q_\ell = \frac{1}{2}\,(21-10)\, 41{,}1 + 16 \cdot 1 \cdot 33{,}3$$

$q_\ell = 796{,}25$ kN/m² .

$$q_{ad} = \frac{q_\ell - \gamma D}{F_s} + \gamma D$$

$$= \frac{796{,}25 - 16 \cdot 1}{3} + 16 \cdot 1 .$$

$q_{ad} = 263{,}61$ kN/m² .

Remarque : Lorsque le sol est saturé, on utilise le poids volumique déjaugé $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$.

Solution Exo 3

La capacité portante d'une semelle circulaire est :

$$q_l = \frac{1}{2} S_\gamma \gamma_1 B N_\gamma + S_q \gamma_2 D \overset{\to 0}{N_q} + S_c C \overset{\to 0}{N_c}.$$

comme : $D = 0$ (semelle reposant sur un sabl
$C = 0$ (pas de cohésion dans les sables

semelle circulaire: $S_\gamma = 0,6$; $S_c = 1,3$; $S_q = 1$.

La formule se réduit à son premier terme :

$$q_l = \frac{1}{2} S_\gamma \gamma B N_\gamma . \qquad (B = \text{diamètre})$$

$$= \frac{1}{2}\, 0,6 . (1,65 . 10) . 1,05 . N_\gamma$$

$$q_l = 15 \text{ daN/cm}^2 = \frac{15 . 10}{10^{-4}} \frac{N}{m^2} = 15 . 10^5 \frac{N}{m^2} = 15.10^2 \text{ KN/m}^2$$

$$N_\gamma = \frac{15 . 10^2}{\frac{1}{2} . 0,6 (1,65 . 10) . 1,05}$$

$$N_\gamma = 288,6$$

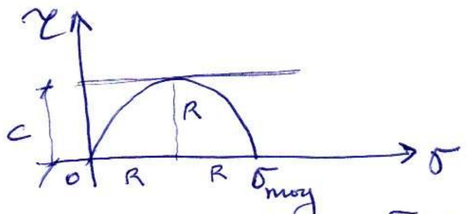
Remarque : q_l est la pression à la rupture.

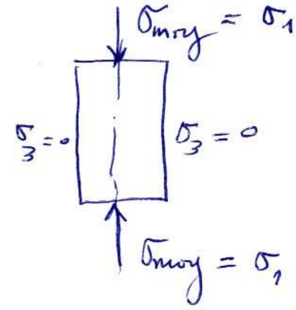
Solution Exo 4

* Résistance moyenne à la compression.

$$\sigma_{moy} = \frac{39,3 + 37,2 + 44,8 + 48,3 + 42,7 + 40,7 + 43,4}{7}$$

$\sigma_{moy} = 42,34 \; kN/m^2$.





$$C = R = \frac{\sigma_{moy}}{2}$$

La résistance au cisaillement ou Cohésion est la moitié de la résistance à la compression.

$$q_l = \frac{1}{2} \cancel{\gamma B N_\gamma}^{\approx 0} + C N_c + \cancel{\gamma D N_q}^{\approx 0}.$$

$D = 0$ (semelle sur la surface).

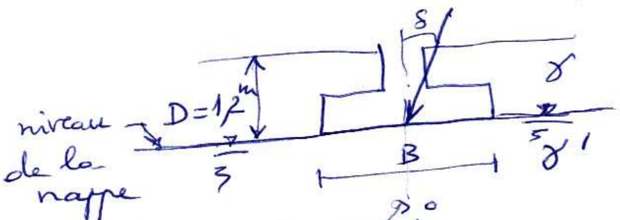
$\varphi = 0°$: sol purement cohérent (non frottant)

$\varphi = 0°$: $N_\gamma = 0$; $N_c = 5,14$; $N_q = 1$.

$$\Rightarrow \quad q_l = C N_c = \frac{\sigma_{moy}}{2} N_c.$$

$$q_l = \frac{42,34}{2} \cdot 5,14 = 108,8 \; kN/m^2.$$

Solution Exo 5



$$q_l = \frac{1}{2} i_\gamma \gamma' B N_\gamma + i_q \gamma D N_q + i_c \cancel{c N_c} \quad (c=0)$$

$$i_\gamma = \left(1 - \frac{\delta}{\varphi}\right)^2 = \left(1 - \frac{10°}{40°}\right)^2 = 0{,}56$$

$$i_q = i_c = \left(1 - \frac{2\delta}{\pi}\right)^2 = \left(1 - \frac{2 \cdot 10°}{180°}\right)^2 = 0{,}79$$

$$q_l = \frac{1}{2}\, 0{,}56 \cdot (20 - 9{,}8) \cdot B \cdot 95 + 0{,}79 \cdot 17 \cdot 1{,}2 \cdot 64$$

$$q_l = 271{,}32\, B + 1031{,}424.$$

$$q_{ad} = q_{ref} = \frac{N}{S} = \frac{1000}{B \times 1}$$

$$q_{ad} = \gamma D + \frac{q_l - \gamma D}{F_s}$$

$$\frac{1000}{B} = 17 \cdot 1{,}2 + \frac{271{,}32\, B + 1031{,}424 - 17 \cdot 1{,}2}{3}$$

$$\frac{1000}{B} - \frac{271{,}32\, B}{3} = 20{,}4 + \frac{1011{,}024}{3} = 357{,}408$$

$$\frac{1000}{B} - 90{,}44 \cdot B = 357{,}408 \Rightarrow \frac{1000 - 90{,}44 \cdot B^2}{B} = 357{,}408$$

$$90{,}44\, B^2 + 357{,}408 \cdot B - 1000 = 0$$

$$\Rightarrow \quad B = 1{,}88 \text{ m}.$$

Solution Exo 6

$$q_{ref} \leq q_{ad}$$

à la limite : $q_{ref} = \frac{N}{A} = q_{ad} = \frac{q_\ell - \gamma D}{F_s} + \gamma D$

$$\Rightarrow F_s = \frac{q_\ell - \gamma D}{q_{ad} - \gamma D}$$

$$q_\ell = \frac{1}{2} \cdot S_\gamma \, \gamma B N_\gamma + S_c \cdot c N_c + S_q \cdot \gamma D N_q .$$

fondation circulaire : $S_\gamma = 0{,}6$; $S_c = 1{,}3$; $S_q = 1$.

$$q_\ell = \frac{1}{2} \cdot 0{,}6 \cdot (1{,}93 \times 9{,}81) \cdot 5 \cdot 4 + 1{,}3 \cdot 9{,}6 \cdot 18$$
$$+ 1 \cdot (1{,}93 \times 9{,}81) \cdot 3 \cdot 9 .$$

$$q_\ell = 849{,}43 \ kN/m^2 .$$

$$q_{ref} = \frac{N}{A} = \frac{4000}{\frac{\pi (5)^2}{4}} = 203{,}82 \ kN/m^2 = q_{ad}$$

$$F_s = \frac{849{,}43 - (1{,}93 \times 9{,}81) \cdot 3}{203{,}82 - (1{,}93 \times 9{,}81) \cdot 3} = 5{,}39$$

$$\Rightarrow \quad F_s \simeq 5 .$$