

## Chapitre II

## TRACTION SIMPLE

Dans ce chapitre nous allons voir comment peut-on calculer un élément soumis à la traction simple et à la compression simple.

## 1 Condition de résistance

La condition de résistance donnée par la résistance des matériaux est admise comme suffisante par l'Eurocode 3.

si  $N$  est un effort de traction;

si  $f_y$  est la contrainte limite élastique et si  $f_u$  est la contrainte limite de rupture. La condition de résistance est alors:

$$N \leq N_R$$

Avec :

$$N_R = \text{Min} (N_{pl} ; N_u ; N_{net})$$

$$N_{pl} = A_b \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad ; \quad N_u = 0,9 \cdot A_{net} \cdot \frac{f_u}{\gamma_{M2}} \quad ; \quad N_{net} = A_{net} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$A_b$  représente la section brute ;

$A_{net}$  représente la section nette de l'élément.

Respectivement,  $N_{pl}$  effort plastique de la section brute,  $N_u$  effort ultime de rupture au droit des trous de fixations,  $N_{net}$  effort plastique pour les assemblages munis de boulons précontraints.

## 2 Notion de la section nette

1<sup>er</sup> cas:

Lorsque les trous se trouvent sur une seule ligne droite de rupture la section nette est calculée de la manière suivante:

$$A_{net} = A_b - n.d.e$$

$A_{net}$ : section nette

$A_b$ : section brute;

$n$ : le nombre de trous;

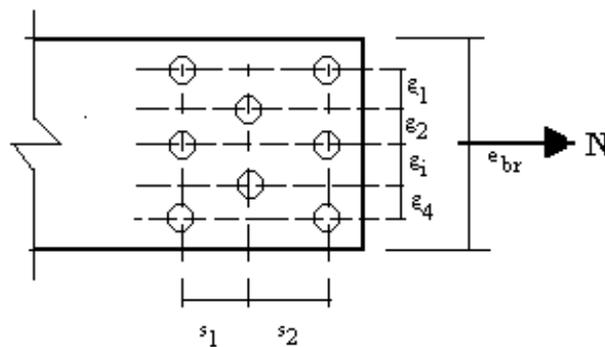
$d$ : est le diamètre des trous;

$e$ : épaisseur de élément.

**2<sup>eme</sup> cas:**

Lorsque les trous se trouvent sur une seule ligne brisée de rupture la section nette est calculée d'après la relation de **Cochrane**:

$$A_{net} = A_b - n.d.e + e \cdot \sum \frac{S_i^2}{4.g_i}$$



où:

- $S_i$  est la distance parallèle à l'axe de l'effort entre deux trous successifs de la ligne de rupture;
- $g_i$  est la distance perpendiculaire à l'axe de l'effort entre deux trous successifs de la ligne de rupture.
- Comme il faut déterminer la section nette  $A_o$ ; celle ci correspond à la plus petite section nette de toute les lignes de rupture.

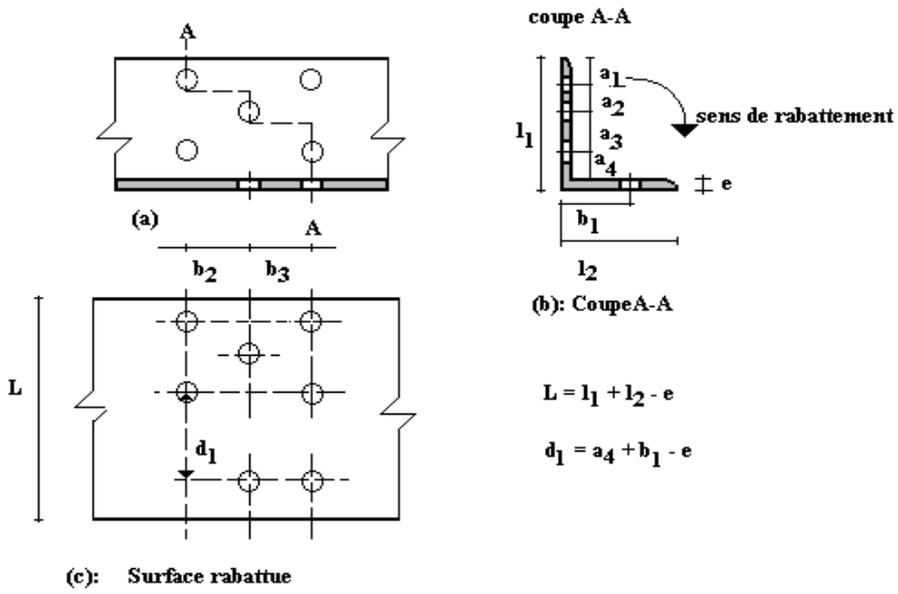
$$A_o = \text{Min}(A_{net1}, A_{net2}, A_{net3}, \dots)$$

**3<sup>eme</sup> cas:**

Dans le cas d'une section particulière on doit rabattre la section pour pouvoir la considérer comme section rectangulaire.

**Exemple de la cornière :**

La cornière doit être rabattue pour qu'elle soit considérée comme pièce rectangulaire



## Chapitre III

## COMPRESSION SIMPLE

## 1- Phénomène de Flambage

Sous l'effet d'un effort normal de compression simple, on peut facilement remarquer qu'une poutre flexible se déstabilise. Cette instabilité est appelée flambage.

## 1.1 Méthode d'EULER

## a) Hypothèse

La méthode d'EULER n'est applicable que dans les cas d'une poutre remplissant les conditions suivantes :

- Parfaitement rectiligne ;
- parfaitement homogène et isotrope ;
- son poids est négligeable par rapport l'effort de compression ;
- les déformations de second ordre sont négligées

## b) Cas d'une poutre simplement appuyée

Soit la poutre représentée sur la figure 1.1. Celle-ci est soumise à effort de compression  $N$ , appliqué au C.D.G de la section.

Supposons que la courbe se déforme sous l'influence de  $N$ .

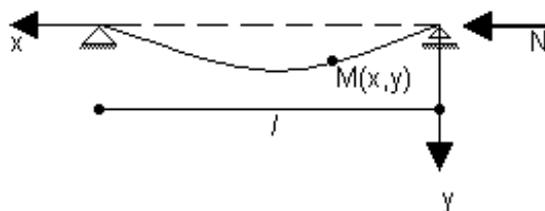


Fig. III-1

Au point  $M(x, y)$  se développe un moment fléchissant  $M$  tel que :

$$M = N \cdot y, \quad [\text{III-1}]$$

sachant que  $E \cdot I \cdot y'' = -M$ , [III-2]

on peut écrire l'équation suivante :

$$E.I. y'' + N.y = 0 \quad [III-3]$$

$$y'' + \frac{N}{E.I} y = 0 \quad [III-4]$$

on posant  $k = \sqrt{\frac{N}{E.I}}$  on aura l'équation suivante :  $y'' + k^2 y = 0$  [III-5]

la solution générale de l'équation (I-5) est de la forme :

$$y = a.Coskx + b.Sinkx \quad [III-6]$$

Conditions aux limites :

quand  $x = 0$ ;  $y = 0$  d'où  $a = 0$

quand  $x = l$ ;  $y = 0$  d'où  $b.Sinkl = 0$

$$\Rightarrow Sinkl = 0 \Rightarrow kl = n.\pi$$

$$\Rightarrow N = n^2 \frac{\pi^2 . E.I}{l^2} \quad [III-7]$$

$N$  représente l'ensemble des efforts qui provoquent le flambage. On remarque que pour l'entier  $n = 1$ , on obtient la plus petite valeur de  $N$  qui provoque le flambage, elle est généralement notée  $N_{cr}$ . On la définit comme étant l'effort critique d'EULER.

Donc pour le cas d'une poutre articulée des deux cotés l'effort critique est :

$$N_{cr} = \pi^2 \frac{E.I}{l^2} \quad [III-8]$$

### c) Cas d'une poutre encastree d'un coté et libre de l'autre.

De la même manière que précédemment au point  $M(x, y)$  (fig. III-2) se développe un moment fléchissant  $M$  tel que :

$$M = -N(\delta - y), \quad [III-9]$$

comme  $E.I. y'' = -M$ , [III-2]

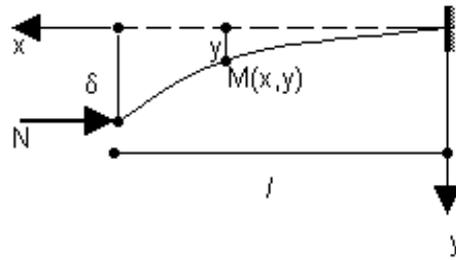


Fig. III-2

$$\text{d'où} \quad EIy'' = N(\delta - y)$$

d'où l'écriture de l'équation suivante :

$$y'' + k^2 y = k^2 \delta \quad \text{[III-10]}$$

avec  $k = \sqrt{\frac{N}{EI}}$  on aura l'équation suivante

la solution générale de l'équation (I-5) est de la forme :

$$y = a.Coskx + b.Sin kx + \delta \quad \text{[III-11]}$$

Conditions aux limites :

$$\text{quand } x = 0; \quad y = 0 \quad \text{d'où} \quad a = -\delta$$

$$\text{quand } x = l; \quad y' = 0 \quad \text{d'où} \quad b = 0$$

$$\text{quand } x = l; \quad y = 0 \quad \text{d'où} \quad \delta = -\delta \cos kl + \delta$$

$$\Rightarrow \cos kl = 0 \Rightarrow kl = (2n + 1) \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow N = (2n + 1)^2 \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{(2l)^2} \quad \text{[III-12]}$$

$N$  représente l'ensemble des efforts qui provoquent le flambage. On remarque que pour l'entier  $n = 0$ , on obtient la plus petite valeur de  $N$  qui provoque le flambage, elle est généralement notée  $N_{cr}$ . On la définit comme étant l'effort critique d'EULER.

Donc pour le cas d'une poutre articulée d'un coté et libre de l'autre ; l'effort critique est :

$$N_{cr} = \pi^2 \frac{E \cdot I}{(2l)^2} \quad \text{[III-13]}$$

**d) Cas d'une poutre articulée d'un coté et encastrée de l'autre**

De la même manière que précédemment au point  $M(x, y)$  se développe un moment fléchissant  $M$  tel que :

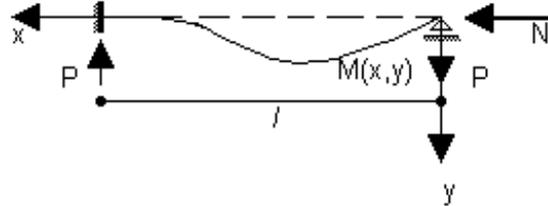


Fig. III-3

$$M = Ny - Px, \quad [III-14]$$

comme  $E.I.y'' = -M,$  [III-2]

d'où  $EIy'' = -Ny + Px$

d'où l'écriture de l'équation suivante :

$$y'' + k^2 y = k^2 x \quad [III-15]$$

avec  $k = \sqrt{\frac{N}{EI}}$  on aura l'équation suivante

la solution générale de l'équation (I-5) est de la forme :

$$y = a.Coskx + b.Sin kx + \frac{P}{N} x \quad [III-16]$$

Conditions aux limites :

quand  $x = 0;$   $y = 0$  d'où  $a = 0$

quand  $x = l;$   $y' = 0$  d'où  $k.b.Coskl + \frac{P}{N} = 0$

quand  $x = l;$   $y = 0$  d'où  $b.Sin kl + \frac{P}{N} l = 0$

$\Rightarrow Tgkl = kl$  la solution de cette équation n'est que graphique (Fig. III-4)

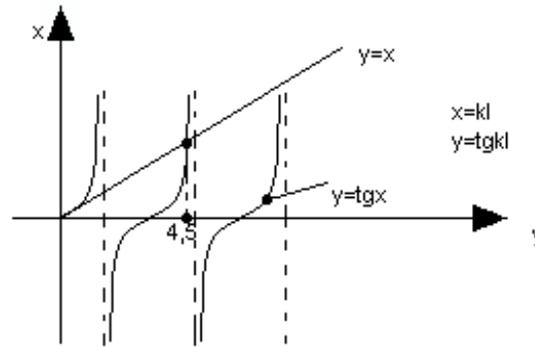


Fig. III-4 : solution graphique de  $Tgkl = kl$

$N_{cr}$  représente le plus petit effort de l'ensemble des  $N$  solutions représentés sur le graphe.

Donc le plus petit effort  $N_{cr}$  correspond à la première solution du graphe soit  $kl = 4,5$  ; d'où :

$$N_{cr} = \pi^2 \frac{E.I}{(0,7,l)^2} \quad [ III-17]$$

e) Cas d'une poutre encastree des deux cotés (Fig. III-5) :

De la même manière que précédemment

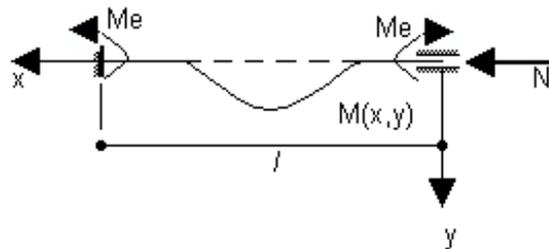


Fig. III-5

$$M = Ny - M_e$$

$$y'' + k^2 y = \frac{M_e}{N} k^2$$

La solution générale est de la forme  $y = a.Sinkx + b.Coskx + \frac{M_e}{N}$

Après les conditions aux limites on trouve que :

$$N_{cr} = \pi^2 \frac{EI}{(0,5,l^2)}$$

**f) Définitions générales :**

- **Effort critique :**

Sachant que l'effort critique est le plus petit effort qui provoque le flambage, à partir des cas précédents on peut généraliser l'écriture de l'effort critique d'Euler de la manière suivante :

$$N_{cr} = \pi^2 \frac{EI}{(\mu l)^2} = \pi^2 \frac{EI}{l_f^2}$$

où  $l_f$  est appelée longueur de flambement et  $\mu$  coefficient qui dépend du mode d'appui.

$\mu = 1$  pour une poutre articulée des deux cotés ;

$\mu = 0,7$  pour une poutre articulée d'un coté et encastrée de l'autre

$\mu = 2$  pour une poutre articulée d'un coté et libre de l'autre

$\mu = 0,5$  pour une poutre encastrée des deux cotés

- **Contrainte critique :**

La contrainte critique correspond au rapport de l'effort  $N$  sur la section  $A$

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{A} = \pi^2 \frac{EI}{A l_f^2} = \pi^2 \frac{E I}{l_f^2 A} = \pi^2 \frac{E}{l_f^2} i^2 = \pi^2 \frac{E}{(l_f/i)^2} = \pi^2 \frac{E}{\lambda^2}$$

où  $i = \sqrt{\frac{I}{A}}$  est le rayon de giration

et  $\lambda = \frac{l_f}{i}$  est l'élancement de la poutre

- **Elancement critique (Fig. III-6) :**

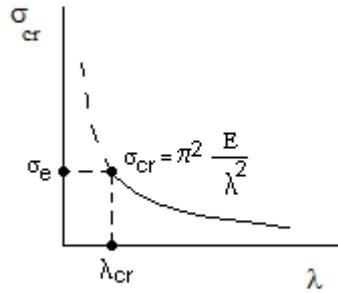
Quand  $\sigma_{cr} = \sigma_e$  l'élancement correspondant à cet état est appelé élancement critique  $\lambda_{cr}$ .

$$\lambda_{cr} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_e}}$$

- **Elancement réduit**

L'élancement réduit est le rapport de l'élancement sur l'élancement critique

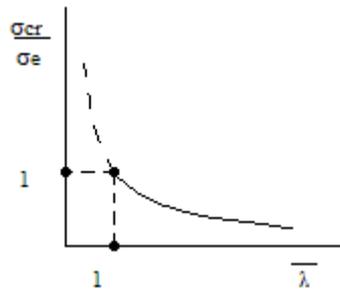
$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_{cr}}$$



**Courbe d'Euler**

En fonction de  $\bar{\lambda}$  on peut écrire une autre expression de la courbe d'Euler :

$$\sigma_{cr} = \pi^2 \frac{E}{\lambda^2} = \pi^2 \cdot \frac{E}{\lambda_{cr}^2 \cdot \bar{\lambda}^2} = \frac{\sigma_e}{\bar{\lambda}^2} \Rightarrow \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_e} = \frac{1}{\bar{\lambda}^2}$$



**Autre forme de la courbe d'Euler**

Remarque :

- Dès que l'élanement  $\lambda$  est grand la contrainte critique  $\sigma_{cr}$  est grande ; donc il y a plus de risque de flambage.
- Etant donné que la limite de résistance est limitée par  $\sigma_e$ , dans la courbe d'Euler on peut facilement constaté qu'il n'y a flambage que si  $\lambda > \lambda_{cr}$ .
- Etant donné que la limite de résistance est limitée par  $\sigma_e$ , dans l'autre forme de la courbe d'Euler on peut facilement constaté qu'il n'y a flambage que si  $\bar{\lambda} > 1$ .
- Etant donné qu'on a deux axes centraux principaux, le flambage se fait dans le plan perpendiculaire à l'axe dont l'élanement est maximum.

**2- Prise en compte des défauts de rectitude.**

Contrairement à la méthode d'Euler ; dans la réalité une barre n'est jamais parfaitement rectiligne. Nous allons prendre en compte cette imperfection et voir son influence sur l'effort  $N_{cr}$  et sur les contraintes provoquée par un effort normal de compression.

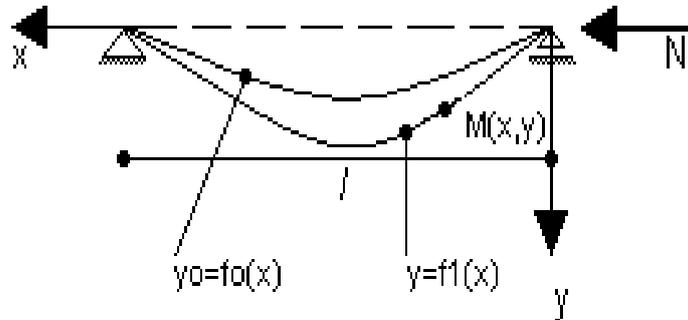


Fig. III-7

$y_0 = f_1(x)$  est l'équation de la courbe après chargement qui suppose que la poutre est parfaitement rectiligne (Fig.III-7).

$y_0 = f_0(x)$  est l'équation de la courbe avant chargement, elle définit les défauts de rectitude (Fig.III-7). La courbe  $y_0$  est supposé remplir les conditions pour pouvoir se développer en série de Fourier.

$$y_0 = a_1 \cdot \text{Sin}\left(\pi \frac{x}{l}\right) + a_2 \cdot \text{Sin}\left(2\pi \frac{x}{l}\right) + \dots + a_n \cdot \text{Sin}\left(n \cdot \pi \frac{x}{l}\right)$$

Etant donné qu'on est dans les petites déformations on ne prendra que le 1<sup>er</sup> terme d'où :

$$y_0 = a \cdot \text{Sin}\left(\pi \frac{x}{l}\right) \quad \text{[III-17]}$$

où  $a$  est l'amplitude (flèche) au milieu de la poutre

Au point  $M(x, y)$  se développe un moment !

$$M = N(y + y_0) \quad \text{[III-18]}$$

sachant que  $EIy'' = -M$  [III-2]

et on posant que  $k = \sqrt{\frac{N}{EI}}$

l'équation [III-2] devient  $y'' + k^2(y + y_0) = 0$  [III-19]

en remplaçant  $y_0$  par sa valeur [III-17] on aura :

$$y'' + k^2 \left( y + a \cdot \text{Sin} \left( \pi \frac{x}{l} \right) \right) = 0 \quad \text{[III-20]}$$

La solution générale de l'équation [III-20] est du type :

$$y = D \cdot \text{Sin} \left( \pi \frac{x}{l} \right) \quad \text{[III-21]}$$

$$y'' = \left( \frac{\pi}{l} \right)^2 \cdot D \cdot \text{Sin} \left( \pi \frac{x}{l} \right)$$

En remplaçant  $y''$  par sa valeur l'équation [III-20] devient :

$$\text{Sin} \left( \pi \cdot \frac{x}{l} \right) \cdot \left( a \cdot k^2 + D \cdot k^2 - D \cdot \left( \frac{\pi}{l} \right)^2 \right) = 0$$

$$\text{d'où : } D = \frac{a}{\left( \frac{\pi}{kl} \right)^2 - 1}$$

$$\text{d'où } y = \frac{a}{\left( \frac{\pi}{kl} \right)^2 - 1} \text{Sin} \left( \pi \frac{x}{l} \right) \quad \text{[III-22]}$$

**Remarque :**

- quand  $x = l/2$  ;  $y$  est maximum d'où  $y_{max} = f = \frac{a}{\left( \frac{\pi}{kl} \right)^2 - 1}$
- sachant que  $N_{cr} = \pi^2 \frac{E.I}{l^2}$  et  $k^2 = \frac{N}{EI}$  ce qui implique que :

$$f = a \cdot \left( \frac{N}{N_{cr} - N} \right) = a \cdot \left( \frac{\sigma}{\sigma_{cr} - \sigma} \right) \text{ d'où la flèche totale } f_t = a + f \text{ sera :}$$

$$f_t = a \cdot \left( \frac{N_{cr}}{N_{cr} - N} \right) = a \cdot \left( \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr} - \sigma} \right) \quad \text{[III-23]}$$

**Analyse du résultat**

- L'équation [III-21] signifie qu'une poutre simplement appuyée possédant un défaut de rectitude définit par l'amplitude  $a$  ; sous l'influence d'un effort  $N$  la flèche au milieu de la poutre sera

$a$  multipliée par le coefficient  $\left( \frac{N_{cr}}{N_{cr} - N} \right)$ . Ce coefficient est appelé coefficient

d'amplification de la flèche.

On remarque que :

$$\text{Quand } \begin{cases} N = 0 & \rightarrow f_t = a \text{ défaut de rectitude} \\ N = N_{cr} & \rightarrow f_t = \infty \text{ ruine} \end{cases}$$

Ceci signifie que l'instabilité (flambage) est atteinte avant que  $N$  n'atteint  $N_{cr}$ .

#### • Contrainte

$$\begin{aligned} \sigma_{max} &= \frac{N}{A} + \frac{M}{I} v = \frac{N}{A} + \frac{N \cdot f}{I} v = \sigma + \frac{\sigma \cdot A \cdot f}{I} \cdot v = \sigma \left( 1 + \frac{f}{i^2} \cdot v \right) = \sigma \left( 1 + \frac{f}{c} \right) \\ &= \sigma \left( 1 + \frac{a}{c} \cdot \frac{\sigma}{\sigma_{cr} - \sigma} \right) \end{aligned} \quad \text{[III-24]}$$

où  $i = \sqrt{\frac{I}{A}}$  est le rayon de giration,  $\sigma = \frac{N}{A}$  et  $c = \frac{i^2}{v}$  un coefficient.

L'équation [III-24] signifie que sous l'influence d'un effort de compression  $N$  agissant sur une poutre la contrainte maximale sera  $\sigma$  multipliée par le facteur  $\left( 1 + \frac{a}{c} \cdot \frac{\sigma}{\sigma_{cr} - \sigma} \right)$ . Ce facteur est appelé coefficient d'amplification des contraintes de compression et il est  $> 1$ .

#### Condition de résistance

- on considérant  $\sigma$  comme connue . Soit alors  $k_I = 1 + \frac{a}{c} \cdot \frac{\sigma}{\sigma_{cr} - \sigma}$  ;  $k_I$  est appelé coefficient

d'amplification des contraintes de compression et il faut vérifier que  $k_I \sigma \leq \sigma_e$

- on considérant que  $\sigma_{max} \leq \sigma_e \rightarrow \sigma \left( 1 + \frac{a}{c} \cdot \frac{\sigma}{\sigma_{cr} - \sigma} \right) - \sigma_e = 0$  [III-25]

Soit alors  $\sigma_s$  solution de l'équation [III-25]; elle est appelée contrainte limite d'affaissement et la condition de résistance devient :

$$\begin{aligned} \sigma \leq \sigma_s \quad \text{on posant que } k &= \frac{\sigma_e}{\sigma_s} \text{ la condition de résistance devient :} \\ k \sigma &\leq \sigma_e \end{aligned}$$

### 3- Méthode du code CM66

Cette méthode est appelée Méthode de DUTEUIL

DUTEUIL a établi que la flèche  $f = 0,3.\sigma \cdot \frac{I}{v.N_{cr}} \left( \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr} - 1,3.\sigma} \right)$  [III-26]

$M = N.f = \sigma.A.f$  en remplaçant  $f$  par sa valeur dans l'équation [III-26],  $M$  sera alors :

$$M = \frac{0,3.\sigma^2}{\sigma_{cr} - 1,3.\sigma} \cdot \frac{I}{v} \quad \text{sachant que} \quad \sigma_{max} = \frac{N}{A} + \frac{M}{I} v \leq \sigma_e \rightarrow \sigma \cdot \frac{\sigma_{cr} - \sigma}{\sigma_{cr} - 1,3} \leq \sigma_e$$

- on considérant  $\sigma$  connue : soit  $k_1 = \frac{\mu - 1}{\mu - 1,3}$  avec  $\mu = \frac{\sigma_{cr}}{\sigma}$

d'où la condition de résistance suivante  $k_1 \sigma \leq \sigma_e$

- on considérant le 2<sup>ème</sup> cas de solution on aura à résoudre l'équation en  $\sigma_s$  suivante :

$$\sigma_s \cdot \frac{\sigma_{cr} - \sigma_s}{\sigma_{cr} - 1,3\sigma_s} - \sigma_e = 0 \quad \text{d'où :}$$

$$\sigma_s^2 - \sigma_s(\sigma_{cr} + 1,3.\sigma_e) + \sigma_e.\sigma_{cr} = 0 \quad \text{la solution est alors :}$$

$$\sigma_s = \frac{1}{2}(\sigma_{cr} + 1,3.\sigma_e) - \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_{cr} - 1,3.\sigma_e)^2 - \sigma_e.\sigma_{cr}}$$

on posant  $k = \frac{\sigma_e}{\sigma_s}$  la valeur de  $k$  sera :

$$k = \left( 0,5 + 0,65 \cdot \frac{\sigma_e}{\sigma_{cr}} \right) - \sqrt{\left( 0,5 + 0,65 \cdot \frac{\sigma_e}{\sigma_{cr}} \right)^2 - \sigma_e.\sigma_{cr}}$$

sachant que  $\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$  la valeur de  $k$  sera :

$$k = \left( 0,5 + 0,65 \cdot \frac{\sigma_e}{\pi^2 E} \lambda^2 \right) - \sqrt{\left( 0,5 + 0,65 \cdot \frac{\sigma_e}{\pi^2 E} \lambda^2 \right)^2 - \frac{\sigma_e}{\pi^2 E} \lambda^2} \quad \text{[III-27]}$$

Donc pour vérifier un élément soumis à la compression simple il suffit de déterminer  $\lambda$  puis  $k$  et ensuite vérifier que  $k.\sigma \leq \sigma_e$ .

Pour éviter à chaque fois d'utiliser la relation [III-27], dans le CM66 on trouve des tableaux [Tab. III-1] qui nous donnent directement les valeurs de  $k$  en fonction de  $\lambda$  pour une valeur de  $\sigma_e$  donné.

| Valeur de $k$ pour $\sigma_e = 2400 \text{ kg/cm}^2$ |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|  | 0     | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     |
| 0  | 1,000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.001 | 1.001 | 1.002 | 1.002 | 1.002 | 1.003 |
| 10   | 1,004 | 1004  | 1.005 | 1.006 | 1.007 | 1.008 | 1.009 | 1.010 | 1.012 | 1.013 |
| 20   | 1,015 | 1.016 | 1.08  | 1.019 | 1.021 | 1.023 | 1.025 | 1.028 | 1.030 | 1.032 |
| 30   | 1,035 | 1.037 | 1.04  | 1.043 | 1.046 | 1.049 | 1.052 | 1.056 | 1.060 | 1.063 |
| 40   | 1,067 | 1.071 | 1.076 | 1.080 | 1.085 | 1.090 | 1.095 | 1.100 | 1.105 | 1.111 |
| 50   | 1,117 | 1.123 | 1.120 | 1.137 | 1.144 | 1.151 | 1.159 | 1.166 | 1.175 | 1.183 |
| 60   | 1,192 | 1.201 | 1.211 | 1.221 | 1.231 | 1.242 | 1.253 | 1.265 | 1.277 | 1.289 |
| 70   | 1,302 | 1.315 | 1.328 | 1.342 | 1.357 | 1.372 | 1.387 | 1.403 | 1.420 | 1.436 |
| 80   | 1,453 | 1.471 | 1.489 | 1.508 | 1.527 | 1.547 | 1.567 | 1.587 | 1.608 | 1.629 |
| 90   | 1,651 | 1.674 | 1.696 | 1.719 | 1.743 | 1.767 | 1.792 | 1.817 | 1.842 | 1.868 |
| 100  | 1,814 | 1.921 | 1.947 | 1.975 | 2.003 | 2.031 | 2.060 | 2.089 | 2.118 | 2.148 |
| 110  | 2,178 | 2.209 | 2.250 | 2.271 | 2.303 | 2.335 | 2.367 | 2.400 | 2.433 | 2.467 |
| 120  | 2,501 | 2.535 | 2.570 | 2.605 | 2.640 | 2.676 | 2.712 | 2.748 | 2.785 | 2.822 |
| 130  | 2,860 | 2.897 | 2.936 | 2.974 | 3.013 | 3.052 | 3.091 | 3.131 | 3.172 | 3.212 |
| 140  | 3,252 | 3.294 | 3.335 | 3.377 | 3.419 | 3.468 | 3.504 | 3.548 | 3.591 | 3.635 |
| 150  | 3,679 | 3.723 | 3.768 | 3.813 | 3.858 | 3.904 | 3.950 | 3.997 | 4.043 | 4.090 |
| 160  | 4,137 | 4.18  | 4.23  | 4.28  | 4.33  | 4.38  | 4.43  | 4.48  | 4.53  | 4.58  |
| 170  | 4,63  | 4.68  | 4.73  | 4.78  | 4.83  | 4.88  | 4.94  | 4.99  | 5.04  | 5.09  |
| 180  | 5.15  | 5.2   | 5.26  | 5.31  | 5.36  | 5.42  | 5.48  | 5.53  | 5.59  | 5.64  |
| 190  | 5.70  | 5.76  | 5.81  | 5.87  | 5.93  | 5.99  | 6.05  | 6.11  | 6.16  | 6.22  |
| 200  | 6.28  | 6.34. | 6.40  | 6.46  | 6.53  | 6.59  | 6.65  | 6.71  | 6.77  | 6.84  |
| 210  | 6.90  | 6.96  | 7.03  | 7.09  | 7.15  | 7.22  | 7.28  | 7.35  | 7.41  | 7.48  |
| 220  | 7.54  | 7.68  | 7.67  | 7.74  | 7.81  | 7.88  | 7.94  | 8.01  | 8.08  | 8.15  |
| 230  | 8.22  | 8.29  | 8.36  | 8.43  | 8.49  | 8.57  | 8.64  | 8.71  | 8.78  | 8.85  |
| 240  | 8.92  | 8.99  | 9.07  | 9.14  | 9.21  | 9.29  | 9.36  | 9.43  | 9.52  | 9.58  |
| 250  | 9.66  | 9.75  | 9.81  | 9.88  | 9.96  | 10.04 | 10.11 | 10.19 | 10.27 | 10.35 |
| 260  | 10.43 | 10.50 | 10.58 | 10.66 | 10.74 | 10.82 | 10.90 | 10.98 | 11.06 | 11.14 |
| 270  | 11.22 | 11.30 | 11.38 | 11.47 | 11.55 | 11.63 | 11.71 | 11.80 | 11.88 | 11.96 |
| 280  | 12.05 | 12.13 | 12.22 | 12.30 | 12.39 | 12.47 | 12.56 | 12.64 | 12.73 | 12.82 |
| 290  | 12.90 | 12.99 | 13.08 | 13.17 | 13.26 | 13.35 | 13.4  | 13.52 | 13.61 | 13.71 |
| 300  | 13.79 |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

[Tab. III-1] : exemple de valeurs de  $k$  pour  $\sigma_e = 2400 \text{ kg / cm}^2$

**Origine de la formulation des courbes Européenne de flambement (Eurocode 3) :**

Partant du principe d'une barre avec défaut de rectitude défini par  $y_0 = e_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{L}\right)$

L'équation différentielle d'un poteau biarticulé chargé axialement est :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{N(y + y_0)}{E.I}$$

$$e = \frac{e_0}{1 - \frac{N}{N_{cr}}}$$

Connaissant  $e$ , on peut écrire en flexion composée :

$$\frac{N_{\max}}{A} + \frac{N_{\max} \cdot e}{W_{el}} = f_y$$

En divisant l'ensemble par  $N_{pl} = A \cdot f_y$  : effort normal de plastification, on aura :

$$\frac{N_{\max}}{N_{pl}} + \frac{N_{\max} \cdot e_0 \cdot A}{W_{el} \left[ 1 - \frac{N_{\max}}{N_{pl}} \frac{N_{pl}}{N_{cr}} \right] \cdot N_{pl}} = 1$$

On peut l'écrire sous la forme :

$$\chi + \frac{\chi}{1 - \chi \cdot \bar{\lambda}^2} \cdot \frac{e_0 \cdot A}{W_{el}} = 1$$

On peut l'écrire aussi :

$$(1 - \chi) \left( 1 - \chi \cdot \bar{\lambda}^2 \right) = \frac{e_0 \cdot A}{W_{el}} \cdot \chi \quad \text{Équation d'Ayrton-Perry}$$

Posons alors  $\eta = \frac{e_0 \cdot A}{W_{el}}$  appelé facteur d'imperfection généralisée

$$\text{et } \zeta = \frac{e_0}{l} \text{ on peut écrire } \eta = \frac{\lambda \cdot \zeta}{\left( \frac{i}{v} \right)}$$

La limite d'élasticité n'ayant qu'une très faible influence, les courbes Européenne ont été établies

pour une valeur de  $f_y = 255 \text{ Mpa}$  (acier E28) ; sachant que  $\lambda = \bar{\lambda} \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}}$

Sachant que pour  $\chi = 1$ , alors  $\bar{\lambda} \leq 0,2$  ; on trouve alors que  $\eta = \frac{90,15 \cdot \zeta \cdot (\bar{\lambda} - 0,2)}{\frac{i}{v}}$

En posant  $\alpha = \frac{90,15 \zeta}{\frac{i}{v}}$ , alors  $\eta = \alpha (\bar{\lambda} - 0,2)$ . Notons que  $\alpha$  est le facteur d'imperfection qui

dépend des défauts de la section donc des dimensions des éléments qui la composent.

L'équation d'Ayrton Perry peut s'écrire de la forme suivante :

$$\left(1 - \chi \cdot \bar{\lambda}^2\right)(1 - \chi) = \eta \chi = \alpha \chi (\bar{\lambda} - 0,2)$$

La solution minimale de cette équation du second degré en  $\chi$  est

$$\chi = \frac{\phi - \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}{\bar{\lambda}^2}$$

ou  $\phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right]$ ,  $\chi$  peut s'écrire de la forme suivante :

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \text{ c'est l'expression donnée par l'Eurocode 3}$$

### Méthode de l'Eurocode 3:

Pour les barres à section pleines possédant  $\bar{\lambda} \leq 0,2$  le flambement n'est pas à craindre. On prendra

$$\chi = 1$$

$$N_{bRd} = \chi \cdot \beta_A \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

Ou  $\beta_A = 1$  : pour les sections de classe 1, 2 et 3

Et  $\beta_A = \frac{A_{eff}}{A}$  pour les sections de classe 4

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$$

$$\phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha \left( \bar{\lambda} - 0,2 \right) + \bar{\lambda}^2 \right]$$

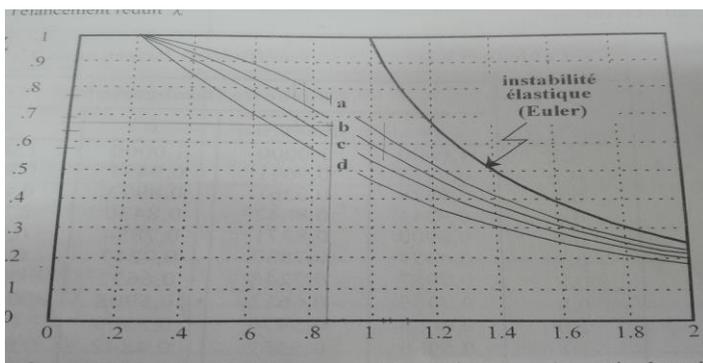
$\alpha$  : Facteur d'imperfection de la barre considérée. Il dépend

a, b, c et d représentent les courbes Européennes de flambement.

- La courbe **a** correspond aux profils comportant très peu d'imperfection.
- La courbe **b** concerne les profils possédant un degré moyen d'imperfection.
- La courbe **c** est relative aux profilés possédant d'importantes imperfections.
- La courbe **d** s'applique aux profilés possédant d'extrême imperfection.

| Courbe de flambement | a    | b    | c    | d    |
|----------------------|------|------|------|------|
| $\alpha$             | 0,21 | 0,34 | 0,49 | 0,76 |

Pour simplifier les calculs on peut directement faire usage des courbes européennes ou du tableau donnant ci-dessous :



Courbes européennes de flambement

Sections transversales doivent être vérifiées comme spécifié en 5.4, mais en utilisant au lieu de  $\gamma_{M0}$ .

**Tableau 5.5.2** Coefficients de réduction  $\chi$

| $\bar{\lambda}$ | Courbe de flambement |          |          |          |
|-----------------|----------------------|----------|----------|----------|
|                 | <i>a</i>             | <i>b</i> | <i>c</i> | <i>d</i> |
| 0,2             | 1,0000               | 1,0000   | 1,0000   | 1,0000   |
| 0,3             | 0,9775               | 0,9641   | 0,9491   | 0,9235   |
| 0,4             | 0,9528               | 0,9261   | 0,8973   | 0,8504   |
| 0,5             | 0,9243               | 0,8842   | 0,8430   | 0,7793   |
| 0,6             | 0,8900               | 0,8371   | 0,7854   | 0,7100   |
| 0,7             | 0,8477               | 0,7837   | 0,7247   | 0,6431   |
| 0,8             | 0,7957               | 0,7245   | 0,6622   | 0,5797   |
| 0,9             | 0,7339               | 0,6612   | 0,5998   | 0,5208   |
| 1,0             | 0,6656               | 0,5970   | 0,5399   | 0,4671   |
| 1,1             | 0,5960               | 0,5352   | 0,4842   | 0,4189   |
| 1,2             | 0,5300               | 0,4781   | 0,4338   | 0,3762   |
| 1,3             | 0,4703               | 0,4269   | 0,3888   | 0,3385   |
| 1,4             | 0,4179               | 0,3817   | 0,3492   | 0,3055   |
| 1,5             | 0,3724               | 0,3422   | 0,3145   | 0,2766   |
| 1,6             | 0,3332               | 0,3079   | 0,2842   | 0,2512   |
| 1,7             | 0,2994               | 0,2781   | 0,2577   | 0,2289   |
| 1,8             | 0,2702               | 0,2521   | 0,2345   | 0,2093   |
| 1,9             | 0,2449               | 0,2294   | 0,2141   | 0,1920   |
| 2,0             | 0,2229               | 0,2095   | 0,1962   | 0,1766   |
| 2,1             | 0,2036               | 0,1920   | 0,1803   | 0,1630   |
| 2,2             | 0,1867               | 0,1765   | 0,1662   | 0,1508   |
| 2,3             | 0,1717               | 0,1628   | 0,1537   | 0,1399   |
| 2,4             | 0,1585               | 0,1506   | 0,1425   | 0,1302   |
| 2,5             | 0,1467               | 0,1397   | 0,1325   | 0,1214   |
| 2,6             | 0,1362               | 0,1299   | 0,1234   | 0,1134   |
| 2,7             | 0,1267               | 0,1211   | 0,1153   | 0,1062   |
| 2,8             | 0,1182               | 0,1132   | 0,1079   | 0,0997   |
| 2,9             | 0,1105               | 0,1060   | 0,1012   | 0,0937   |
| 3,0             | 0,1036               | 0,0994   | 0,0951   | 0,0882   |

Tableau contenant les valeurs des courbes européennes

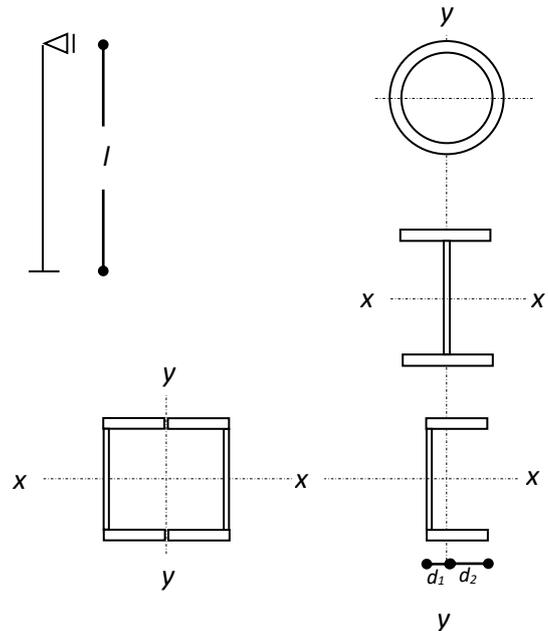
**Exercice :**

Soit le poteau de longueur  $l = 4m$  représenté sur la figure ci-contre.

Vérifier la résistance du poteau sous la charge  $N$  de compression avec  $f_y = 2350 \text{ kg/cm}^2$  :

- 1- Lorsque  $N=85t$  et la section du poteau est tubulaire (voir figure) :  
 $d_{ext} = 16 \text{ cm}$  ;  $d_{int} = 15 \text{ cm}$
- 2- Lorsque  $N=20t$  et la section est un IPE 200  
 $A = 28,5 \text{ cm}^2$  ;  $I_x = 1943 \text{ cm}^4$  ;  $I_y = 142 \text{ cm}^4$
- 3- Lorsque  $N=32t$  la section est formée d'une double section soudée en UAP100  
 $A = 13,4 \text{ cm}^2$  ;  $I_x = 209 \text{ cm}^4$  ;  $I_y = 32,8 \text{ cm}^4$ ,  $d_1 = 1,7 \text{ cm}$  ;  $d_2 = 3,3 \text{ cm}$

N.B: toutes les sections sont laminées à chaud.



**Solutions :**

- 1- Section tubulaire

$$\text{Moment d'inertie : } I = \pi \frac{d_{ext}^4 - d_{int}^4}{64} = 1330,57 \text{ cm}^4$$

$$\text{Section : } A = \pi \frac{d_{ext}^2 - d_{int}^2}{4} = 47,1 \text{ cm}^2$$

$$\text{Elancement : } \lambda = \frac{l_f}{\sqrt{\frac{I}{A}}} = \frac{0,7.400}{\sqrt{\frac{1330,57}{47,1}}} = 52,7 \quad \lambda_{cr} = 93,9 \quad \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_{cr}} = \frac{52,7}{93,9} = 0,56$$

$$\text{Classe de la section : } \frac{d_{ext}}{t} = \frac{16}{2} = 8 \leq 50 \text{ donc classe 1 alors } \beta_A = 1$$

Section laminée à chaud ; on prendra la courbe  $a$  on tire  $\chi = 0,9$

$$N_{bRd} = \chi \cdot \beta_A \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,91 \times 1 \times 47,1 \times \frac{2350}{1,1} = 90,5t$$

$N < N_{bRd}$  donc il y a résistance

- 2- Section IPE200 :

$$\lambda_{xx} = \frac{l_f}{\sqrt{\frac{I_{xx}}{A}}} = \frac{0,7.400}{\sqrt{\frac{1943}{28,5}}} = 33,9$$

$$\lambda_{yy} = \frac{l_f}{\sqrt{\frac{I_{yy}}{A}}} = \frac{0,7.400}{\sqrt{\frac{142}{28,5}}} = 125,44$$

Le flambage se fait alors par rapport à l'axe yy

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda_{yy}}{\lambda_{cr}} = \frac{125,44}{93,9} = 1,33$$

Choix de la courbe de flambement :

$$\frac{h}{b} = \frac{200}{50} = 4 > 1,2 \quad t_f = 0,85 < 40 \quad \text{axe de flambement } yy \text{ donc courbe } b$$

On tire  $\chi = 0,4$

Classe de la section : l'âme  $\frac{d}{t_w} = \frac{15,9}{0,56} = 28,4 < 33$  semelle  $\frac{d}{t_w} = \frac{2,5}{0,85} = 2,9 < 10$  donc la section est de classe 1.

$$N_{bRd} = \chi \cdot \beta_A \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,4 \times 1 \times 28,5 \times \frac{2350}{1,1} = 24,3t$$

$N < N_{bRd}$  donc il y a résistance

### 3- Section Double UAP100 :

Moment d'inertie :

$$I_{XX} = 2 \cdot I_{xx} = 2 \times 209 = 418 \text{ cm}^4$$

$$I_{YY} = 2 \cdot (I_{yy} + A \cdot d_2^2) = 2(32,8 + 13,4 \times 3,30^2) = 357,45 \text{ cm}^4$$

$$\lambda_{XX} = \frac{l_f}{\sqrt{\frac{I_{xx}}{A}}} = \frac{0,7 \cdot 400}{\sqrt{\frac{418}{2 \times 13,4}}} = 70,9$$

$$\lambda_{yy} = \frac{l_f}{\sqrt{\frac{I_{yy}}{A}}} = \frac{0,7 \cdot 400}{\sqrt{\frac{357,45}{13,4 \times 2}}} = 76,67$$

Le flambage se fait alors par rapport à l'axe yy

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda_{yy}}{\lambda_{cr}} = \frac{76,67}{93,9} = 0,81$$

Choix de la courbe de flambement :

Pour les caisson on général on prend la courbe c

On tire  $\chi = 0,7$

Classe de la section : l'âme  $\frac{d}{t_w} = \frac{6,6}{0,55} = 12 < 33$  semelle  $\frac{d}{t_w} = \frac{5}{0,85} = 5,88 < 10$  donc la section est de classe 1.

$$N_{bRd} = \chi \cdot \beta_A \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,7 \times 1 \times 26,8 \times \frac{2350}{1,1} = 40,0t$$

$N < N_{bRd}$  donc il y a résistance

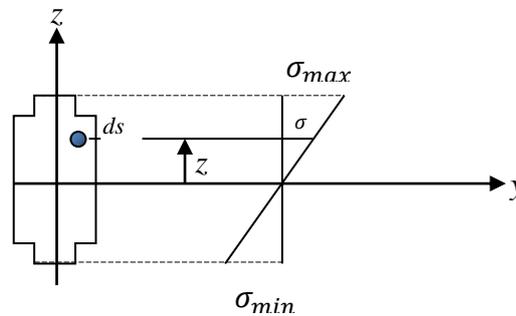
## Chapitre IV

## FLEXION SIMPLE

## 1. Flexion pure :

- **Domaine élastique**

Soit une section quelconque  $S$  ( figure ci-dessous) soumise à un moment de flexion, après déformation la section reste droite et les contraintes sont linéaires sur toute la hauteur de la section.



Ce qui nous permet d'écrire :

$$M = \int_S (\sigma \cdot ds) \cdot y \text{ sachant que } k = \text{tg } \alpha = \frac{\sigma}{z} \text{ est un constant sur toute la hauteur de la section d'où } \sigma = k \cdot z, \text{ ainsi on exprime le moment } M = k \cdot \int_S z^2 \cdot ds = k \cdot I_y = \frac{\sigma}{z} \cdot I_y \text{ d'où l'expression connue: } \sigma = \frac{M}{I_y} \cdot z$$

L'état limite élastique est obtenu quand  $\sigma_{max} = f_y$  cette valeur est obtenue pour  $z = z_{max}$

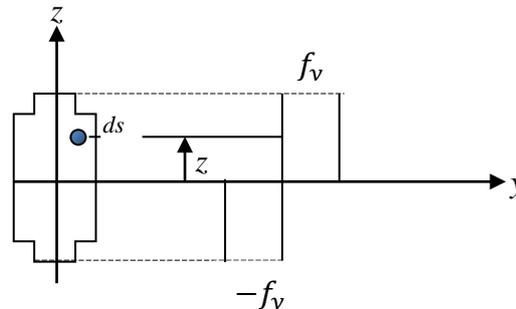
Ainsi le moment limite élastique  $M_{el} = f_y \cdot \frac{I_y}{z_{max}}$  d'où :

$$M_{el} = f_y \cdot W_{el}$$

- **Domaine plastique**

Le domaine plastique dépend de la loi de comportement dans le domaine élasto-plastique. En cas général la loi de comportement choisie est celle possédant un palier de plasticité avec les déformations illimitées. Ce qui permet de définir l'état limite

plastique comme étant les cas où toutes les fibres travaillent à  $f_y$ . On dit aussi qu'en est en présence d'une rotule plastique.



$$M_{pl} = \int_S (f_y \cdot ds) \cdot y = f_y \cdot \int_S y \cdot ds = f_y \cdot (2 \cdot S_x) = f_y \cdot W_{pl}$$

Où  $S_x$  est le moment statique d'une demi-section par rapport à l'axe principal d'inertie.

$W_{pl}$  est appelée module de résistance plastique.

### Exemple d'une section rectangulaire

Il est évident qu'une section qui peut atteindre le domaine plastique, on doit la vérifier dans ce domaine c'est le cas des sections de classe 1 et 2 définie par l'Eurocode 3. Si une section ne peut atteindre l'état limite plastique, elle doit être vérifiée dans le domaine élastique c'est le cas des sections de classe 3 et 4. Pour les sections de classe 4 les caractéristiques à prendre en compte doivent être celles de la section efficace.

### Méthode de vérification selon l'EC3

#### FLEXION PURE :

- quand l'effort tranchant  $v = 0$

$M_{sd}$  moment obtenu à partir des charges extérieures

$M_{cRd}$  moment limite de résistance

$$M_{cRd} = W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \text{ pour les sections de la classe 1 et 2}$$

$$M_{cRd} = W_{el} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \text{ pour les section de la classe 3}$$

$$M_{cRd} = W_{eff} \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \text{ pour les section de la classe 4}$$

### Cas de présence des trous dans la semelle tendue

En cas de présence de trous dans la zone tendue, on négligera l'effet de ces trous si la condition suivante est remplie :

$$0,9 \frac{A_{fnet}}{A_f} \geq \frac{f_y \gamma_{M2}}{f_u \gamma_{M1}}$$

Si cette condition n'est pas remplie, on prendra en considération une section réduite de la semelle :

$$A_{fred} = 0,9 \cdot A_{fnet} \frac{f_u \gamma_{M0}}{f_y \gamma_{M2}}$$

où :

- $A_f$  section brute de la semelle
- $A_{fnet}$  section nette de la semelle
- $A_{fred}$  section réduite de la semelle

### Cas de présence des trous dans la partie tendue de l'âme :

Les trous de fixation dans la zone tendue de l'âme sont négligés si la condition suivante est vérifiée :

$$\left( \frac{A_{vnet}}{A_v} \right) \geq \frac{f_y \gamma_{M2}}{f_u \gamma_{M1}}$$

$A_f$  est l'aire de la semelle.

Dans le cas contraire, il faut considérer l'aire de la semelle à la valeur réduite suivante :

$$A_{veff} = A_{vnet} \frac{f_u \gamma_{M0}}{f_y \gamma_{M2}}$$

A noter que :  $\gamma_{M0} = 1$  et  $\gamma_{M2} = 1,25$

Dans le calcul de résistance au cisaillement on remplace  $A_{veff}$  par  $A_v$

**Les trous dans les zones comprimées sont négligés sauf si les diamètres sont surdimensionnés (Trous non destinés aux assemblages) et les trous oblongs.**

**EFFORT TRANCHANT :**

- Cisaillement pure ( $M = 0$ )

$v_{sd}$  effort tranchant donné par les charges extérieures ;

$v_{plRd}$  effort limite ultime

$$v_{sd} \leq v_{plRd}$$

$$V_{plRd} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot A_v \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$A_v$  l'aire de cisaillement considérée comme étant la section de l'âme qui tient compte de la partie courbe qui se trouve aux extrémités de l'âme. On peut la prendre d'une façon simplifiée on ne considérant que la partie de l'âme soit ( $A_v = t_w \cdot d$ ). Selon l'EC3 on peut le calculer de la manière suivante :

$A$  aire de la section transversale ;

$b$  largeur de la semelle ;

$d$  hauteur de l'âme ;

$h$  hauteur totale de la section;

$r$  rayon de congé de raccordement ;

$t_f$  épaisseur de la semelle ;

$t_w$  épaisseur de l'âme ;

| Type de sections  | $A_v$   |
|---|---|
| Profilés laminés I, H. $V_{sd} //$ à l'âme                  | $A - 2 \cdot b \cdot t_f + (t_w + 2 \cdot r) \cdot t_f$ |
| Profilés laminés U. $V_{sd} //$ à l'âme                     | $A - 2 \cdot b \cdot t_f + (t_w + r) \cdot t_f$         |
| Profilés soudés I, H et caisson. $V_{sd} //$ à l'âme        | $2(d \cdot t_w)$  |
| Profilés laminés I, H et caisson. $V_{sd} //$ à la semelle. | $A - 2(d \cdot t_w)$                                    |
| Profilés creux rectangulaires laminés d'épaisseur uniforme  | $V //$ hauteur $A \cdot h / (b + h)$                    |
|   | $V //$ largeur $A \cdot b / (b + h)$                    |

|                            |                |
|----------------------------|----------------|
| Profilés circulaires creux | $2.A/\sqrt{3}$ |
| Plats et barres pleines    | $A$            |
| Type de sections           | $A_v$          |

### Interaction moment effort tranchant

Dans ce cas  $M_{sd} \neq 0$  et  $V_{sd} \neq 0$

Selon l'EC3 lorsque  $V_{sd} \leq \frac{V_{plRd}}{2}$  ; l'influence de l'effort tranchant est négligeable. La vérification de la section se fera en flexion pure.

Si  $V_{sd} > \frac{V_{plRd}}{2}$  l'influence de l'effort tranchant est prise en compte dans le moment  $M_{VRd}$ .

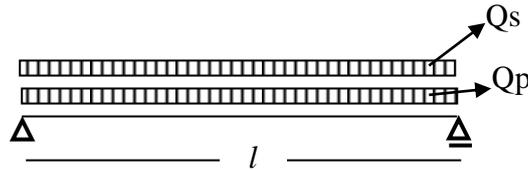
Où :

$$M_{VRd} = \left( W_{pl} - \frac{\rho \cdot A_v^2}{4 \cdot t_w} \right) \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$\text{Avec } \rho = \left( 2 \cdot \frac{V_{sd}}{V_{plRd}} - 1 \right)^2$$

**Exercice :**

Soit la poutre de la figure ci-dessous.



Vérifier la résistance et la rigidité de la poutre.

- 1- Lorsque la poutre n'est pas munie de trous
- 2- On admet que les semelles sont munies de deux trous au milieu de la travée chacune de diamètre  $\varnothing = 20 \text{ mm}$
- 3- En admettant que les trous sont situés à  $l/4$  de l'appui.
- 4- Vérifier la flèche de la poutre (Rigidité).

On donne  $Q_p = 1,5 \text{ t/m}$ ;  $Q_s = 3,4 \text{ t/m}$ ;  $l = 4 \text{ m}$ ;  $f_y = 2350 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_u = 3400 \text{ kg/cm}^2$   
 $f/l = 1/300$

Caractéristiques de l'IPE-A 330 laminé:

$I_x = 10230 \text{ cm}^4$ ;  $S_x = 351 \text{ cm}^3$ ;  $h = 327 \text{ mm}$ ;  $b = 160 \text{ mm}$ ;  $d = 271 \text{ mm}$ ;  
 $t_w = 6,5 \text{ mm}$ ;  $t_f = 10 \text{ mm}$ ;  $r = 18 \text{ mm}$ ;  $A = 54,7 \text{ cm}^2$ ;  $P = 43,0 \text{ kg/m}$ ;  $I_x = 10230 \text{ cm}^4$ .

**Solution :****Classe de la classe de la section**

$$\hat{\text{Ame}} : \frac{d}{t_w} = \frac{271}{6,5} = 41,7 < 72 \quad \text{classe 1}$$

$$\text{Semelle} : \frac{b/2}{t_f} = \frac{80}{10} = 8 < 10 \quad \text{classe 1}$$

La section est de classe 1

**Calcul du moment de calcul  $M_{sd}$  et de l'effort tranchant  $V_{sd}$** 

$$M_{sd} = \frac{(1,35 \cdot (Q_p + P) + 1,5 \cdot Q_s) \cdot l^2}{8} = 14,36 \text{ t.m}$$

$$V_{sd} = \frac{(1,35 \cdot (Q_p + P) + 1,5 \cdot Q_s) \cdot l}{2} = 14,36 \text{ t}$$

**A- Section sans trous de fixation**Calcul du  $M_{cRd}$  et  $V_{plRd}$ 

$$M_{cRd} = W_{pl} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 16,5 \text{ t.m}$$

$$A_v = A - 2 \cdot b \cdot t_f + t_f(t_w + 2 \cdot r) = 26,95 \text{ cm}^2$$

$$V_{plRd} = A_v \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 26,95 \cdot \frac{2350}{\sqrt{3}} = 36,56 \text{ t}$$

$M_{sd} < M_{cRd}$  et  $V_{sd} < V_{plRd}$  donc condition de résistance vérifiée

**B- Section munie de trous**

$$\left( \frac{A_{fnet}}{A_f} \right) \geq 1,1 \cdot \frac{f_y \gamma_{M2}}{f_u \gamma_{M1}}$$

$$A_f = 160 \cdot 10 = 1600; \quad A_{fnet} = 160 \cdot 10 - 2 \cdot 20 \cdot 10 = 1200 \text{ mm}^2$$

$$\frac{A_{fnet}}{A_f} = \frac{1200}{1600} = 0,75 < 1,1 \cdot \frac{f_y}{f_u} \cdot \frac{1,25}{1} = \frac{1,1 \cdot 2350 \cdot 1,25}{3400} = 0,95$$

Donc, on doit prendre en considération l'influence des trous en calculant l'aire de la réduite de la semelle :

$$A_{f\text{réduite}} = 0,9 \cdot A_{fnet} \cdot \frac{f_u}{f_y} \cdot \frac{\gamma_{M0}}{\gamma_{M2}}$$

$$A_{f\text{réduite}} = 0,9 \cdot 1200 \cdot \frac{3400}{2350} \cdot \frac{1}{1,25} = 1250 \text{ mm}^2 \text{ Ceci est l'aire de la semelle à prendre en}$$

compte dans la suite des calculs.

Moment statique réduit :

$$S_x = 12,50 \cdot \left( \frac{32,7}{2} - 5 \right) + \frac{27,1}{2} \cdot 0,65 \cdot \frac{27,1}{4} = 257,8 \text{ cm}^3$$

$$W_{ptr} = 2 \cdot S_x = 515,6 \text{ cm}^3$$

**C- Calcul du  $M_{cRd}$  et  $V_{plRd}$** 

$$M_{cRd} = W_{plr} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 515,6 \cdot \frac{2350}{1} = 12,12 \text{ t.m}$$

$$V_{plRd} = A_v \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 26,95 \cdot \frac{2350}{\sqrt{3}} = 56,08 \text{ t}$$

$M_{sd} > M_{cRd}$  condition de résistance non vérifiée

**D- Vérification de la résistance à  $l/4$  de l'appui**

Le moment  $M_{sd}$  à  $l/4$

$$M_{sd(l/4)} = \frac{3}{32} \cdot [1,35(Q_p + P) + 1,5 Q_s] = 10,77 \text{ t/m} < M_{cRd}$$

On remarque  $V_{sd} < \frac{1}{2} \cdot V_{plRd}$  donc l'effort tranchant est négligeable (on ne tiendra pas compte de l'interaction moment effort tranchant)

*Condition de résistance vérifiée*

**E- Flèche de la poutre**

1- Charge non pondérée :

$$Q = Q_p + Q_s = 4,9 \text{ t/m}$$

2- Calcul de  $(f/l)$  :

$$\frac{f}{l} = \frac{5}{384} \frac{Q \cdot l^3}{E \cdot I}$$

$$\frac{f}{l} = \frac{5}{384} \frac{49 \cdot 400^3}{21 \cdot 10^5 \cdot 10230} = 0,002 \quad \left[ \frac{f}{l} = \frac{1}{300} = 0,003 \right]$$

3- Vérification de la flèche :

$$\frac{f}{l} < \left[ \frac{f}{l} \right]; \text{ la condition de flèche est vérifiée}$$

**Remarque** : Les classes des sections sont déterminées à partir des tableaux suivants issus de l'Eurocode 3











## Chapitre V

### VOILEMENT EN FLEXION SIMPLE

Le voilement est un phénomène d'instabilité, il se traduit en général par une déformation particulière des éléments qui composent la poutre (âme et semelles). Le voilement est l'élément clé de la classification en 04 classes des sections des poutres dans l'EC3.

Dans le cas de l'âme, la déformation est produite essentiellement par l'effort tranchant qui agit comme effort de compression sur l'angle de l'état de contrainte principale.

Notons aussi que le voilement peut avoir lieu dans le sens longitudinal. Ceci s'accompagne par la déformation dans le sens longitudinal de l'âme.



Exemple de l'âme en état de voilement

Pour palier au voilement de l'âme, on doit placer des raidisseurs le long de la poutre selon leur nécessité. Cette nécessité est déterminée par les calculs.

Les raidisseurs ont deux rôles essentiels. Le premier rôle est de palier au voilement, le second est la répartition des charges concentrées agissant sur la poutre telles que les réactions d'appuis et charges concentrées extérieures.

L'EC3 nous propose deux méthodes de calcul de résistance au voilement de l'âme. Une méthode appelée champ diagonal de traction et la méthode que nous allons utiliser appelée méthode post-critique.

#### Conditions de non vérification de la résistance au voilement

Il y a systématiquement résistance au voilement de l'âme :

- Pour les poutres non munies de raidisseurs si :

$$\frac{d}{t_w} \leq 69 \cdot \varepsilon$$

- Pour les poutres munies de raidisseurs si :

$$\frac{d}{t_W} \leq 30 \cdot \varepsilon \sqrt{k_\tau}$$

Avec :

$d$  : hauteur de l'âme ;

$t_W$  : Épaisseur de l'âme ;

$k_\tau$  : Coefficient de voilement par cisaillement.

- Pour les âmes raidis au niveau des appuis uniquement :

$$k_\tau = 5,34$$

- Pour les âmes raidies sur appuis et comportant des raidisseurs intermédiaires :

Si  $\frac{a}{d} < 1$ ; alors  $k_\tau = 4 + \frac{5,34}{\left(\frac{a}{d}\right)^2}$

Si  $\frac{a}{d} \geq 1$ ; alors  $k_\tau = 5,34 + \frac{4}{\left(\frac{a}{d}\right)^2}$

Où :

$a$  : est la distance entre deux raidisseurs successifs ;

$d$  : hauteur de l'âme.

Dans le cas où les deux conditions sus mentionnées ne sont pas remplies, il faut alors vérifier la résistance au voilement de l'âme.

### **Méthode Post-Critique de vérification de résistance au voilement :**

Il y a résistance au voilement de l'âme si :

$$V_{sd} \leq V_{baRd}$$

Où :

$V_{sd}$  : est l'effort tranchant donné par les charges extérieures ;

$V_{baRd}$  : est l'effort de résistance au voilement. Il est calculé de la manière suivante :

Soient alors :

$\lambda_W$  est l'élanement de l'âme :

$$\lambda_W = \frac{\frac{d}{t_W}}{37,4 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{k_\tau}}$$

$\tau_{ba}$  est la résistance post-critique :

$$\tau_{ba} = \psi \cdot \frac{f_{yw}}{\sqrt{3}}$$

$f_{yw}$  est la limite d'élasticité de l'âme.

$$\text{Si } \lambda_W \leq 0,8 \quad \rightarrow \quad \psi = 1$$

$$\text{Si } 0,8 < \lambda_W < 1,2 \quad \rightarrow \quad \psi = 1 - 0,625(\bar{\lambda}_W - 0,8)$$

$$\text{Si } \lambda_W \geq 1,2 \quad \rightarrow \quad \psi = \frac{0,9}{\bar{\lambda}_W}$$

### Vérification de la résistance du raidisseur :

#### - Effort sur le raidisseur

Le raidisseur est calculé comme élément comprimé chargé par  $N_R$ , avec une longueur  $h_R$  et une section  $A_R$  en considérant le flambement dans le plan perpendiculaire à l'âme et en prenant la courbe C de flambement.

$$N_R = V_{sd} - d \cdot t_W \cdot \frac{\tau_{bb}}{\gamma_{M1}}$$

$$\tau_{bb} = \psi_0 \cdot \frac{f_{yw}}{\sqrt{3}}$$

$f_{yw}$  est la limite d'élasticité de l'âme.

$$\text{Si } \lambda_W \leq 0,8 \quad \rightarrow \quad \psi_0 = 1$$

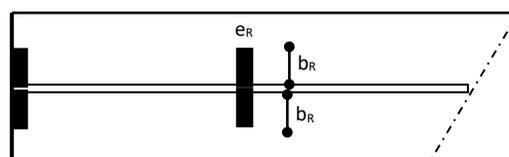
$$\text{Si } 0,8 < \lambda_W < 1,25 \quad \rightarrow \quad \psi_0 = 1 - 0,8(\bar{\lambda}_W - 0,8)$$

$$\text{Si } \lambda_W \geq 1,25 \quad \rightarrow \quad \psi_0 = \frac{1}{\bar{\lambda}_W^2}$$

#### - Section du raidisseur

On peut prendre en toute sécurité la section du raidisseur égale à :

$$A_R = 2 \cdot b_R \cdot e_R + t_W$$



Néanmoins, on peut considérer la section  $A_R$  de calcul de raidisseur d'une façon économique, en tenant compte de la participation d'une partie de l'âme de la façon suivante :

- Pour les raidisseurs de rive :

$$A_R = 2 \cdot b_R \cdot e_R + 15 \cdot t_W^2$$

- Pour les raidisseurs intermédiaires :

$$A_R = 2 \cdot b_R \cdot e_R + 30 \cdot t_W^2$$

- **Moment d'inertie  $I_R$  du raidisseur :**

$$I_R = \frac{e_R \cdot [2 \cdot b_R + t_W]^3}{12}$$

Toutefois les valeurs de  $b_R$  et  $e_R$  doivent être choisies de façon à satisfaire les deux conditions suivantes:

$$\text{Si } \frac{a}{d} < \sqrt{2} \quad \rightarrow \quad I_R \geq \frac{1,5 \cdot d^3 \cdot t_W^3}{a^2}$$

$$\text{Si } \frac{a}{d} \geq \sqrt{2} \quad \rightarrow \quad I_R \geq 0,75 \cdot d \cdot t_W^3$$

### Vérification de la résistance sous l'influence de l'interaction Moment-Effort tranchant

Soit alors une poutre en I soumise à  $M_{sd}$  et  $V_{sd}$  avec  $h_0$  la distance entre les CDG des semelles et  $A_f$  la section de la semelle et  $M_{fRd}$  le moment de résistance plastique des semelles :

$$M_{fRd} = A_f \cdot h_0 \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Si l'une des conditions suivantes est vérifiée ; on négligera l'effet de l'effort tranchant sur le moment résistant de calcul :

$$1- M_{sd} \leq M_{fRd} \quad \text{et} \quad V_{sd} \leq V_{baRd}$$

$$2- V_{sd} \leq \frac{1}{2} V_{baRd}$$

### Vérification de la résistance sous l'influence de l'interaction Moment-Effort tranchant-Effort normal

Soit alors une poutre en I soumise à  $M_{sd}$ ,  $N_{sd}$  et  $V_{sd}$  avec  $h_0$  la distance entre les CDG des semelles et  $A_f$  la section de la semelle et  $M_{fRd}^0$  le moment de résistance plastique des semelles et  $N_{fRd}$  est l'effort axial plastique des semelles:

$$M_{fRd}^0 = A_f \cdot h_0 \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad (\text{Classe 1 et 2})$$

$$M_{fRd}^0 = A_f \cdot \frac{h_0^2}{h} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad (\text{Classe 3})$$

$h$  étant la hauteur totale de la section

$$A_{fRd} = A_f \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$M_{fRd} = M_{fRd}^0 \left[ 1 - \frac{N_{sd}}{N_{fRd}} \right]$$

Si l'une des conditions suivantes est vérifiée ; on négligera l'effet de l'effort tranchant sur le moment résistant de calcul :

$$1- M_{sd} \leq M_{fRd} \quad \text{et} \quad V_{sd} \leq V_{baRd}$$

$$2- V_{sd} \leq \frac{1}{2} V_{baRd}$$

Dans tous les cas, si l'une des deux conditions suivantes  $M_{sd} \leq M_{fRd}$  ;  $V_{sd} \leq \frac{1}{2} V_{baRd}$

n'est pas vérifiée ; on doit prendre en compte l'influence de l'effort tranchant sur le moment résistant. Ainsi la condition de résistance devient :

$$M_{sd} \leq M_{fRd} + (M_{plRd} - M_{fRd}) \left[ 1 - \left( \frac{2 \cdot V_{sd}}{V_{baRd} - 1} \right)^2 \right]$$

Où :

-  $M_{plRd}$  est le moment plastique de la section totale lorsque  $N_{sd} = 0$ .

-  $M_{plRd} = M_{NRd}$  si  $N_{sd} \neq 0$ .

Pour le calcul de  $M_{NRd}$  voir cour de flexion composée (interaction moment et effort normal)

### Flambement de la semelle comprimée

Pour empêcher le flambement de la semelle comprimée dans le plan de l'âme, il faut vérifier la condition suivante:

$$\frac{d}{t_w} \leq K \cdot \frac{E}{f_y} \cdot \sqrt{\frac{A_w}{A_{fc}}}$$

Où :

$K = 0,3$  pour la semelle de classe 1 ;

$K = 0,4$  pour la semelle de classe 2 ;

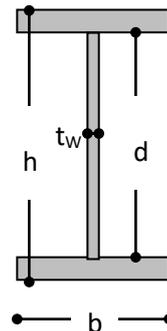
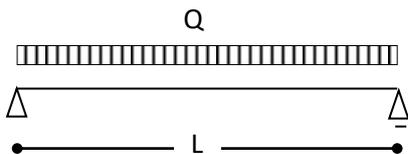
$K = 0,55$  pour la semelle de classe 3 ou 4 ;

$$A_w = d \cdot t_w \quad A_{fc} = b \cdot t_f \text{ (semelle comprimée uniquement)}$$

Dans le cas contraire, il faut essayer de diminuer la largeur  $b$  de la semelle tout en maintenant la condition de résistance au moment  $M_{sd}$ .

### Exercice1 :

Soit la poutre en PRS en  $I$  simplement appuyée représentée sur la figure ci-dessous.



On donne :

$$h = 67 \text{ cm} ; \quad d = 64 \text{ cm} ; \quad b = 40 \text{ cm} ; \quad t_w = 0,8 \text{ cm} ; \quad t_f = 1,5 \text{ cm} ; \quad L = 8 \text{ m} ; \quad f_y = 2350 \text{ kg/cm}^2 ;$$

$$Q_p = 2 \text{ t/m} ; \quad Q_p = 6 \text{ t/m} ; \quad E = 21 \cdot 10^5 \text{ kg/cm}^2 ; \quad f/L = 1/300.$$

- 1- Vérifier la résistance et la rigidité de la poutre ;
- 2- Vérifier la poutre au voilement et placer les raidisseurs si nécessaire.

Solution :

#### 1- Classe de la section :

$$\hat{A}me : \frac{d}{t_w} = 80 < 83 \text{ Classe 3 ;}$$

$$\text{Semelle} : \frac{b/2}{t_f} = 13,3 < 14 \text{ Classe 3 ;}$$

La section est de classe 3

**2- Efforts dans la section :**

$$Q = 1.35. Q_p + 1.5. Q_s = 11,7 \text{ t/m}$$

$$M_{sd} = \frac{Q \cdot L^2}{8} = 93,6 \text{ t.m}$$

$$V_{sd} = \frac{Q \cdot L}{2} = 46,8 \text{ t}$$

**3- Résistance de la section :**

$$I_X = 146206,2 \text{ cm}^4 \quad W_X = 4364,3 \text{ cm}^3 \quad A = 171,2 \text{ cm}^2$$

$$M_{cRd} = W_X \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 102,56 \text{ t.m}$$

$$V_{plRd} = A_v \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = (0,8 * 64) \cdot \frac{2350}{\sqrt{3} \cdot 1} = 69,46 \text{ t}$$

$M_{sd} < M_{cRd}$  et  $V_{sd} < V_{plRd}$  la conditions de résistance est vérifiée

**4- Vérification de la rigidité :**

$$Q_{np} = Q_p + Q_s = 8 \frac{\text{t}}{\text{m}} \quad \frac{f}{l} = \frac{5}{384} \cdot \frac{Q_{np} \cdot L^3}{E \cdot I} = 0,0017 < 0,003$$

Condition de flèche vérifiée

**5- Vérification au voilement :**

Sachant qu'on doit placer 02 raidisseurs aux appuis, la vérification de la nécessité de calcul de résistance doit répondre à la condition suivante :

$\frac{d}{t_w} = 80 > 30 \cdot \varepsilon \sqrt{k_\tau} = 69,32$ , donc, il est indispensable de vérifier la résistance au voilement.

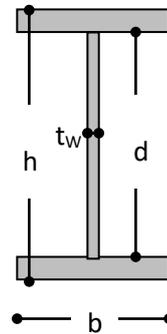
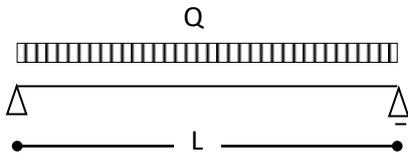
$$\bar{\lambda}_W = \frac{d/t_w}{37,4 \cdot \sqrt{k_\tau}} = 0,92 \text{ donc } \tau_{ba} = [1 - 0,625(\bar{\lambda}_W - 0,8)] \frac{f_y}{\sqrt{3}} = 1255,01 \text{ kg/cm}^2$$

$$V_{baRd} = 64,256 \text{ t} > V_{sd}$$

La condition de résistance au voilement est vérifiée donc les raidisseurs intermédiaires ne sont pas nécessaires.

**Exercice2 :**

Soit la poutre en PRS en  $I$  simplement appuyée représentée sur la figure ci-dessous.



On donne :

$h = 150 \text{ cm}$  ;  $d = 146 \text{ cm}$  ;  $b = 48 \text{ cm}$  ;  $t_w = 1,2 \text{ cm}$  ;  $t_f = 2,0 \text{ cm}$  ;  $L = 8 \text{ m}$  ;  $f_y = 2350 \text{ kg/cm}^2$  ;  $Q_p = 8 \text{ t/m}$  ;  $Q_s = 20 \text{ t/m}$  ;  $E = 21 \cdot 10^5 \text{ kg/cm}^2$  ;  $f/L = 1/300$ .

On considérera que le poids propre de la poutre est inclus dans  $Q_p$ .

- 3- Vérifier la résistance et la rigidité de la poutre ;
- 4- Vérifier la poutre au voilement et placer les raidisseurs si nécessaire.

**Solution :****1- Classe de la section :**

Âme :  $\frac{d}{t_w} = 121,7 < 124$  Classe 3 ;

Semelle :  $\frac{b/2}{t_f} = 12 < 14$  Classe 3 ;

La section est de classe 3

**2- Efforts dans la section :**

$$Q = 1,35 \cdot Q_p + 1,5 \cdot Q_s = 40,8 \text{ t/m}$$

$$M_{sd} = \frac{Q \cdot L^2}{8} = 326,4 \text{ t.m}$$

$$V_{sd} = \frac{Q \cdot L}{2} = 163,2 \text{ t}$$

**3- Résistance de la section :**

$$I_x = 1362669,6 \text{ cm}^4 \quad W_x = 18169 \text{ cm}^3 \quad A = 367,2 \text{ cm}^2$$

$$M_{cRd} = W_x \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 18169 \cdot \frac{2350}{1} = 427 \text{ t.m}$$

$$V_{plRd} = A_v \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = (1,2 * 146) \cdot \frac{2350}{\sqrt{3} \cdot 1} = 237,7 \text{ t}$$

$M_{sd} < M_{cRd}$  et  $V_{sd} < V_{plRd}$  la conditions de résistance est vérifiée

#### 4- Vérification de la rigidité :

$$Q_{np} = Q_p + Q_s = 28 \frac{\text{t}}{\text{m}} \quad \frac{f}{l} = \frac{5}{384} \cdot \frac{Q_{np} \cdot L^3}{E \cdot I} = 0,0006 < 0,003$$

Condition de flèche vérifiée

#### 5- Vérification au voilement :

Sachant qu'on doit placer 02 raidisseurs aux appuis, la vérification de la nécessité de calcul de résistance doit répondre à la condition suivante :

$\frac{d}{t_w} = 121,7 > 30 \cdot \varepsilon \sqrt{k_\tau} = 69,32$ , donc, il est indispensable de vérifier la résistance au voilement ( $k_\tau = 5.34$ ).

$$\bar{\lambda}_w = \frac{d/t_w}{37,4 \cdot \sqrt{k_\tau}} = 1,4 > 1,2 \text{ donc } \tau_{ba} = \left[ \frac{0,9}{\bar{\lambda}_w} \right] \frac{f_y}{\sqrt{3}} = 872,2 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$V_{baRd} = \frac{\tau_{ba} \cdot t_w \cdot d}{\gamma_{M1}} = 138,9 \text{ t}$$

$$V_{sd} > V_{baRd}$$

La condition de résistance au voilement n'est pas vérifiée ; donc les raidisseurs intermédiaires sont nécessaires.

#### 6- Mise en place des raidisseurs intermédiaires :

On choisi de placer un raidisseur à 2,1 m de l'appui et on fait la vérification.

$$\frac{a}{d} = \frac{210}{146} = 1,43 > 1 \text{ donc } k_\tau = 5,34 + \frac{4}{(120/146)^2} = 7,29$$

$\frac{d}{t_w} = 121,7 > 30 \cdot \varepsilon \sqrt{k_\tau} = 81,03$ , donc, il est indispensable de vérifier la résistance au voilement.

$$\bar{\lambda}_w = \frac{d/t_w}{37,4 \cdot \sqrt{k_\tau}} = 1,205 \text{ donc } \tau_{ba} = \left[ \frac{0,9}{\bar{\lambda}_w} \right] \frac{f_y}{\sqrt{3}} = 1013,36 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$V_{baRd} = \frac{\tau_{ba} \cdot t_w \cdot d}{\gamma_{M1}} = 177,5 \text{ t}$$

$$V_{sd} < V_{baRd}$$

La condition de résistance est vérifiée

Nécessité des autres raidisseurs :

On placera le second raidisseur à **4 m** du second soit à **6,1 m** de l'appui.  
 Il faut calculer l'effort tranchant  $V_{sd(2,1)}$  au niveau du raidisseur intermédiaire déjà mis en place.

$$V_{sd(2,1)} = 163,2 - 40,8 \cdot 2,1 = 77 \text{ t}$$

On répétera les mêmes opérations précédentes :

$$\frac{a}{d} = \frac{400}{146} = 2,74 > 1 \quad \text{donc} \quad k_{\tau} = 5,34 + \frac{4}{(180/146)^2} = 5,87$$

$\frac{d}{t_w} = 121,7 > 30 \cdot \varepsilon \sqrt{k_{\tau}} = 72,68$ , donc, il est indispensable de vérifier la résistance au voilement.

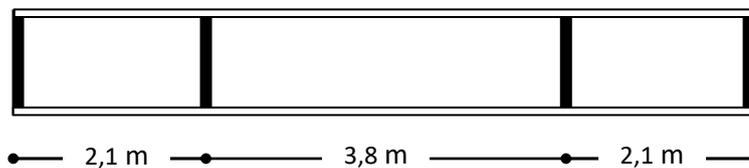
$$\bar{\lambda}_w = \frac{d/t_w}{37,4 \cdot \sqrt{k_{\tau}}} = 1,34 \quad \text{donc} \quad \tau_{ba} = \left[ \frac{0,9}{\bar{\lambda}_w} \right] \frac{f_y}{\sqrt{3}} = 911,26 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$V_{baRd} = \frac{\tau_{ba} \cdot t_w \cdot d}{\gamma_{M1}} = 159,6 \text{ t}$$

$$V_{sd(2,1)} < V_{baRd}$$

La condition de résistance est vérifiée

**Le 2eme raidisseur coïncide avec le premier raidisseur en partant du second appui, ceci signifie qu'un seul raidisseur intermédiaire est nécessaire.**



### Vérification de la résistance au voilement au niveau des raidisseurs

A niveau du 1<sup>er</sup> raidisseur, il n'y a que le cisaillement pure, donc la condition de résistance au voilement est déjà vérifiée. Par contre les deux autres raidisseurs ont été placés on considérant uniquement le cisaillement, alors que réellement au niveau des deux raidisseurs il y a flexion et cisaillement (interaction). Ce qui nous impose à vérifier la résistance au voilement en prenant en compte cette interaction.

$$M_{sd(x)} = \frac{Q}{2} (L \cdot x - x^2)$$

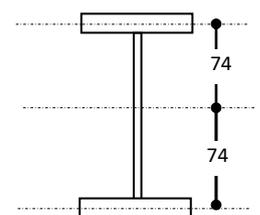
$$V_{sd(x)} = \frac{Q}{2} \cdot (L - 2 \cdot x)$$

1<sup>er</sup> raidisseur  $x = 2,10 \text{ m}$        $M_{sd(2,1)} = 252,75 \text{ t.m}$        $V_{sd(2,1)} = 77,52 \text{ t}$

$$M_{fRd} = W_{pls} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = (2 * 48 * 2 * 74) \cdot \frac{2350}{1} = 333,9 \text{ t.m}$$

$W_{pls}$  : Module de résistance plastique des semelles uniquement.

$$V_{sd(2,1)} \text{ et } < V_{baRd(2,1)}$$



$$M_{sd(2,1)} < M_{fRd}$$

Donc la condition de résistance au voilement largement est vérifiée au niveau des raidisseurs en tenant compte de l'interaction moment effort tranchant.

### 7- Vérification de la résistance des raidisseurs

Le raidisseur le plus sollicité est celui qui se trouve au niveau de l'appui.

- Effort sur le raidisseur  $N_R$

$$\bar{\lambda}_W = \frac{d/t_W}{37,4 \cdot \sqrt{k_\tau}} = 1,4 > 1,25 \quad \text{donc } \tau_{bb} = \left[ \frac{1}{\lambda_W^2} \right] \frac{f_y}{\sqrt{3}} = 692,3 \text{ kg/cm}^2$$

$$N_R = V_{sd} - d \cdot t_W \cdot \frac{\tau_{bb}}{\gamma_{M1}} = 163,2 \cdot 10^3 - 146 \cdot 1,2 \cdot \frac{692,3}{1,1} = 41,9 \text{ t}$$

- Choix des dimensions du raidisseur

Soit une épaisseur du raidisseur  $e_R = 1,2 \text{ cm}$

$$\frac{a}{d} = 1,02 < \sqrt{2} \quad \rightarrow \quad I_R \geq \frac{1,5 \cdot d^3 \cdot t_W^3}{a^2} = 358,52$$

$$I_R = \frac{e_R \cdot [2 \cdot b_R + t_W]^3}{12} = \frac{1,2 \cdot (2 \cdot b_R + 1,2)^3}{12} \geq 358,52$$

$$(2 \cdot b_R + 1,2)^3 \geq 3585,18$$

$$b_R \geq 7,03 \text{ cm}$$

On prendra alors  $b_R \geq 7,5 \text{ cm}$

$$I_R = \frac{e_R \cdot [2 \cdot b_R + t_W]^3}{12} = 425,15 \text{ cm}^4$$

$$A_R = 2 \cdot b_R \cdot e_R + 15 \cdot t_W^2 = 39,6 \text{ cm}^2$$

$$\lambda = \frac{146}{\sqrt{\frac{425,15}{39,6}}} = 44,64 \quad \bar{\lambda} = \frac{44,64}{93,9} = 0,47$$

On considérant la courbe 'c'  $\chi = 0,85$

$$N_{bRd} = 0,85 \cdot 39,6 \cdot \frac{2350}{1,1} = 71,9 \text{ t} > 41,9 \text{ t}$$

Condition de résistance vérifiée.

### 8- Vérification du flambement de la semelle comprimée

$$K = 0,55 \text{ (poutre classe 3)}; \quad A_W = 1,2 \cdot 146 = 175,2 \text{ cm}^2; \quad A_{fc} = 2 \cdot 48 = 96 \text{ cm}^2$$

$$\frac{d}{t_w} = 121,7 < K \cdot \frac{E}{f_y} \cdot \sqrt{\frac{A_w}{A_{fc}}} = 663,9$$

Donc, il n'y a pas de risque de flambement de semelle dans le plan de l'âme.

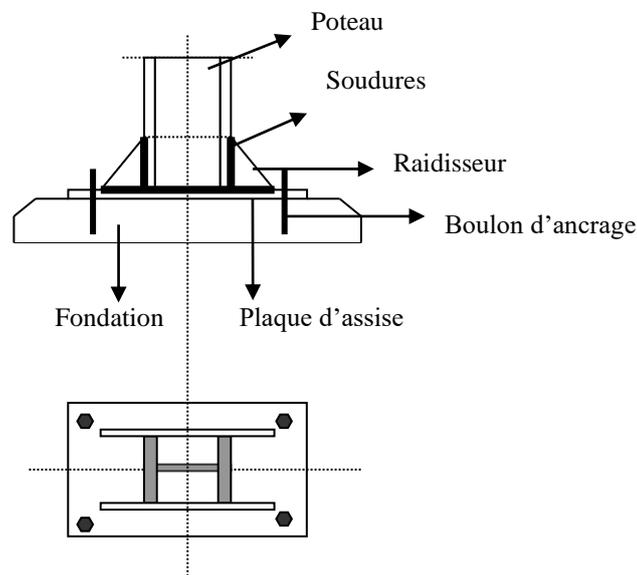
## Chapitre X

## LES PIEDS DES POTEAUX

## 1- Conception

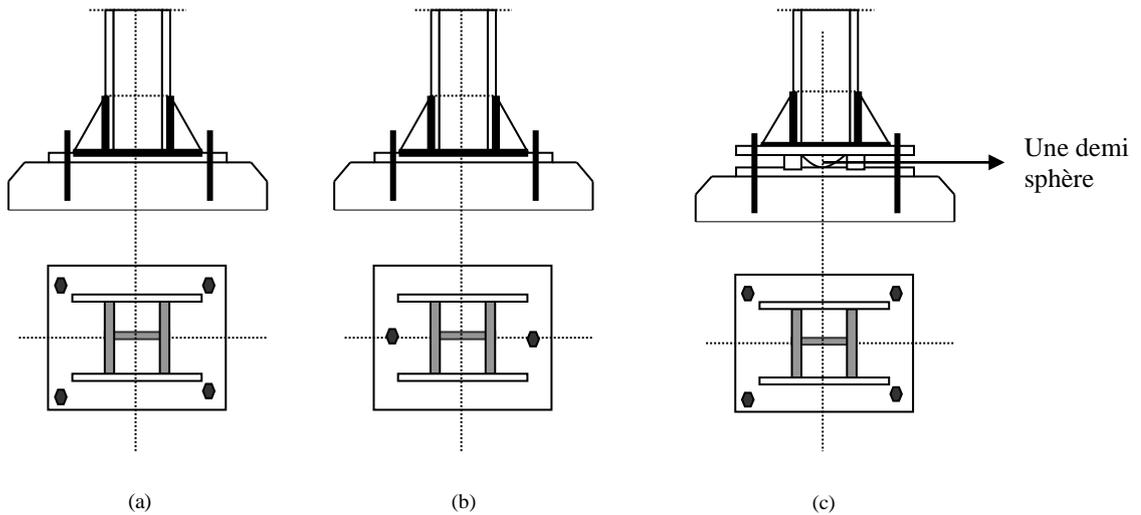
Les pieds des poteaux sont généralement formés par:

- Une plaque d'assise qui a le rôle de répartir les charges du poteau sur le massif de fondation.
- Des raidisseurs dont le rôle est rendre la plaque moins flexible (rigide).
- Des boulons d'ancrage dont le rôle est d'assurer la liaison de la plaque sur le massif de fondation. Ils ont aussi le rôle de transmettre les efforts (en particulier ceux de la traction dont la plaque ne peut transmettre).



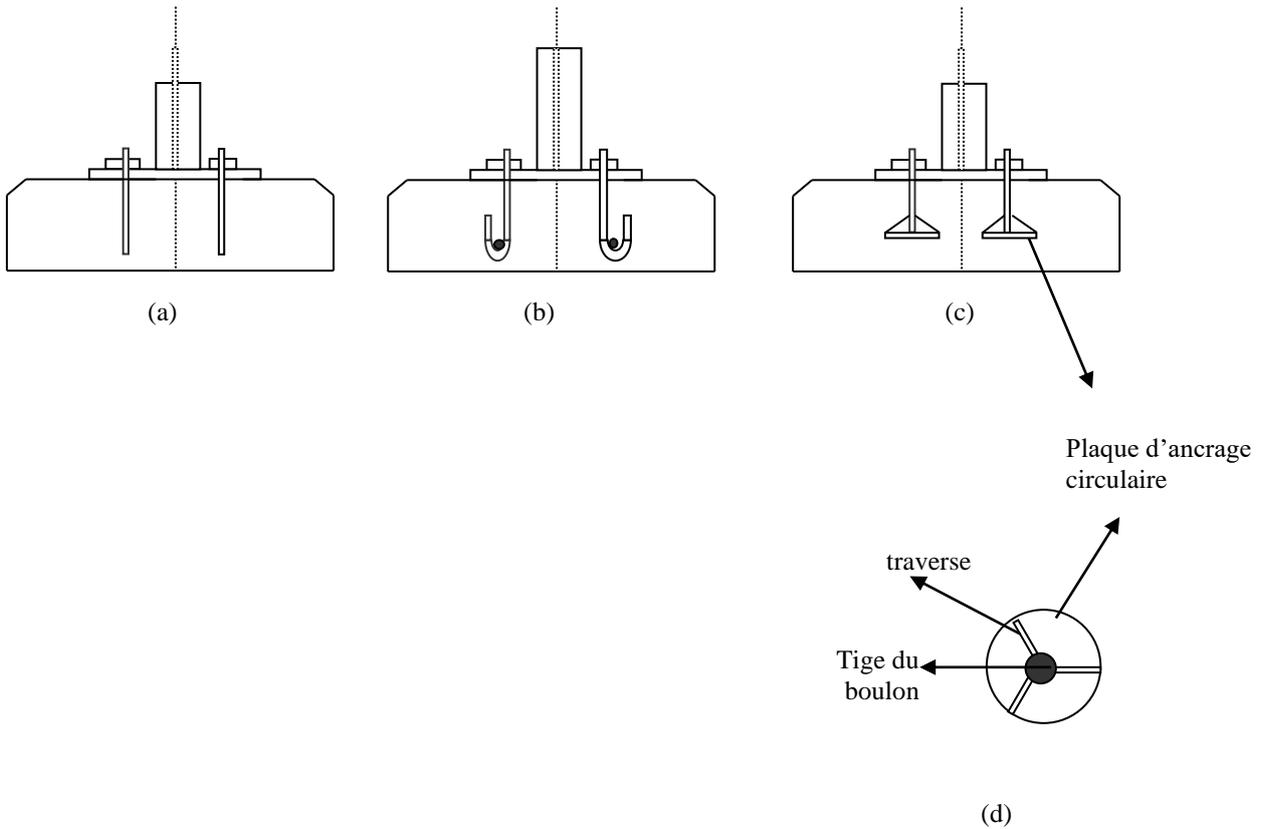
Les pieds de poteau peuvent assurer :

- Un encastrement dans les deux plans du poteau Figure (a).
- Une articulation dans les deux plans du poteau Figure (c).
- Une articulation dans un plan et un encastrement dans l'autre Figure (b).



Type des boulons d'ancrage:

- boulon d'ancrage à tige rectiligne (a)
- boulon d'ancrage avec crochet (b)
- boulon d'ancrage avec plaque d'ancrage (c) et (d).



Les plaques d'ancrage sont généralement munies de traverses (raidisseurs) qui ont le rôle:

- De pouvoir attacher convenablement par soudure la tige du boulon sur la plaque;
- De rigidifier la plaque d'ancrage.

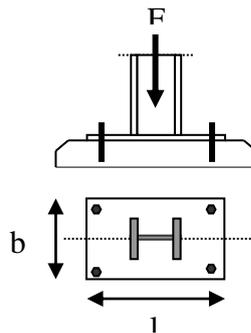
Les boulons à tige rectiligne sont utilisés pour les fondations d'importantes épaisseur, par contre les autres types de boulons sont utilisés pour les fondations de petites épaisseurs.

## 2- Méthode de calcul des dimensions des plaques d'assise :

### 2.1- En compression simple

Soient alors :

- $\overline{\sigma}_b$  la contrainte admissible du béton à la compression simple ;
- $b.l$  section de base de la plaque ;
- $e_{pl}$  épaisseur de la plaque



Afin d'éviter l'écrasement du béton, il faut vérifier la condition suivante :

$$\frac{F}{b.l} \leq \overline{\sigma}_b \rightarrow b.l \geq \frac{F}{\overline{\sigma}_b}$$

Soient  $h$  et  $b_0$ , respectivement la hauteur et la largeur du poteau ( dans le cas de la figure  $b_0 = b_s$  qui est la largeur de la semelle). Pour une répartition proportionnelle aux dimensions de la section du poteau on vérifie la condition suivante :

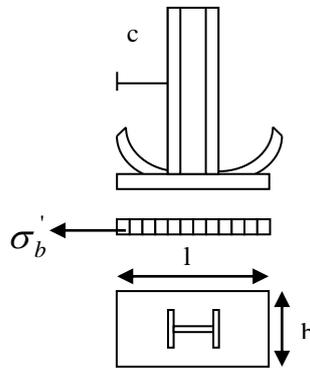
$$\frac{b}{l} = \frac{b_0}{h}$$

A partir de ces deux équations on peut déterminer les dimensions de la plaque d'assise  $b$  et  $l$

### 2.1.1- Epaisseur de la plaque

- **Plaque sans raidisseur**

Pour le calcul de l'épaisseur on considère la plaque comme console attaché au poteau (Fig. ....).



L'épaisseur de la plaque doit être suffisante pour résister à la flexion créée par la réaction de la fondation.

$$\sigma_b' = \frac{F}{l.b} \quad M = \frac{\sigma_b'.c^2}{2}$$

$M$  est le moment max. par unité de longueur sur la console de longueur  $c$  encastrée sur la semelle du poteau.

Le module de résistance d'une unité de longueur de la plaque est :

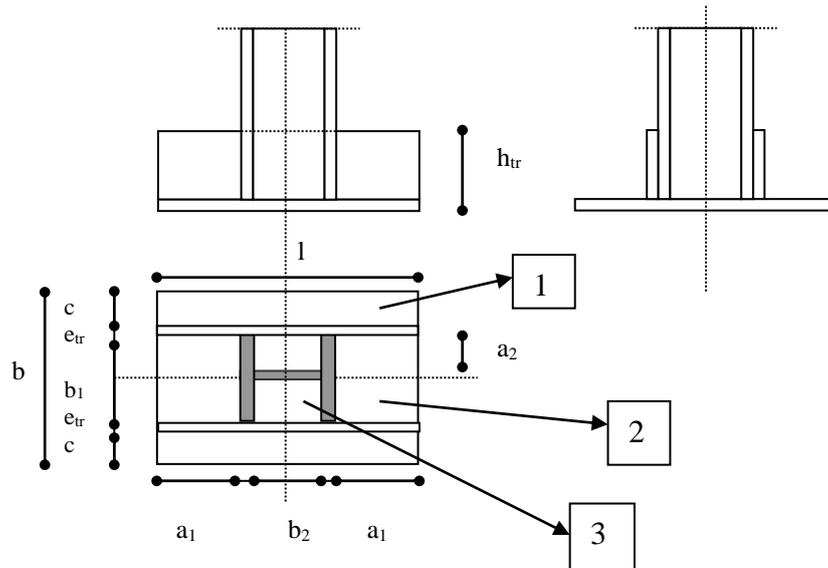
$$W_{pl} = \frac{e_{pl}^2}{6}$$

Condition de résistance :

$$\frac{M}{W_{pl}} = \frac{6M}{e_{pl}^2} \leq \sigma_e \rightarrow e_{pl} \geq \sqrt{\frac{6M}{\sigma_e}}$$

- **Plaque avec raidisseur :**

Les raidisseurs sont utilisés pour limiter les portées de la plaque, donc pour diminuer les efforts dans celle-ci et par conséquent maintenir une épaisseur réelle de la plaque ( $e_{pl} \leq 3cm$ ).



La plaque est considérée chargée par les réactions du béton, et appuyée sur les raidisseurs et le poteau.

Soit alors  $M_i$  le moment maximum dans le panneau  $i$

La plaque sous raidisseur est partagé en panneau 1,2 et 3 :

- le panneau 1 ( $c \times l$ ) est considéré comme une poutre console de longueur  $c$  encastrée sur le raidisseur ;

$$M_1 = \sigma'_b \cdot \frac{c^2}{2}$$

- le panneau 2 ( $a_1 \times b_1$ ) est considéré comme une plaque appuyée sur 03 cotés ;

$$M_2 = \chi \cdot \sigma'_b \cdot b_1^2 \quad \text{si } \frac{a_1}{b_1} \geq 0,5$$

$$M_2 = \sigma'_b \cdot \frac{a_1^2}{2} \quad \text{si } \frac{a_1}{b_1} < 0,5$$

|                   |      |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\frac{a_1}{b_1}$ | 0,5  | 0,6   | 0,7   | 0,8   | 0,9   | 1     | 1,2   | 1,4   | 2     | >2    |
| $\chi$            | 0,06 | 0,074 | 0,088 | 0,097 | 0,107 | 0,112 | 0,120 | 0,125 | 0,132 | 0,133 |

- le panneau 3 ( $a_2 \times b_2$ ) est considéré comme une plaque appuyée sur 04 cotés.

$$M_3 = \psi \cdot \sigma'_b \cdot a^2 \quad \text{où } a = \min(a_2, b_2)$$

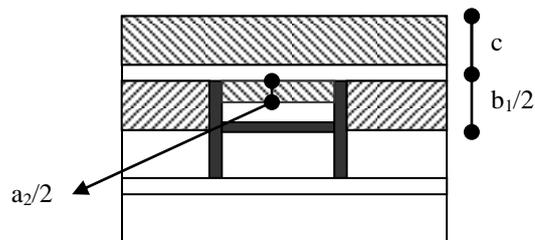
|               |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |     |       |
|---------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|-------|
| $\frac{b}{a}$ | 1     | 1,1   | 1,2   | 1,3   | 1,4   | 1,5   | 1,6   | 1,7   | 1,8   | 1,9   | 2   | >2    |
| $\psi$        | 0,048 | 0,055 | 0,063 | 0,069 | 0,075 | 0,075 | 0,086 | 0,091 | 0,094 | 0,098 | 0,1 | 0,125 |

Vérification de la résistance de la plaque :  
Dans tous les cas

$$e_{pl} \geq \sqrt{\frac{6M}{\sigma_e}} \quad \text{où} \quad M = \max(M_1, M_2, M_3)$$

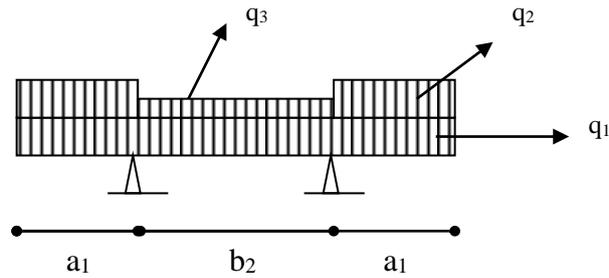
### 2.1.2- Calcul des raidisseurs :

Les raidisseurs sont considérés comme des poutres simplement appuyées ou encastées sur les poteaux, et soumises aux efforts transmises par les plaques.



Dans cet exemple chaque raidisseur est soumis aux charges indiquées par les surfaces hachurées :

- $q_1 = \sigma_b \cdot c$  charge transmise par le panneau 1
- $q_2 = \sigma_b \cdot \frac{b_1}{2}$  charge transmise par le panneau 2
- $q_3 = \sigma_b \cdot \frac{a_2}{2}$  charge transmise par le panneau 3



Soient alors :

- $e_r, h_r$  respectivement l'épaisseur et la hauteur du raidisseur (traverse) ;
- $M_r, T_r$  respectivement le moment max. et l'effort tranchant correspondant.

On doit vérifier la condition de résistance suivante :

$$\sigma = \frac{M_r}{W_r} = \frac{6.M_r}{e_r.h_r^2} \leq \sigma_e \quad \tau = \frac{T_r}{e_r.h_r} \leq 0,65.\sigma_e \sqrt{\sigma^2 + 3.\tau^2} \leq \sigma_e$$

Remarque :

En plus on doit s'assurer que l'épaisseur et la longueur de soudure de la traverse avec le poteau soient suffisantes :

## 2.2- Plaque d'assise sous l'effet d'une flexion composée simple :

Sous l'effet d'une flexion composée, une partie de la plaque d'assise se trouve comprimée sur le béton et l'autre partie sera en principe soulevée, mais ce soulèvement sera empêché par les boulons d'ancrage. Pour pouvoir vérifier la résistance il faut déterminer les contraintes dans la plaque et sur les boulons.

Soient alors :

- $N$  et  $M$  les efforts engendrés par les charges extérieures ;
- $b.l$  les dimensions de la plaque d'assise ;
- $T$  l'effort de traction total dans les boulons ;
- $C$  l'effort de compression dans la partie comprimée de la plaque ;
- $A$  la section totale des boulons tendus (en zone de traction) ;
- $n = \frac{E_a}{E_b}$  le coefficient d'équivalence.



$$\frac{1}{2} \sigma'_b \cdot b \cdot X \left( h - \frac{X}{3} \right) = \left( \frac{1}{2} \sigma'_b \cdot b \cdot X - A \cdot \sigma_a \right) \cdot l'$$

$$\rightarrow X^3 + 3 \cdot (l' - h) \cdot X^2 + 6 \cdot n \cdot \frac{l'}{b} \cdot A \cdot X - 6 \cdot n \cdot \frac{l'}{b} \cdot A \cdot h = 0$$

En considérant  $n = 15$  l'équation s'écrira :

$$X^3 + 3 \cdot (l' - h) \cdot X^2 + 90 \cdot \frac{l'}{b} \cdot A \cdot X - 90 \cdot \frac{l'}{b} \cdot A \cdot h = 0$$

La résolution de cette équation est indispensable pour pouvoir déterminer les contraintes.

Soit alors  $X_0$  solution ; les contraintes seront :

$$\sum M/D = 0 \rightarrow \sigma'_b = \frac{2 \cdot N \cdot l'}{b \cdot X_0 \left( h - \frac{X_0}{3} \right)}$$

Les dimensions de la plaque  $b$  et  $l$  sont suffisantes si :

$$\sigma'_b \leq \overline{\sigma'_b}$$

A partir de la somme des moments par rapport au point  $E$  d'application de la force  $C$  ; l'effort dans les boulons d'ancrage sera :

$$\sum M/E = 0 \rightarrow T \cdot \left( h - \frac{X_0}{3} \right) = N \cdot \left( l' - h + \frac{X_0}{3} \right)$$

$$\rightarrow T = N \cdot \left( \frac{3 \cdot l' - 3 \cdot h + X_0}{3 \cdot h - X_0} \right)$$

La vérification de la résistance des boulons d'ancrage dépend du nombre et du type de boulons utilisés et de l'effort  $T$  et de la réglementation en vigueur.

### Ancrage des boulons

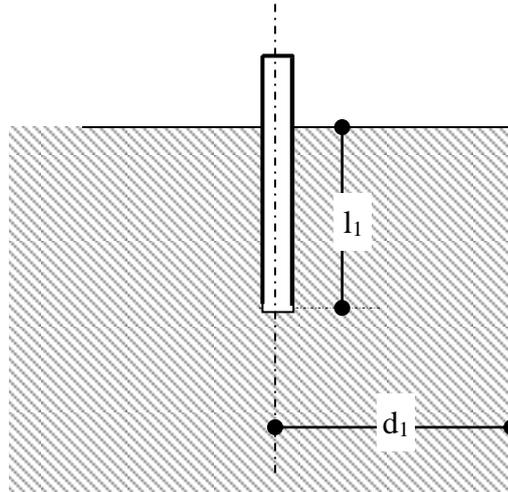
L'effort de traction dans un boulons doit être inférieur à l'effort d'ancrage ultime.

Les conditions d'ancrage suivantes sont fixées par le CM66

Soient :

- $\emptyset$  : le diamètre du boulon ;
- $g_c$  : le dosage en ciment du béton de la fondation en  $\text{kg/m}^3$  ;
- $l, l_1, l_2, r, d_1, d$  et  $R$  voir figures ci-dessus.
- 

Capacité d'ancrage pour un **boulon rectiligne** :

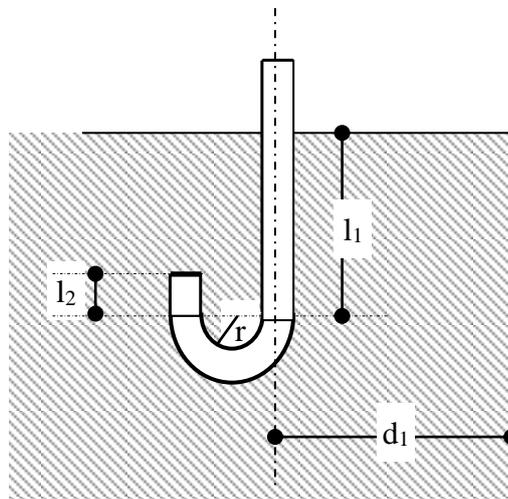


L'effort d'ancrage ultime par boulon  $N_a$  selon CM66

$$N_a = 0,1 \cdot \left(1 + \frac{7 \cdot g_c}{1000}\right) \cdot \frac{\phi \cdot l_1}{\left(1 + \frac{\phi}{d_1}\right)^2}$$

Capacité d'ancrage pour un **boulon avec crochet**

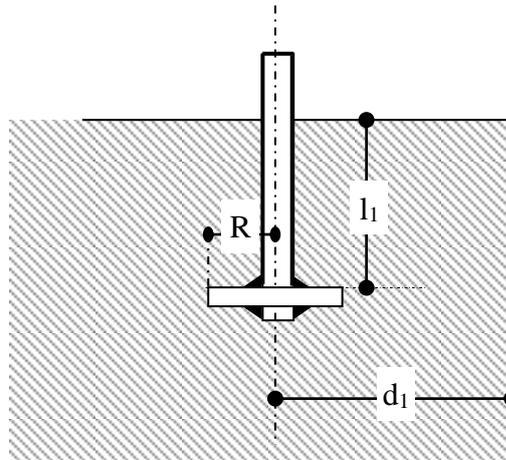
:



L'effort d'ancrage ultime par boulon  $N_a$  selon CM66

$$N_a = 0,1 \cdot \left(1 + \frac{7 \cdot g_c}{1000}\right) \cdot \frac{\phi}{\left(1 + \frac{\phi}{d_1}\right)^2} \cdot (l_1 + 6,4 \cdot r + 3,5 \cdot l_2)$$

Capacité d'ancrage pour un **boulon avec plaque d'ancrage** :



L'effort d'ancrage ultime par boulon  $N_a$  selon CM66

$$N_a = 0,1 \cdot \left(1 + \frac{7 \cdot g_c}{1000}\right) \cdot \frac{\phi \cdot l_1}{\left(1 + \frac{\phi}{d_1}\right)^2} + \frac{2 \cdot g_c}{100} R^2 \cdot \left(1 - \frac{R}{l_1}\right) \quad \text{si } l_1 \leq d_1$$

$$N_a = 0,1 \cdot \left(1 + \frac{7 \cdot g_c}{1000}\right) \cdot \frac{\phi \cdot l_1}{\left(1 + \frac{\phi}{d_1}\right)^2} + \frac{2 \cdot g_c}{100} R^2 \cdot \left(1 - \frac{R}{d_1}\right) \quad \text{si } l_1 > d_1$$

**Exercice plaques d'assise :**

Soit un poteau de section HEA 240, soumis à un effort de compression  $N = 140 \text{ t}$ . Le poteau s'appuie sur une fondation en béton armé  $\bar{\sigma}_b = 250 \text{ kg/cm}^2$ . Déterminer les dimensions de la plaque d'assise et placer les raidisseurs si-nécessaire.

On donne : poteau HEA 240 ;  $h = 23 \text{ cm}$  ;  $b = 24 \text{ cm}$  ;  $f_y = 2350 \text{ kg/cm}^2$

Solution :

Soient  $L$ ,  $B$  et  $e_{pl}$  respectivement la longueur, la largeur et l'épaisseur de la plaque d'assise.

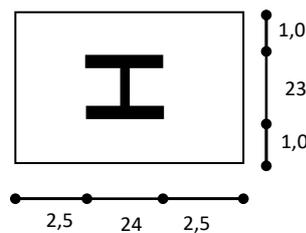
Pour éviter l'écrasement du béton :

$$\frac{N}{B \cdot L} \leq \bar{\sigma}_b \quad \text{donc: } B \cdot L \geq \frac{N}{\bar{\sigma}_b} = \frac{140000}{250} = 560 \text{ cm}^2$$

Pour une bonne répartition du matériau :

$$\frac{23}{24} = \frac{B}{L} \quad \text{donc } L = 1,04 \cdot B$$

$$B = \sqrt{\frac{560}{1,04}} = 23,2 \text{ cm} \approx 25 \text{ cm} \quad L = 1,04 \cdot 25 = 26,0 \text{ cm} \approx 29 \text{ cm}$$



Comme le montre la figure :  $c = \max(2,5; 1) = 2,5 \text{ cm}$

$$\sigma_b = \frac{140000}{25 \cdot 29} = 193,1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad M = \frac{193,1 \cdot 2,5^2}{2} = 603,4 \text{ kg.cm}$$

$$e_{pl} \geq \sqrt{\frac{6 \cdot 603,4}{2350}} = 1,24 \text{ cm}; \quad \text{on prendra } e_{pl} = 1,4 \text{ cm}$$

$e_{pl}$  étant inférieure à 3 cm donc les raidisseurs ne sont pas nécessaires

**Exercice plaques d'assise :**

Soit un poteau de section HEA 240, soumis à un effort de compression  $N = 570 \text{ t}$ . le poteau s'appuie sur une fondation en béton armé  $[\bar{\sigma}_b = 250 \text{ kg/cm}^2]$ . Déterminer les dimensions de la plaque d'assise et placer les raidisseurs si-nécessaire.

On donne : poteau HEA 600 ;  $h = 60 \text{ cm}$  ;  $b = 30 \text{ cm}$  ;  $f_y = 2350 \text{ kg/cm}^2$

Solution :

Soient  $L$ ,  $B$  et  $e_{pl}$  respectivement la longueur, la largeur et l'épaisseur de la plaque d'assise.

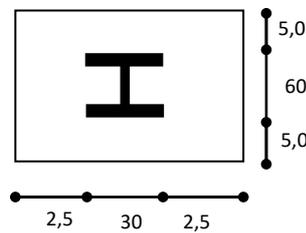
Pour éviter l'écrasement du béton :

$$\frac{N}{B.L} \leq \bar{\sigma}_b \quad \text{donc: } B.L \geq \frac{N}{\bar{\sigma}_b} = \frac{570000}{250} = 2280 \text{ cm}^2$$

Pour une bonne répartition du matériau :

$$\frac{30}{60} = \frac{B}{L} \quad \text{donc } L = 2.B$$

$$B = \sqrt{0,5.2280} = 33,76 \text{ cm} \approx 35 \text{ cm} \quad L = 2.35 = 70 \text{ cm}$$



Comme le montre la figure :  $c = \max(2,5; 5) = 5 \text{ cm}$

$$\sigma_b = \frac{570000}{35.70} = 232,6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad M = \frac{232,6.1,5^2}{2} = 2908,16 \text{ kg.cm}$$

$$e_{pl} \geq \sqrt{\frac{6.603,4}{2350}} = 2,72 \text{ cm}; \quad \text{on prendra } e_{pl} = 3,0 \text{ cm}$$

$e_{pl}$  étant inférieure à 3 cm donc les raidisseurs ne sont pas nécessaires.

**Exercice plaques d'assise :**

Soit un poteau de section HEA 240, soumis à un effort de compression  $N = 600 \text{ t}$ . Le poteau s'appuie sur une fondation en béton armé  $\bar{\sigma}_b = 250 \text{ kg/cm}^2$ . Déterminer les dimensions de la plaque d'assise et placer les raidisseurs si-nécessaire.

On donne : poteau HEA 600 ;  $h = 60 \text{ cm}$  ;  $b = 30 \text{ cm}$  ;  $f_y = 2350 \text{ kg/cm}^2$

Solution :

Soient  $L$ ,  $B$  et  $e_{pl}$  respectivement la longueur, la largeur et l'épaisseur de la plaque d'assise.

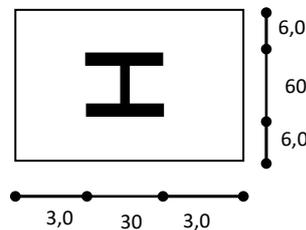
Pour éviter l'écrasement du béton :

$$\frac{N}{B.L} \leq \bar{\sigma}_b \quad \text{donc: } B.L \geq \frac{N}{\bar{\sigma}_b} = \frac{600000}{250} = 2400 \text{ cm}^2$$

Pour une bonne répartition du matériau :

$$\frac{30}{60} = \frac{B}{L} \quad \text{donc } L = 2.B$$

$$B = \sqrt{0,5.2400} = 34,64 \text{ cm} \approx 36 \text{ cm} \quad L = 2.35 = 72 \text{ cm}$$



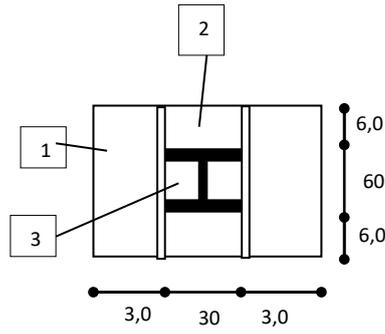
Comme le montre la figure :  $c = \max(3; 6) = 6 \text{ cm}$

$$\sigma_b = \frac{600000}{36.72} = 231,5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad M = \frac{231,5.6^2}{2} = 4167 \text{ kg.cm}$$

$$e_{pl} \geq \sqrt{\frac{6.603,4}{2350}} = 3,26 \text{ cm}$$

$e_{pl}$  étant supérieur à 3 cm donc les raidisseurs sont nécessaires. On placera alors un raidisseur d'épaisseur  $e_R = 1,2 \text{ cm}$

Raidisseur :



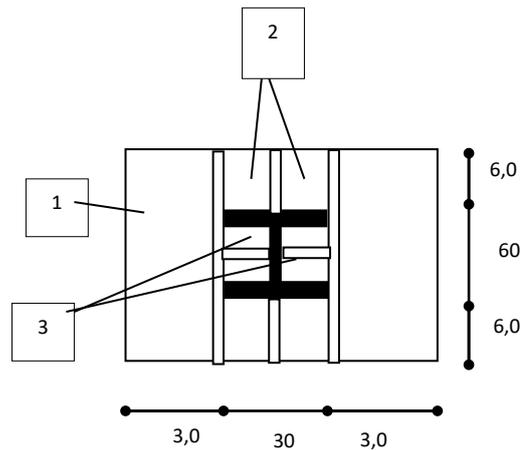
$$M_1 = 231,5 \cdot \frac{(3 - 1,2)^2}{2} = 375,3 \text{ kg.cm}$$

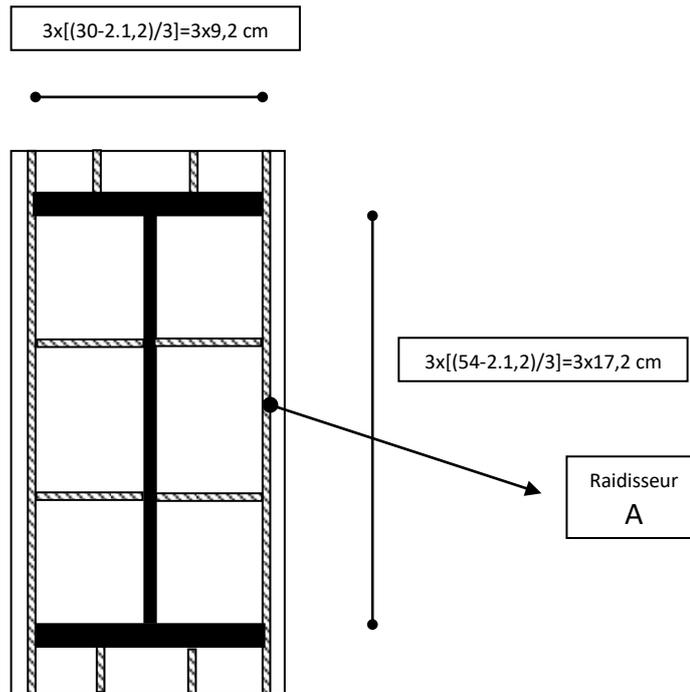
$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{6}{30} = 0,2 < 0,5 \quad \text{donc} \quad M_2 = \frac{231,5 \cdot 6^2}{2} = 4167 \text{ kg.cm}$$

$$a = 14,225 \text{ cm} ; b = 54 \text{ cm} \quad \frac{b}{a} = \frac{54}{14,225} = 3,79 > 2 \quad \text{donc} \quad \varphi = 0,125$$

$$M_3 = 0,125 \cdot 231,5 \cdot 14,225^2 = 5855,5 \text{ kg.cm}$$

$M_3$  étant supérieure à 4167 kg.cm il faut renforcer la zone 3 et la zone 2 en plaçant des raidisseurs pour diminuer le moment en dessous de 4167 kg.cm.





Zone 2 :

$$a_1 = 6 \text{ cm}; \quad b_1 = 9,2 \text{ cm} \quad \frac{a_1}{b_1} = 0,65 > 0,5 \quad \chi = 0,08$$

$$M_2 = 0,08.231,5.9,2^2 = 1567,5 \text{ kg.cm}$$

Zone 3 :

$$a_2 = 14,225 \text{ cm}; \quad b_2 = 17,2 \text{ cm} \quad \frac{b_2}{a_2} = 1,2 \quad \varphi = 0,063$$

$$M_2 = 0,063.231,5.14,225^2 = 2951,18 \text{ kg.cm}$$

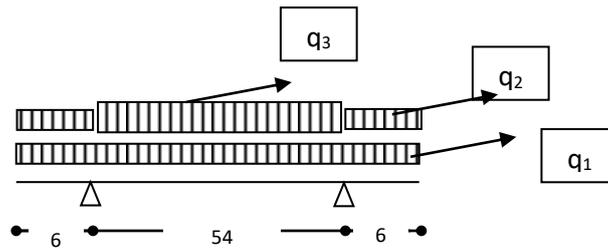
$$M = \max (M_1; M_2; M_3) \quad M = 2951,18 \text{ kg.cm}$$

$$e_{pl} \geq \sqrt{\frac{6.2951,18}{2350}} = 2,7 \text{ cm};$$

on adoptera alors une épaisseur  $e_{pl} = 3 \text{ cm}$

Hauteur du raidisseur :

On calculera la hauteur du raidisseur A et on adoptera la même pour les autres :



$$q_1 = 231,5 \cdot 3 = 694,5 \frac{kg}{cm}$$

$$q_2 = 231,5 \cdot \frac{9,2}{2} = 1064,9 \frac{kg}{cm}$$

$$q_3 = 231,5 \cdot \frac{14,225}{2} = 1646,5 \frac{kg}{cm}$$

$$\text{Sur appui: } M_a = (694,5 + 1064,9) \cdot \frac{6^2}{2} = 31669,2 \text{ kg.cm}$$

$$\text{En travée: } M_t = (694,5 + 1646,5) \cdot \frac{54^2}{8} - 31669,2 = 821625,3 \text{ kg.cm}$$

$$M = \max(M_t; M_a)$$

$$e_R \geq \sqrt{\frac{6 \cdot 821625,3}{1,2 \cdot 2350}} = 41,8 \text{ cm} ; \quad \text{on adoptera une hauteur de 45 cm}$$

On doit par la suite vérifier la section du raidisseur à l'effort tranchant sur appui et on doit calculer l'épaisseur de la soudure sur toute la hauteur du raidisseur.

La valeur de la réaction au niveau de l'appui :  $R = 73,76 \text{ t}$ ;  $T_{max} = 63,21 \text{ t}$ ;  $M_a = 0,316 \text{ t.m}$

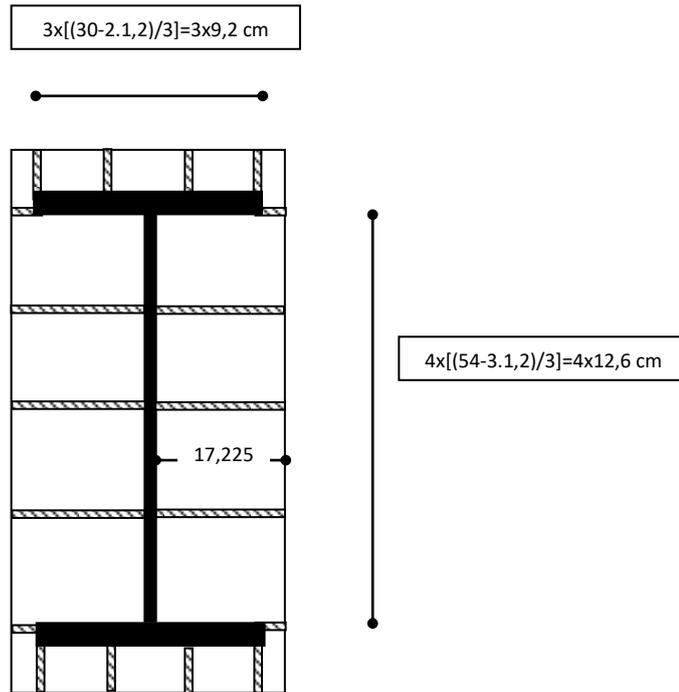
$$\tau = \frac{63,21 \cdot 1000}{45 \cdot 1,2} = 1170,5 \frac{kg}{cm^2} < \frac{2350}{\sqrt{3}} = 1356,8 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{6 \cdot 0,316 \cdot 100000}{1,2 \cdot 45^2} = 78,0 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} = 2028,8 \frac{kg}{cm^2} < 2350 \text{ kg/cm}^2$$

Condition de résistance du raidisseur vérifiée.

Autre solution :



Zone 2 :

$$a_1 = 17,225 \text{ cm}; \quad b_1 = 12,6 \text{ cm} \quad \frac{a_1}{b_1} = 1,4 > 0,5 \quad \chi = 0,1125$$

$$M_2 = 0,125 \cdot 231,5 \cdot 12,6^2 = 4594,1 \text{ kg.cm}$$