

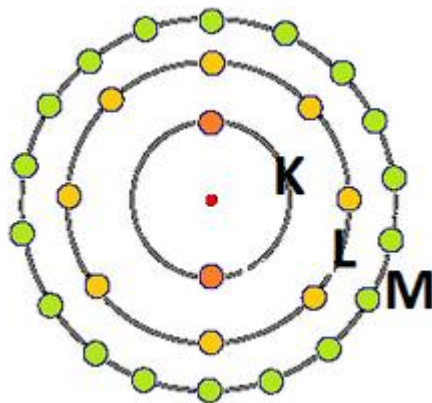
# **CHAPITRE 1 : NOTIONS DE PHYSIQUE DES SEMI-CONDUCTEURS**

## 1. INTRODUCTION

Le semi-conducteur est un composant chimique solide, qui peut conduire l'électricité dans certaines conditions mais pas dans d'autres, ce qui en fait un bon moyen pour contrôler le courant électrique. Ses propriétés électriques lui permettent à la fois d'être conducteur (comme les métaux) et isolant. Cette propriété hybride forme la base de l'informatique et la communication moderne. Les semi-conducteurs constituent la majeure partie des appareils électroniques, on les trouve dans les ordinateurs, les tablettes, les smartphones, les radios à transistor, les téléviseurs, les consoles de jeux vidéo, le matériel médical, etc. Mais les principaux secteurs d'application des semi-conducteurs sont l'industrie, l'aéronautique et l'automobile.

### 1.1. DEFINITIONS

**L'ATOME :** Un atome est constitué d'un noyau de protons et de neutrons, et d'un nuage d'électrons. Il est caractérisé par un numéro atomique qui correspond à son nombre de protons, qui est aussi celui de ses électrons.



**K : 2 électrons**  
**L : 8 électrons**  
**M : 18 électrons**  
**N : 32 électrons**  
**O : 50 électrons**  
**P : 72 électrons**

**Un ion** est un atome, ou un groupe d'atomes, ayant perdu ou gagné un ou plusieurs électrons : Un ion négatif a gagné des électrons, Un ion positif a perdu des électrons.

Dans un atome isolé, l'énergie des électrons ne peut posséder que des valeurs discrètes et bien définies, l'énergie d'un électron peut avoir n'importe quelle valeur à l'intérieur de certains intervalles. Cette propriété conduit à dire que dans les solides il y a des **bandes d'énergies permises**, séparées par des bandes interdites. Cette représentation en bandes d'énergie est une représentation simplifiée et partielle de la densité d'états électroniques. Les électrons du solide se répartissent dans les niveaux d'énergie autorisés ; cette répartition dépend de **la température** et obéit à **la statistique de Fermi-Dirac**.

*Dans un atome les électrons orbitent autour du noyau. A chaque orbite correspond une énergie différente. Les électrons ayant le plus d'énergie sont sur des orbites hautes (les plus lointaines du noyau).*

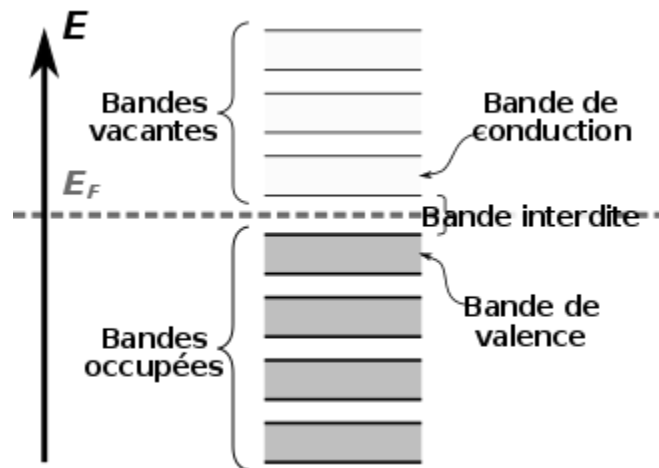


Fig 1: Bandes énergétiques

$E_F$  est le **niveau de Fermi** : est une caractéristique propre à un système qui traduit la répartition des électrons dans ce système en fonction de la température.

La couche de valence (ou couche périphérique) d'un atome est sa dernière couche partiellement ou totalement remplie.

*Les électrons de la bande de valence contribuent à la cohésion locale du solide (entre atomes voisins) et sont dans des états localisés. Ils ne peuvent pas participer aux phénomènes de conduction électrique. À l'inverse, les électrons de la bande de conduction sont délocalisés. Ce sont ces électrons qui participent à la conduction électrique.*

## 1.2. TYPES DES MATERIAUX

Selon les propriétés électriques, les matériaux sont classés en trois catégories : les conducteurs, les isolants et les semi-conducteurs :

- **Les métaux** : Tels que le cuivre (Cu), l'or (Au), l'argent (Ag), l'aluminium (Al), le fer (Fe)... etc. sont les matériaux qui ont la plus faible résistivité  $\rho$  et une forte conductivité  $\sigma = 1/\rho$ . La conduction électrique se fait par les électrons libres. La conductivité électrique de l'argent est ( $6,30 \times 10^7$  **siemens par mètre**), le cuivre ( $5,96 \times 10^7$  S/m), l'or ( $4,10 \times 10^7$  S/m)

et l'aluminium ( $3,50 \times 10^7$  S/m). La conductivité électrique du fer est  $10^7$  S/m. La résistivité  $\rho$  des conducteurs est très faible de l'ordre de  $10^{-9} \Omega.m$

Ces matériaux sont caractérisés par des atomes ayant un seul électron de valence et leur bande interdite BI est étroite. Donc électron de valence n'as pas besoin d'une grande énergie pour qu'il devienne un électron libre (c.à.d. sauter à la bande de conduction BC)

- **Les isolants** : Tels que le verre, la silice, le mica ...etc. sont les matériaux qui ont une forte résistivité  $> 10^{10}$ .

Ces matériaux sont caractérisés par des atomes ayant une couche de valence pleine (8 électrons de valence) ou presque pleine. Ainsi leurs électrons de valence nécessitent une grande énergie pour qu'ils deviennent des électrons libres. Pour cela leur bande interdite est grande

- Entre les deux il y a **les semi-conducteurs (SC)** tels que le silicium et le germanium. A l'état pur (intrinsèque) ces matériaux ne sont pas ni des bons conducteurs ni des bons isolants car ils possèdent quatre électrons de valence. La résistivité des SCs à température ambiante est comprise entre  $10^{-3}$  et  $10^6 \Omega.cm$  par contre la conductivité est entre  $10^{-6}$  et  $10^2$  S/cm. Les semi-conducteurs les plus connus sont le germanium (Ge) et le silicium (Si). Ainsi à faible température, il se comporte comme un isolant alors qu'à haute température, comme un conducteur.

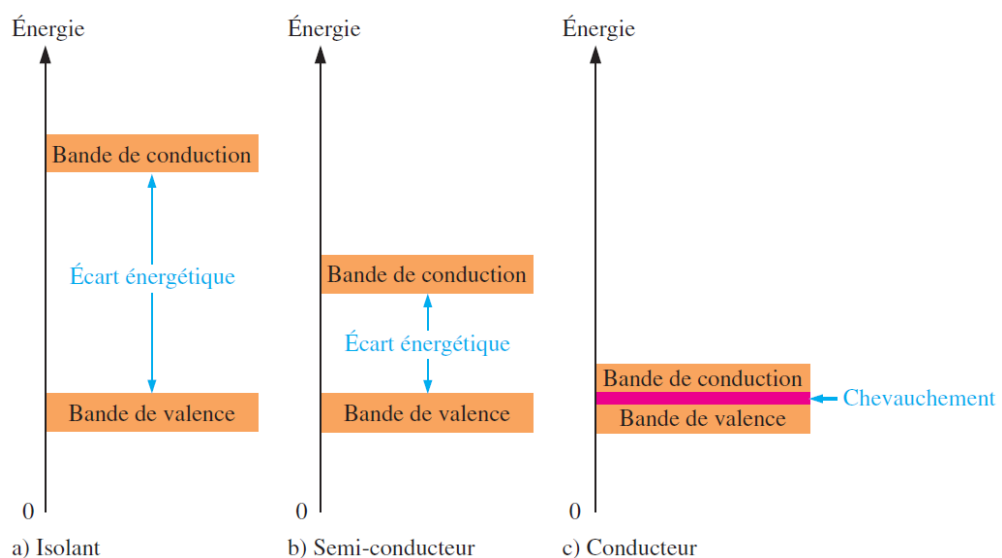


Fig 2 : Les diagrammes d'énergie pour un isolant, un semi-conducteur et un conducteur

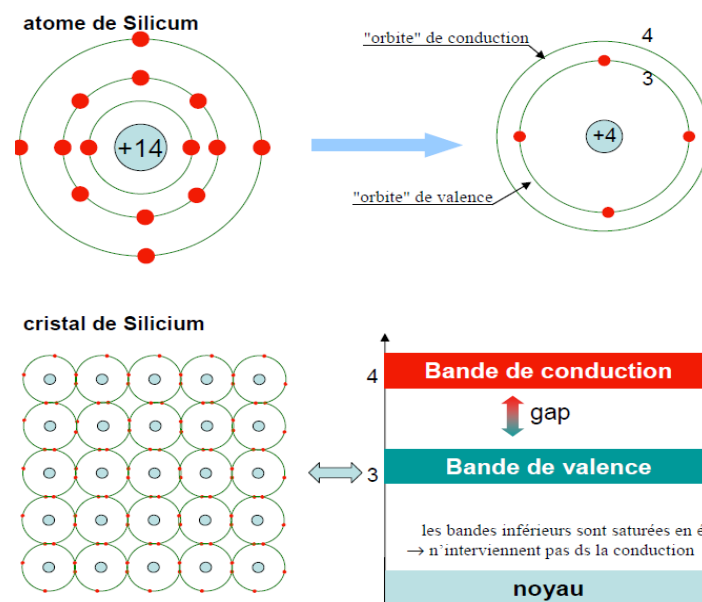
**La bande de valence est riche en électrons mais ne participe pas aux phénomènes de conduction.** La bande de valence BV représente un certain niveau d'énergie où les électrons de valence sont confinés. Lorsqu'un électron acquiert suffisamment d'énergie externe qui peut être

une température ou une lumière, il deviendra capable de quitter la BV et sauter vers la BC et devenir un électron libre qui peut se déplacer à travers le matériau. Donc, **c'est la bande de conduction qui permet aux électrons de circuler dans le solide.**

Dans les conducteurs (métaux), la bande de conduction et la bande de valence se chevauchent. Les électrons peuvent donc passer facilement de la bande de valence à la bande de conduction et circuler dans tout le solide.

Dans un semi-conducteur, comme dans un isolant, ces deux bandes sont séparées par une bande interdite. L'unique différence entre un semi-conducteur et un isolant est la largeur de cette bande interdite, largeur qui donne à chacun ses propriétés respectives.

$E_g$  (eV) dépend de la composition chimique.



*Fig 3: Diagramme d'énergie d'un SC de Silicium*

Tableau de conductivité électrique et résistivité à 20 °C		
Métal	Conductivité $\sigma$ (S/m)	Résistivité $\rho$ ( $\Omega \cdot m$ )
Acier inoxydable	$1,5 \times 10^6$	$69 \times 10^{-8}$
Aluminium	$35 \times 10^6$	$2,8 \times 10^{-8}$
Argent	$63 \times 10^6$	$1,6 \times 10^{-8}$
Bronze	$7,4 \times 10^6$	$13 \times 10^{-8}$
Cuivre	$60 \times 10^6$	$1,7 \times 10^{-8}$
Étain	$9,2 \times 10^6$	$11 \times 10^{-8}$
Fer	$10 \times 10^6$	$10 \times 10^{-8}$
Laiton	$16 \times 10^6$	$6,3 \times 10^{-8}$
Nickel	$14 \times 10^6$	$7,0 \times 10^{-8}$
Or	$41 \times 10^6$	$2,4 \times 10^{-8}$
Platine	$9,4 \times 10^6$	$11 \times 10^{-8}$
Plomb	$4,7 \times 10^6$	$21 \times 10^{-8}$
Titane	$2,4 \times 10^6$	$42 \times 10^{-8}$
Tungstène	$18 \times 10^6$	$5,6 \times 10^{-8}$
Zinc	$17 \times 10^6$	$5,9 \times 10^{-8}$

Tableau 1 : La conductivité et la résistivité de certains métaux

Conductivité et résistivité électrique à 20 °C		
Matière	Conductivité $\sigma$ (S/m)	Résistivité $\rho$ ( $\Omega \cdot m$ )
Air	$10^{-15}$	$10^{16}$
Bois humide	$10^{-4}$ à $10^{-3}$	$10^3$ à $10^4$
Bois sec	$10^{-16}$ à $10^{-14}$	$10^{14}$ à $10^{16}$
Caoutchouc	$10^{-14}$	$10^{13}$
Eau de mer	4,8	$2,1 \times 10^{-1}$
Eau pure (deminéralisée)	$5,6 \times 10^{-6}$	$1,8 \times 10^5$
Huile minérale	$10^{-16}$ à $10^{-10}$	$10^{10}$ à $10^{16}$
Papier	$10^{-15}$	$10^{15}$
Polystyrène	$10^{-21}$	$10^{21}$
Porcelaine	$10^{-11}$	$10^{11}$
Quartz	$1,3 \times 10^{-18}$	$7,5 \times 10^{17}$
Téflon	$10^{-24}$ à $10^{-22}$	$10^{22}$ à $10^{24}$
Verre	$10^{-17}$	$10^{17}$

Tableau 2 : La conductivité et la résistivité de certains isolants

### 1.3. TYPES DES SEMICODUCTEURS

Un **SC intrinsèque** est un SC pur (il ne contient aucune impureté qui peut changer la concentration en porteurs libres) contrairement à un **SC extrinsèque**.

La conductivité dans les semi-conducteurs intrinsèques est limitée, il convient donc de recourir au dopage afin de l'augmenter

Le dopage consiste en l'ajout d'un atome étranger ou d'une impureté dans le matériau du semi-conducteur, cet atome permet d'augmenter leur conductivité.

Les 4 méthodes de dopage possible du semi-conducteur sont :

- La diffusion : le matériau à doper est chauffé, l'impureté se diffuse dans le matériau grâce à la chaleur. Les atomes utilisés sont par exemple : le phosphore, le bore, l'arsenic et l'aluminium.
- L'implantation ionique : l'atome étranger est accéléré grâce à un champ électrique pour rentrer dans le matériau à doper.
- La transmutation nucléaire : ce procédé se réalise dans un réacteur nucléaire expérimental, il permet de transformer l'isotope  $^{31}\text{Si}$  vers le  $^{31}\text{P}$  par radioactivité  $\beta^-$ .
- La technique laser : l'atome étranger est introduit dans le matériau en phase liquide grâce à la chaleur émise par le laser.

Les semi-conducteurs intrinsèques appartiennent à la 4ème colonne du tableau périodique et les éléments dopants appartiennent aux colonnes adjacentes à cette dernière.

**En effet, à 0 Kelvin tous les électrons de la couche de valence forment des liaisons covalentes dans le cristal, il n'y a ainsi pas d'électrons libres pouvant conduire, le SC est un isolant parfait.**

Quand la température augmente, les électrons de valence ont assez d'énergie pour se libérer des liaisons covalentes et permettre la conduction électrique : c'est le fonctionnement en conducteur

The image shows a standard periodic table of elements. A red rectangular box highlights a specific region in the upper right quadrant, encompassing the following elements:

- Group III:** Boron (B), Aluminum (Al), Gallium (Ga), Indium (In)
- Group IV:** Carbon (C), Silicon (Si), Germanium (Ge), Tin (Sn)
- Group V:** Nitrogen (N), Phosphorus (P), Arsenic (As), Antimony (Sb)

Below the periodic table, there is a legend with color-coded categories:

- Alkali:** Orange
- Alkaline:** Yellow
- Actinides:** Purple
- Post-transition metals:** Teal
- Lanthanides:** Light orange
- Halogenes:** Light green
- Metallloid:** Green
- Transition metals:** Pink
- Noble gases:** Light blue
- Non-metal:** Blue
- Liquid:** Green box with 'Br'
- Solid:** White box with 'c'
- Gas:** White box with 'H'
- Synth:** Black box with 'Tc'

### Les SC intrinsèques simples et composés :

SC intrinsèque simple : est constitué d'un seul type d'atome (de la colonne IV) comme Si, Ge

SC intrinsèque composé : est composé de plusieurs types d'atomes comme :

- Les semi-conducteurs binaires de la classe (II-VI) : Sulfure de cadmium (CdS), Oxyde de zinc (ZnO)...
- Les semi-conducteurs binaires de la classe (III-V) : Arséniure de gallium (GaAs), Antimoniure d'indium (InSb) .



- Les semi-conducteurs binaires de la classe (IV-VI) : Sulfure de plomb (PbS), Sélénure de germanium (GeSe) ..
- Il existe aussi d'autres types de semi-conducteurs composés de trois atomes différents (*ternaires* comme Arséniure-phosphure de gallium (GaAsP)) et même de quatre atomes (*quaternaires* comme Arséniure-phosphure de gallium-aluminium (AlGaAsP)).

#### 1.4. PHENOMENE DE GENERATION/ RECOMBINAISON :

L'atome du semiconducteur a deux types de porteurs de charge qui sont responsables à la création du courant électrique sont l'électron et le trou.

La charge négative de l'électron est équilibrée par la charge positive de son noyau atomique.

Lorsque on excite l'électron de valence d'un atome de SC, il quitte son orbite et il passe de la BV à la BC et il laisse une charge positive derrière lui nommée **le trou**. Donc, les trous sont chargés positivement et peuvent se déplacer d'atome en atome dans les matériaux semi-conducteurs lorsque les électrons quittent leur position. Ce phénomène de génération électron libre- trou appelé **le phénomène de génération**.

Après un temps fini, l'électron perdra son énergie à cause de ses mouvements à travers le réseau et devenu attiré par un trou qu'il neutralisera. Il y aura alors **une recombinaison électron-trou**.

Lorsqu'un électron rencontre un trou, il se recombine et ces porteurs libres disparaissent efficacement. La recombinaison signifie qu'un électron qui a été excité de la bande de valence à la bande de conduction retombe dans un trou dans la bande de valence.

La création de porteurs de charge dans un SC peut être par agitation thermique ou résulte d'une excitation extérieure.

#### 1.5. LA STRUCTURE CRISTALLINE D'UN SEMI CONDUCTEUR :

Les électrons des orbites externes dans les atomes constituent des liaisons chimiques avec les atomes voisins ce qui va constituer progressivement la structure des solides qui peut être en état : amorphe, cristallin ou polycristallin.

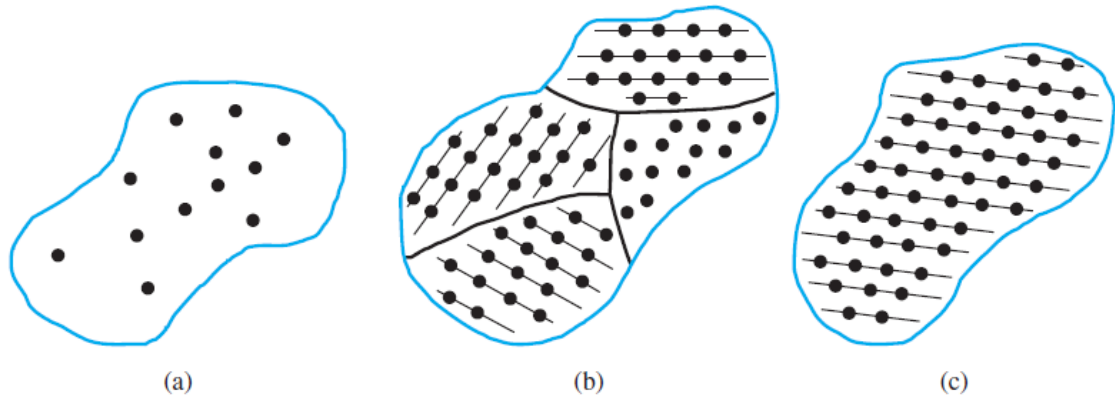


Fig 4: Schémas de trois types généraux de cristaux : (a) amorphes, (b) polycristallins, (c) cristallin

- En état Amorphe la répartition des atomes est aléatoire
- Dans le Cristal la répartition des atomes est périodique dans l'espace
- Les matériaux polycristallins ont plusieurs arrangements périodiques

On classe les cristaux selon la nature des liaisons établies entre les différents atomes ou molécules en quatre classes

❖ Cristaux ioniques (exemple :  $\text{Na}^+\text{Cl}^-$ ) : sont des cristaux durs (aucun électron libre) formés par l'association des ions de la colonne I (Li, K, Rb..) avec celles de la colonne VII (F, Cl, ...) par attraction coulombienne,

❖ Cristaux covalents : Peuvent être formés soit par des liaisons entre les atomes du colonne IV (C, Si, Ge, Sn) du tableau périodique (Les quatre électrons périphériques de chaque atome misent en commun avec quatre voisins et forment des liaisons covalentes). Soit par des liaisons entre les atomes composés II-VI ou encore III-V. En conséquence, les cristaux formés ont une grande dureté résultant de fortes liaisons covalentes (moins fortes que les liaisons ioniques) et conductibilités électrique et ionique faibles. Dans le cas du silicium et du germanium, l'énergie liaison est intermédiaire, c'est le cas des **semi-conducteurs**.

❖ Métaux (Li, Na, K, Cu, Ag, Au) : formés par des atomes qui présentent un électron périphérique libre qui est responsable à la conduction électrique. La température de fusion est moins élevée que celle des cristaux covalents

❖ Cristaux moléculaires formés par des liaisons de type Van der Waals entre les molécules. Ce type de matériaux est peu résistant et ils fondent à basse température

Un cristal est construit à partir d'un groupe de  $n$  particules qui constituent la cellule de base (motif). Ce groupe est répété périodiquement en un réseau défini par trois vecteurs de translation fondamentaux  $a, b, c$  par les angles  $\alpha, \beta, \gamma$  que font ces axes entre eux. On classe 7 systèmes cristallins suivant l'arrangement périodique des atomes : Cubique, Hexagonal, Quadratique, Rhomboédrique, Orthorhombique, Monoclinique et Triclinique.

Ces 7 systèmes nous a conduit à distinguer 14 types d'arrangement qui constituent les 14 réseaux de Bravais. Mais, on ne s'intéresse ici qu'aux systèmes c, cc, cfc

Système	Longueurs des vecteurs directeurs des axes	Angles entre les axes
Cubique	$a=b=c$	$\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$
Quadratique ou tétragonal	$a=b \neq c$	$\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$
Orthorhombique	$a \neq b \neq c$	$\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$
Monoclinique	$a \neq b \neq c$	$\alpha=\gamma=90^\circ \neq \beta$
Triclinique	$a \neq b \neq c$	$\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$
Hexagonal	$a=b \neq c$	$\alpha=\beta=90^\circ \neq \gamma=120^\circ$
Rhomboédrique	$a=b=c$	$\alpha=\beta=\gamma \neq 90^\circ$

Tableau 3 : Les 7 système cristallins

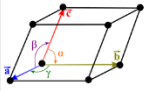
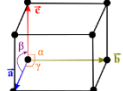
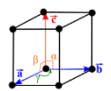

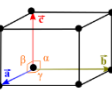


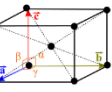


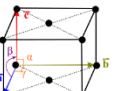
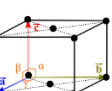
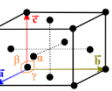

	Triclinique $a \neq b \neq c$ $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$	Monoclinique $a \neq b \neq c$ $\alpha=\beta=90^\circ \neq \gamma$	Hexagonal $a \neq b \neq c$ $\alpha=\beta=90^\circ \neq \gamma=120^\circ$	Rhomboédrique $a=b=c$ $\alpha=\beta=\gamma \neq 90^\circ$	Orthorhombique $a \neq b \neq c$ $\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$	Quadratique $a=b \neq c$ $\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$	Cubique $a=b=c$ $\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$
Primitif P							
Maille centrée I							
Deux faces centrées C							
Faces centrées F							

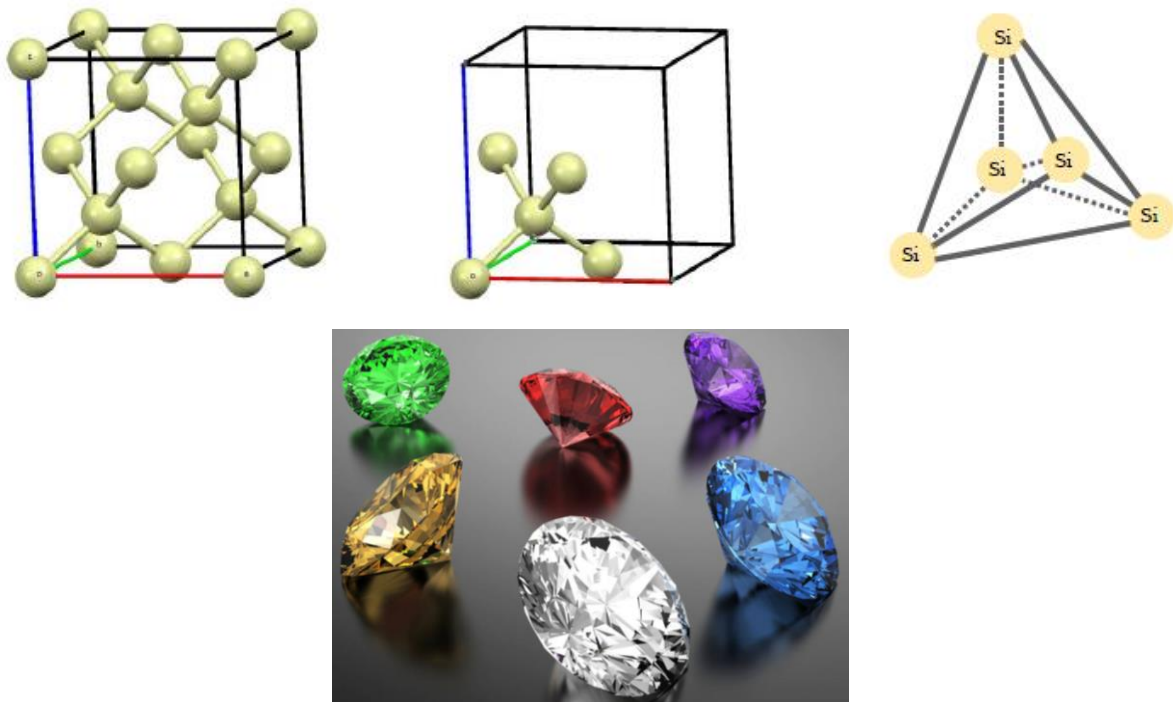
Tableau 4 : les 14 types d'arrangements possibles

De nombreux métaux cristallisent dans les réseaux cc et cfc, par exemple le cuivre (cfc) et le tungstène (cc).

La plupart des semi-conducteurs cristallisent en les réseaux suivants : la structure diamant, la structure Zinc blende (Cubique), La Structure Wurtzite (Hexagonal) ou la structure Sel ou NaCl.

### La structure diamant :

Le réseau du silicium est celui du diamant ; il est constitué de deux réseaux cubiques faces centrées, imbriqués, décalés l'un de l'autre du quart de la diagonale principale (Fig. 5). Bien que le silicium soit un matériau monoatomique, la cellule élémentaire contient deux atomes de silicium, les atomes en position  $(0,0,0)$  et  $(1/4,1/4,1/4)$ . Chaque atome a une coordination tétraédrique et établit des liaisons covalentes avec chacun de ses quatre voisins.



*Silicium* : Motif : Si  $(0, 0, 0)$  ; Si  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$

Fig 5: La structure diamant du Silicium. L'atome de Si est au centre d'un tétraèdre régulier

Le carbone et le germanium ont la structure du diamant

### La structure Zinc blende

Le réseau de la blende ZnS est constitué de deux réseaux cubiques faces centrées, l'un de Zn l'autre de S, décalés du quart de la diagonale principale. Les quatre atomes de soufre S occupent les sites de coordonnées  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ ,  $(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4})$ ,  $(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4})$  et  $(\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4})$ . Les atomes du zinc Zn occupent les nœuds du réseau cfc (voir Fig 6)

C'est le réseau dans lequel cristallisent la plupart des composés III – V et certains composés II – VI. Chaque atome III a une coordination tétraédrique avec quatre atomes V et vice versa. Les atomes étant différents, les liaisons sont partiellement covalentes et partiellement ioniques.

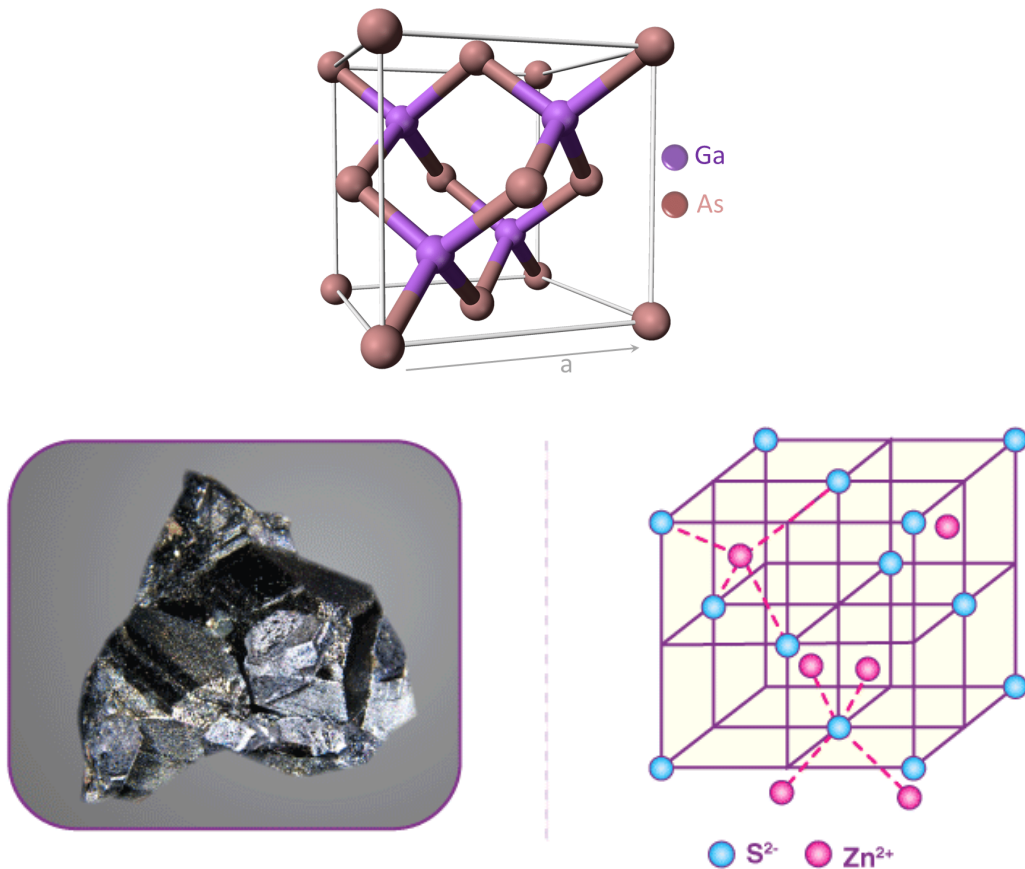


Fig 6: La structure de Zinc blende

Chaque atome de soufre (S) est situé au centre du tétraèdre régulier et entouré de 4 atomes Zn. La liaison covalente peut avoir un certain caractère métallique ou ionique.

### La structure Hexagonal

La plupart des semiconducteurs de type II-VI ont la structure wurtzite comme : GaN, AlN, InN, ZnO, SiC, CdS et CdSe.

Dans cette structure, le motif est constitué de 2 atomes Zn (zinc) et 2 atomes S (soufre). Les deux atomes de Zn occupent les deux positions  $(0, 0, 0)$  et  $(1/3, 2/3, 1/2)$ . Comme dans le cas de la structure blende, chaque atome est entouré de 4 atomes de l'autre élément formant des tétraèdres.

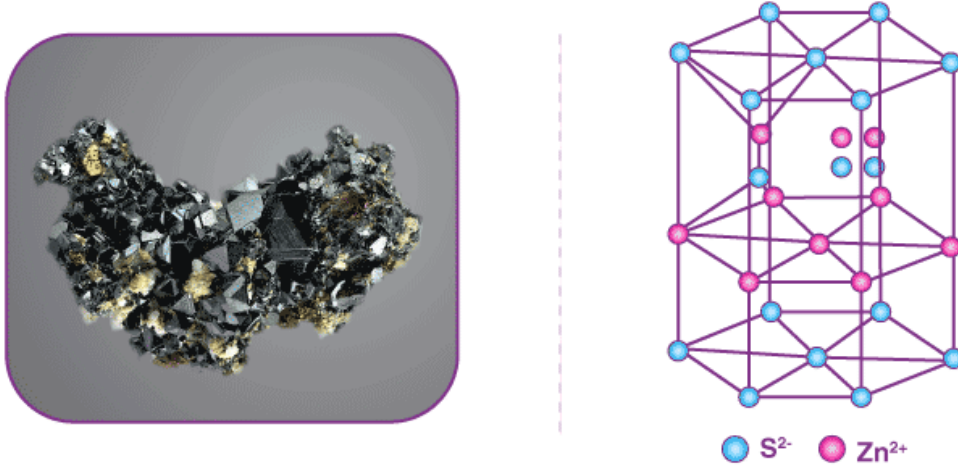


Fig 7: Structure Wurtzite de ZnS.

### Structure NaCl :

Dans la structure de Sulfure de Plomb (PbS), les atomes de plomb occupent les nœuds du réseau cfc et les atomes du soufre S occupent le centre de la maille et les milieux des arêtes. Le motif est constitué de l'ion  $Pb^{2+}$   $(0, 0, 0)$  et de l'ion  $S^{2-}$   $(1/2, 0, 0)$ .

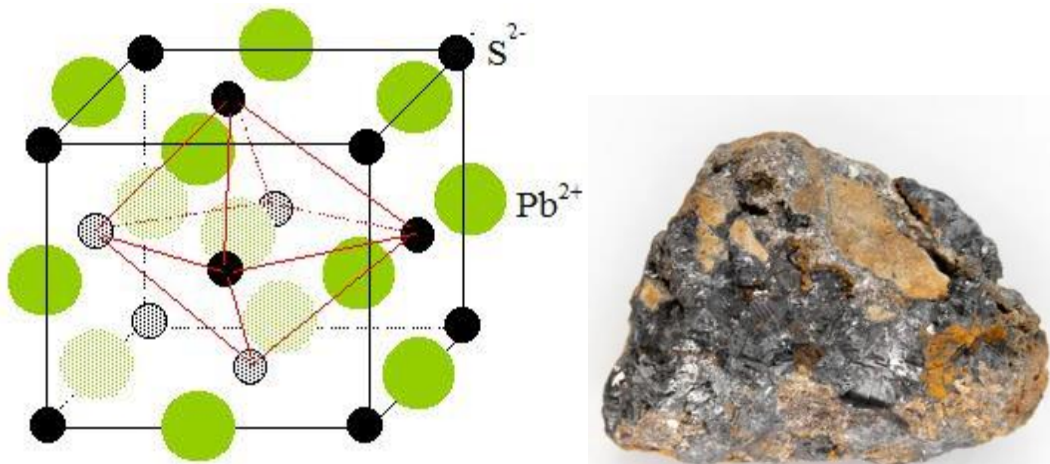


Fig 8: Structure NaCl de PbS (Pb en vert et le S en noir)

## 1.6. LES SEMI-CONDUCTEURS A GAP DIRECT ET A GAP INDIRECT.

Un **phonon** est la description quantique du mouvement vibratoire élémentaire dans lequel un réseau d'atomes ou d'ions oscille uniformément à une fréquence donnée. Les phonons interviennent dans la conductivité thermique des solides et la conductivité électrique des métaux

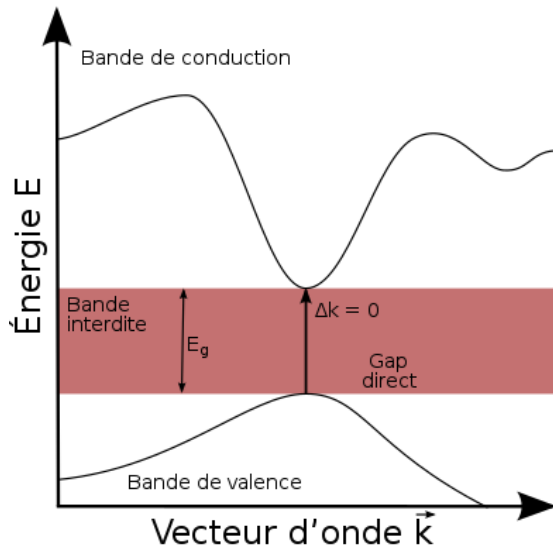
Le **photon** : Lorsque deux particules chargées électriquement interagissent, cette interaction se traduit d'un point de vue quantique comme un *échange* de photons.

Dans le cas parfait, on représente le minimum de la bande de conduction et le maximum de la bande de valence par une ligne horizontale. La figure FIG. représente ces bandes en réalité.

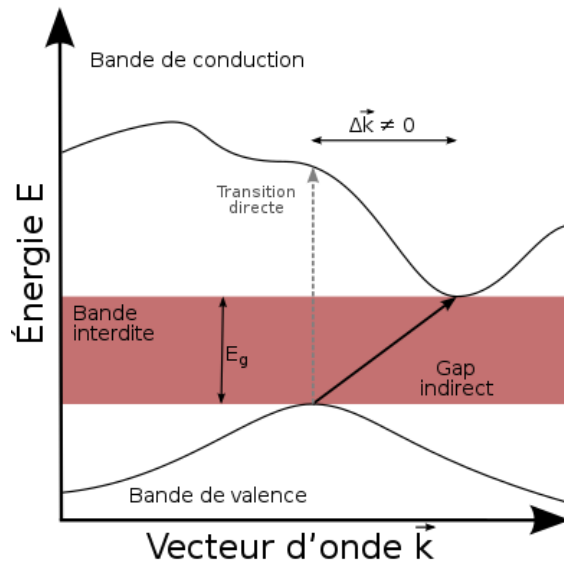
Dans les SCs à gap direct le max de la BV et le minimum de la BC coïncident donc Les porteurs de charge des matériaux à gap direct peuvent passer d'une bande à l'autre en échangeant simplement un photon, dont la quantité de mouvement est négligeable à ces niveaux d'énergie. Par contre, les porteurs des matériaux à gap indirect doivent interagir à la fois avec un photon et avec un phonon afin de modifier leur vecteur d'onde, ce qui rend la transition bien moins probable ( si on irradie un SC par un photon, son électron va absorber l'énergie  $E$  [ $E=h.c/\lambda$ .  $h$  est la constante de Planck ( $6,62606957(29)\times 10^{-34}$  [J.s](#)) et  $c$  est la vitesse de la lumière] l'électron de valence va faire un premier saut et quitter la BV pour arriver à certain niveau voisin au minimum de la BC ( la quantité d'énergie qu'il a reçue du photon n'est pas suffisante pour arriver à la BC , donc il lui faut une énergie supplémentaire qui va la recevoir des phonons (vibrations dans le SC assimilant à une particule)

Si on se concentre uniquement sur les principaux SC que sont les éléments du groupe IV et les composés binaires III-V et II-VI ; on que les matériaux à gap indirect sont Si, Ge, AIP, AIAs, AISb, GaP. Tous les autres éléments sont à gap direct. La nature du gap joue un rôle important dans l'interaction du SC avec le rayonnement électromagnétique et par conséquent dans le fonctionnement des composants opto-électromagnétiques





Semiconducteur à gap direct (lorsque les deux extremums correspondent au même quasi moment (quantité de mouvement associée au vecteurs d'ondes dans la première zone de Brillouin)).



Semiconducteur à gap indirect (lorsque la différence entre les vecteurs d'onde de ces deux extremums est non nulle)

Dans le cadre des applications en optoélectronique (interaction lumière/matière), on privilégie les matériaux à gap direct pour réaliser des diodes électroluminescentes et des diodes laser parce que la recombinaison radiative des électrons et des trous peut se faire à travers la bande interdite par une simple émission de photons sans nécessiter d'interaction supplémentaire avec des phonons du réseau cristallin (la recombinaison radiative des porteurs est bien plus lente dans les matériaux semiconducteurs à gap indirect).

## 2. SC NON DEGENERERE A L'EQUILIBRE THERMODYNAMIQUE

Un SC est un isolant à  $T=0^{\circ}\text{K}$ . Dès que la température commence à augmenter le SC commence à devenir un conducteur. **La fonction de fermi Dirac** représente la probabilité pour qu'un niveau d'énergie  $E$  soit occupé par un  $e^-$  à une température  $T$

La probabilité de présence d'un électron sur un niveau d'énergie  $E$  à la température  $T$  est donnée par :



$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{(E-E_F)}{kT}}}.$$

$F(E)$  est appelée fonction de Fermi.

$E_F$  est le niveau maximum occupé par les e- à la température  $0^\circ\text{K}$ .

$k$  c'est le constant de Boltzmann ( $k = 1,380\,649 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ )

Cette fonction est comprise entre 0 et 1.

❖ A  $T = 0^\circ\text{K}$ , si  $\begin{cases} E < E_F & f(E) = 1 \\ E > E_F & f(E) = 0 \end{cases}$  Ainsi au zéro absolu tous les états d'énergie

situés au-dessous du niveau de Fermi sont occupés et tous les états d'énergie situés au-dessus sont vides.

❖  $\forall T$  Si  $E = E_F$ ,  $f(E_F, T) = \frac{1}{2}$

❖ Dès  $E - E_F$  devient de l'ordre de quelques  $kT$ , on peut négliger le 1 devant l'exponentielle au dénominateur et la fonction de Fermi se ramène à une distribution de Boltzmann

$$f_n(E) \approx e^{-\frac{(E-E_F)}{kT}}$$

❖ La fonction de distribution  $f_n(E)$  représente la probabilité pour qu'un électron occupe un état d'énergie  $E$ . Il en résulte que la probabilité pour que cet état ne soit pas occupé par un électron est  $1 - f_n(E)$ . Cette fonction représente par conséquent la fonction de distribution des trous dans le semi-conducteur.

On écrit  $f_p(E) = 1 - f_n(E) \approx e^{\frac{(E-E_F)}{kT}}$

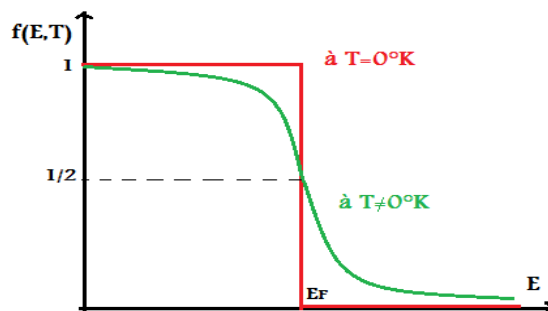


Fig 10 : Variation de la fonction de fermi en fonction de l'énergie  $E$  et la température  $T$

**Dans un SC intrinsèque le  $E_F$  va être au milieu de la BI.**

**Dans un SC extrinsèque le  $E_F$  va approcher à la BC ou à la BV**

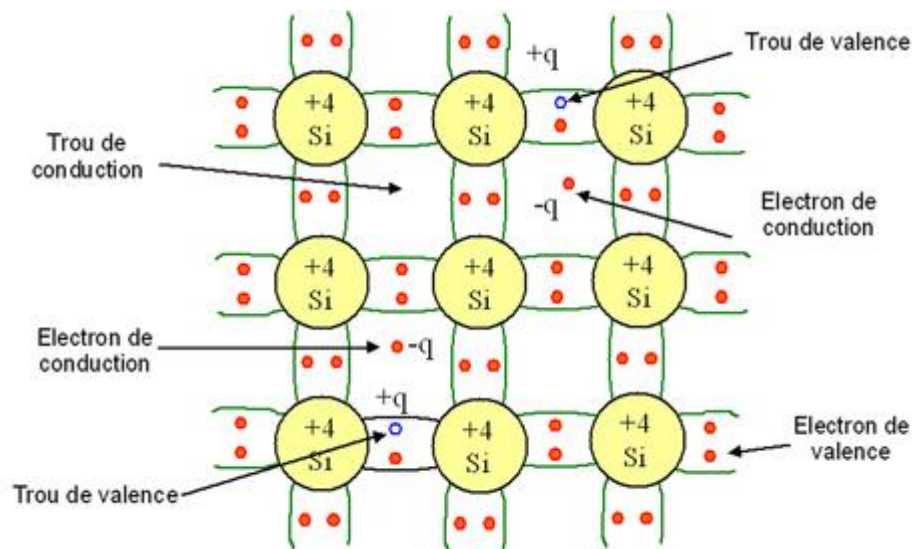
Les composants électroniques tels que les diodes et les transistors fonctionnent avec des SC à l'état **non dégénéré où le niveau de fermi  $E_F$  doit se trouver dans la BI**. Donc lorsque le niveau de Fermi est situé dans une bande permise, bande de valence ou bande de conduction on dit que le semi-conducteur est dégénéré

## 2.1. SC intrinsèque

Pour une température  $T > 0^\circ\text{K}$ , des électrons du SC peuvent devenir des électrons libres c.à.d passer de la BV à la BC (où leur concentration est notée  $n$ ) laissant derrière eux (dans la BV) des trous de charge positif (avec une concentration notée  $p$ )

A l'équilibre tous les états de la bande de valence sont occupés par les électrons, cela veut dire que tous les électrons du cristal sont liés au sein de leurs atomes

Lorsqu'un électron franchit le gap et se retrouve dans la bande de conduction, il quitte son atome et se déplace librement à travers le réseau, l'état énergétique dans la bande de valence se trouve inoccupé, et dans le réseau apparaît un trou. Ce trou exerce une attraction sur des électrons voisins du réseau : ainsi, un électron de la bande de valence, ayant une énergie proche de celle qui correspond à l'état inoccupé, peut y être capturé. A son tour, cet électron laisse trou derrière lui : celui-ci peut capturer un autre électron, et ainsi de suite.



*Fig 11 : Représentation schématique des liaisons électroniques pour le SC intrinsèque*

Dans un SC intrinsèque à l'équilibre on a

$$\sum \text{ des charges positives} = \sum \text{ des charges négatives}$$

Donc la concentration en porteurs libres:  $n_i = n = p$  [équation de neutralité]

$$n_i^2 = n.p \text{ [Loi d'action de masse]}$$

La loi d'action de masse est valable quelque soit le type de SC l'essentiel que le SC soit à l'équilibre thermodynamique

$$n_i = AT^{3/2} e^{-\frac{E_g}{2kT}}$$

A est une constante spécifique du matériau

$E_g$  est la largeur de la BI

Notez que plus l'énergie est élevée, moins la possibilité qu'un électron obtienne l'énergie nécessaire pour passer la BI, ce qui implique que le matériau à grand gap a une meilleure stabilité en température ce qui le rend plus intéressant pour l'électronique de puissance.

$$\left. \begin{aligned} n &= N_C \exp\left(\frac{-(E_C - E_{Fi})}{kT}\right) \\ p &= N_V \exp\left(\frac{E_V - E_{Fi}}{kT}\right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow n_i = \sqrt{N_C N_V} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)$$

$N_C$  la densité d'état des électrons dans la BC ça veut dire c'est le nombre de place disponible (occupé ou non) par les électrons dans la BC

$N_V$  la densité d'état des trous dans la BV ça veut dire c'est le nombre de place disponible (occupé ou non) par les trous dans la BV

### **Position du niveau de fermi $E_F$**

Afin de déterminer la position de  $E_F$ , on prend l'équation de neutralité

$$n = p$$

$$N_C \exp\left(\frac{-(E_C - E_{Fi})}{kT}\right) = N_V \exp\left(\frac{E_V - E_{Fi}}{kT}\right)$$

$$\exp\left(\frac{(E_{Fi} - E_C)}{kT}\right) = \frac{N_V}{N_C} \exp\left(\frac{E_V - E_{Fi}}{kT}\right)$$

On calcule le « ln » de chaque côté et on obtient

$$\frac{E_{Fi} - E_C}{kT} = \ln \frac{N_V}{N_C} + \frac{E_V - E_{Fi}}{kT}$$

Si  $m_e = m_p \Rightarrow \frac{N_V}{N_C} = 1$  Après simplification on trouve  $E_{Fi} = \frac{E_C + E_V}{2}$  le  $E_{Fi}$  situé au milieu de la BI

$E_{Fi}$  est le niveau maximum occupé par les e- à la température 0°K.

Un semi-conducteur réel n'est jamais parfaitement intrinsèque mais peut parfois s'en rapprocher comme le silicium monocristallin pur.

Dans un semi-conducteur intrinsèque, les porteurs de charge ne sont créés que par des défauts cristallins et par excitation thermique. Donc, Le nombre d'électrons dans la bande de conduction est égal au nombre de trous dans la bande de valence.

Ces semi-conducteurs ne conduisent pas ou très peu le courant, sauf s'ils sont chauffés à haute température.

## 2.2. SC extrinsèque

Est un semi-conducteur intrinsèque dopé par des atomes impurétés. Ces derniers sont introduits volontairement dans le SC pour : augmenter le nombre de porteurs libres, choisir le type de conduction (par e- ou par e+) et pour contrôler la conductivité. Autrement dit pour adapter les propriétés électrique du SC aux applications électroniques (diodes, transistors, etc...) et optoélectroniques (émetteurs et récepteurs de lumière, etc...).

Le dopage augmente la densité des porteurs à l'intérieur du matériau semi-conducteur. Si on augmente la densité d'électrons, il s'agit d'un dopage de type *N*. Si on augmente celle des trous, il s'agit d'un dopage de type *P*. Les matériaux introduits sont appelés dopants

L'augmentation de la concentration de porteurs libres change la position du niveau de Fermi  $E_F$  dans la BI (proche de  $E_C$  pour le SC type N et proche de  $E_V$  pour le SC type P)

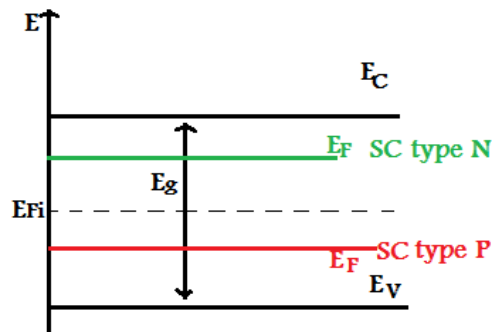


Fig 12 : Le niveau de Fermi Dirac dans un SC extrinsèque

Puisqu'il y a peu d'atomes du dopant, la structure cristalline du semiconducteur n'est pas modifiée, tout simplement, certains atomes du semiconducteurs sont remplacés par les atomes du dopant, qui sont tous entourés par quatre atomes du semiconducteur.

#### ❖ SC type P :

Dans le cas d'un SC type P, les atomes étrangers introduits dans le SC sont des atomes trivalentes c.à.d qui possèdent trois électrons de valence comme le bore. Il manque ainsi un électron à l'atome trivalent pour réaliser les liaisons covalentes avec les quatre atomes de silicium qui l'entourent. L'atome de bore va participer aux liaisons avec les atomes de SI qui l'entourent et un trou va être créé. En effet, un des atomes de silicium voisin va céder un électron à l'atome trivalent de bore, créant ainsi un trou dans le cristal de silicium. L'atome de bore qui capte un électron est appelé atome accepteur, il a perdu sa neutralité pour devenir un ion négatif fixe.

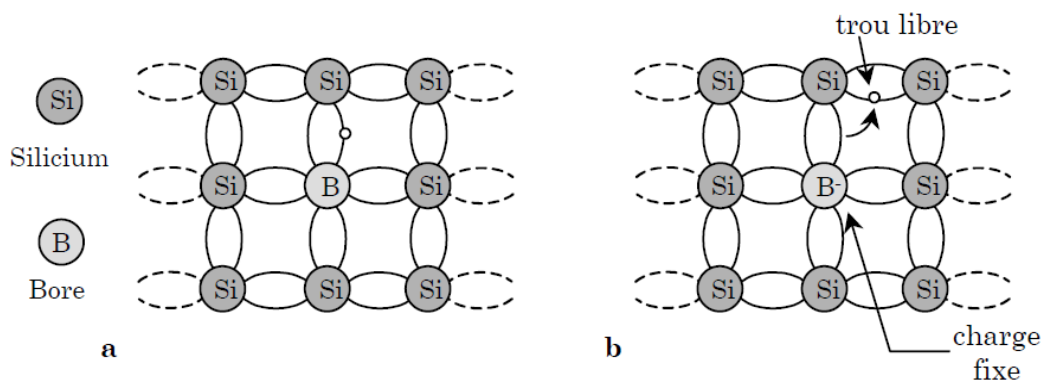


Fig 13 : Silicium dopé au Bore (a) : à  $T= 0K$ . (b) : à  $T\neq 0K$

Pour un tel matériau, les atomes accepteurs sont introduits afin de privilégier la conduction par trous plutôt que par électrons.

Si la température est suffisamment élevée ( $T=300^\circ\text{K}$ ), le nombre des trous libres fournis au SC égale au nombre d'atomes accepteurs.

$$N_A \rightarrow N_A^- + 1e^+$$

$$N_A^- \text{ Ion négatif fixe}$$

$$1e^+ \text{ Un trou libre}$$

### La concentration des porteurs libres

Il faut toujours considérer que l'ensemble de cristal doit rester neutre c.à.d.

$$\sum \text{ des charges positives} = \sum \text{ des charges négatives}$$

$$-qn + qp - qN_A = 0$$

$n = n_i$  Les électrons libres contenus dans le SC lorsqu'il était à l'état intrinsèque ne change pas.

$$p = n_i + N_A$$

$n_i$  Est négligeable par rapport à la quantité de porteurs introduits par dopage

$$\left. \begin{array}{l} n \ll N_A \\ n \ll p \end{array} \right\} \Rightarrow p = N_A$$

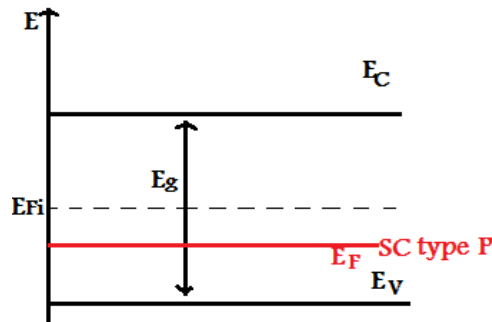
La loi d'action de masse est valable dans le SC extrinsèque  $n_i^2 = n.p$

### Position du niveau de fermi $E_F$

$$p = N_A = N_V e^{\frac{E_V - E_F}{kT}}$$

$$\Rightarrow E_F = E_V + kT \ln \left( \frac{N_V}{N_A} \right)$$

- On remarque que le niveau de fermi  $E_F$  est toujours au-dessus de  $E_V$



- Si  $N_V = N_A$  on a  $E_F = E_V$

Les trous sont les porteurs majoritaires et les électrons sont les porteurs minoritaires.

#### ❖ SC type N :

On obtient un S.C. de type N en injectant dans le cristal de silicium des atomes pentavalent qui possèdent 5 électrons sur leur couche périphérique comme le phosphore. Quatre de ces cinq électrons sont mis en commun avec les atomes de silicium voisins pour réaliser des liaisons de covalences. Le cinquième électron, inutilisé, est très faiblement lié à l'atome pentavalent. Un très faible apport d'énergie dû à une température  $T > 0$  suffit pour libérer le cinquième électron. Ce phénomène correspond à l'apparition d'un nouveau niveau d'énergie  $E_D$  dans la BI. L'atome de phosphore qui a fourni un électron libre est appelé atome donneur. Il a perdu sa neutralité pour devenir un ion positif fixe.

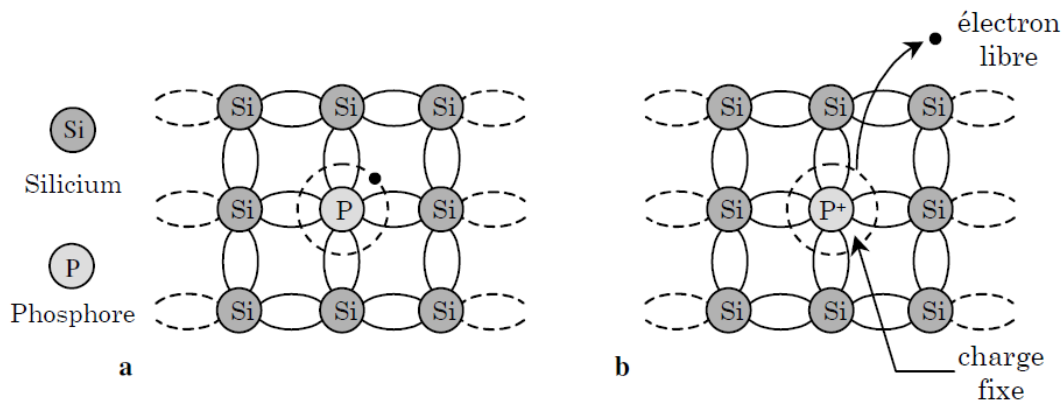


Fig 14 : Silicium dopé au Phosphore (a) : à  $T = 0K$ . (b) : à  $T \neq 0K$

Pour tel matériau, les atomes donneurs sont introduits afin de privilégier la conduction par électrons plutôt que par trous.

Si la température est suffisamment élevée ( $T=300^\circ\text{K}$ ), le nombre des électrons libres fournis au SC égale au nombre d'atomes donneurs.

$$N_D \rightarrow N_D^+ + 1e^-$$

$N_D^+$  Ion positif fixe

$1e^-$  Un électron libre

### **La concentration des porteurs libres**

D'après l'équation de neutralité

$$\sum \text{des charges} = 0$$

$$-qn + qp + qN_D = 0$$

$p = n_i$  Les trous libres contenus dans le SC lorsqu'il était à l'état intrinsèque ne change pas.

$$n = n_i + N_D$$

$n_i$  Est négligeable par rapport à la quantité de porteurs introduits par dopage

$$\left. \begin{array}{l} p \ll N_D \\ p \ll n \end{array} \right\} \Rightarrow n = N_D$$

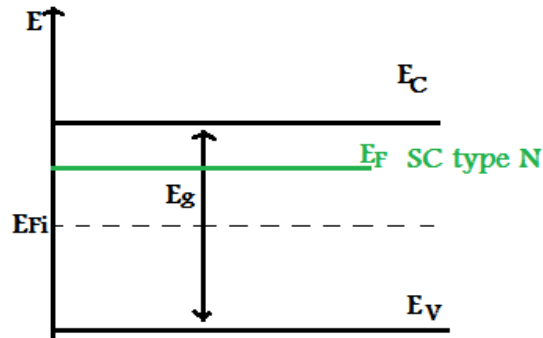
### **Position du niveau de fermi $E_F$**

$$n = N_D = N_C e^{\frac{E_F - E_C}{kT}}$$

$$\Rightarrow E_F = E_C - kT \ln \left( \frac{N_C}{N_D} \right)$$



- $N_C$  est toujours  $\geq N_D$  et  $kT \ln\left(\frac{N_C}{N_D}\right) \neq 0$  Donc  $E_F$  est toujours au-dessous de  $E_C$



- Si  $N_C = N_D$  on a  $E_F = E_C$

**Les électrons sont les porteurs majoritaires et les trous les porteurs minoritaires.**

### ❖ Expression de $n$ et $p$ en fonction de $n_i$

Si on note :

$n$  et  $n_i$  les densités des électrons libres dans un SC extrinsèque et un SC intrinsèque respectivement

$p$  et  $p_i$  les densités des trous libres dans un SC extrinsèque et un SC intrinsèque respectivement

$E_F$  et  $E_{Fi}$  les niveaux de Fermi extrinsèque et intrinsèque respectivement. On aura

$$\begin{aligned} n_i &= N_C \exp\left(\frac{-(E_C - E_{Fi})}{kT}\right) & n &= N_C \exp\left(\frac{-(E_C - E_F)}{kT}\right) \\ p_i &= N_V \exp\left(\frac{E_V - E_{Fi}}{kT}\right) & p &= N_V \exp\left(\frac{E_V - E_F}{kT}\right) \end{aligned}$$

Si on remplace les formules suivantes dans les deux relations précédentes

$$\begin{cases} E_F - E_C = E_F - E_{Fi} + E_{Fi} - E_C \\ E_V - E_F = E_V - E_{Fi} + E_{Fi} - E_F \end{cases} \text{ On trouve}$$

$$n = n_i \exp\left(\frac{E_F - E_{Fi}}{kT}\right)$$

$$p = n_i \exp\left(\frac{E_{Fi} - E_F}{kT}\right)$$

A partir de ces formules on peut calculer l'écart  $E_F - E_{Fi}$  pour un SC type N et type P

### ❖ Niveau accepteur et niveau donneur

La présence d'impuretés dans le réseau cristallin change d'une manière considérable les propriétés électriques du semi-conducteur. Par exemple le phosphore forme quatre liaisons avec ses quatre voisins du silicium. L'énergie de liaison du 5ème électron est donnée par  $E_C - E_d$ .

A température ambiante, l'électron occupe un état dans la bande de conduction, c'est à dire l'énergie thermique est suffisante pour exciter l'électron vers la bande de conduction.

L'atome de Bore forme trois liaisons avec ses quatre voisins du silicium. L'énergie de liaison du trou est  $E_A - E_V$  avec  $E_A$  est l'énergie du niveau accepteur de l'impureté.

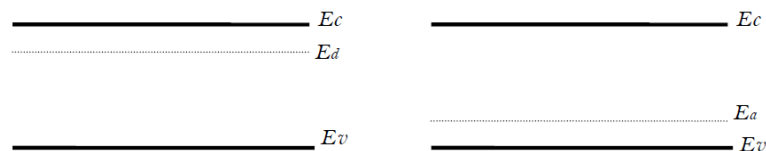


Fig 15 : Le niveau donneur et accepteur dans un SC

### 3. SC HORS EQUILIBRE

Un SC est hors équilibre thermodynamique lorsqu'il est soumis à une perturbation extérieure qui peut être un champ électrique ou une lumière de longueur d'onde est convenablement choisie.

Hors équilibre, la loi d'action de masse n'est plus valable puisque la concentration de porteurs va changer.

Dans un matériau semi-conducteur et en absence d'un champ électrique, le courant global créé par les électrons libres et les trous mobiles est nul. Lorsque le semi-conducteur est soumis à un champ électrique extérieur ( $E \neq 0$ ) son comportement est totalement différent. En effet, le déplacement des électrons et des trous sous l'effet du champ électrique engendre un courant électrique. Ce déplacement de charges se fait sous l'action d'une force dont l'origine peut être un champ électrique ou un gradient de concentration de porteurs de charges. Dans le premier cas, le courant est appelé courant de conduction, dans le second il est appelé courant de diffusion. De plus, on ne caractérisera pas directement le courant mais la densité de courant  $J$

qui est proportionnelle au courant. La densité de courant se définit comme étant la quantité de charges qui traverse une unité de surface par unité de temps

### 3.1. COURANT DE CONDUCTION

#### A. Mobilité des porteurs de charges

En l'absence de champ électrique les porteurs libres dans le semi-conducteur sont animés d'un mouvement désordonné et aléatoire dû uniquement à l'agitation thermique (c'est le mouvement de brownien). Dans le silicium, ce mouvement ne peut pas créer le courant électrique.

Dès qu'on applique un champ électrique  $E$ , chaque porteur de charge  $q$  est soumis à une force électrique  $F$  ( $F_e = -qE$ ,  $F_p = qE$ ) et une force de frottement de type visqueux ( $-f_r \vec{v_d}$ ). la présence d'une force, implique la présence d'un mouvement (vitesse et accélération  $\gamma$  qui

s'écrit :  $\vec{\gamma} = \frac{q}{m^*} \vec{E} - \frac{\vec{v}}{\tau}$  où  $m^*$  est la masse du porteur avec  $\vec{v}$  sa vitesse d'entraînement et  $\tau$  appelé le temps de relaxation des porteurs c'est le temps moyen entre deux collisions. Ces derniers peuvent se produire soit entre deux électrons soit entre un électron et une autre particule du cristal).

En régime permanent  $\vec{\gamma} = \vec{0}$ , d'où  $\vec{v} = \pm \frac{q\tau}{m^*} \vec{E} = \pm \mu \vec{E}$ . La mobilité  $\mu$  s'exprime en  $\text{cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$

La mobilité  $\mu$  des porteurs est définie comme le coefficient de proportionnalité entre la vitesse dérive et le champ électrique  $v_{n,p} = |\mu|E$ . La mobilité des électrons  $\mu_n$  est supérieure à la mobilité des trous  $\mu_p$ .  $\mu_n > \mu_p$  Parce que les électrons sont plus légers que les trous.

	Mobilité à T = 300 K ( $\text{cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$ )	
	électrons libres	trous
<b>Ge</b>	3900	1900
<b>Si</b>	1450	450
<b>GaAs</b>	8500	400
<b>InP</b>	4600	150
<b>InSb</b>	78000	750
<b>InAs</b>	33000	460

La relation  $v_{n,p} = |\mu|E$  est valable uniquement dans le domaine des champs faibles

## B. Densités du courant de conduction

La densité de courant  $J$  ( $\text{Am}^{-2}$ ) est définie comme le flux de charges qui passe par unité de surface. Elle est donc égale à la concentration de charge multipliée par sa vitesse

$$\text{Pour les électrons cela nous donne : } \vec{J}_{Cn} = -qn\vec{v}_n = qn\mu_n \vec{E}$$

$$\text{Pour les trous } \vec{J}_{Cp} = pq\vec{v}_p = qp\mu_p \vec{E}$$

Si un SC contient une concentration des électrons « n » et une concentration des trous « p », la densité de courant de conduction est la somme des deux densités de courant

$$\vec{J}_{CT} = \vec{J}_{Cn} + \vec{J}_{Cp} = (nq\mu_n + pq\mu_p) \vec{E}$$

$$\vec{J}_{CT} = \sigma \vec{E}$$

$\sigma$  est la conductivité totale  $\sigma = nq\mu_n + pq\mu_p$

La résistivité  $\rho$  s'écrit  $\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{nq\mu_n + pq\mu_p} [\Omega \cdot \text{cm}^{-1}]$

- Si le SC est intrinsèque :  $\sigma_i = qn_i(\mu_n + \mu_p) \Rightarrow \rho_i = \frac{1}{qn_i(\mu_n + \mu_p)}$
- Si le SC est de type N :  $n = N_D$  et  $p$  est négligeable. Donc

$$\sigma_n = qN_D\mu_n \Rightarrow \rho_n = \frac{1}{qN_D\mu_n}$$

- Si le SC est de type P :  $n$  est négligeable et  $p = N_A$ . Donc

$$\sigma_p = qN_A\mu_p \Rightarrow \rho_p = \frac{1}{qN_A\mu_p}$$

## 3.2. LA DENSITE DE COURANT DE DIFFUSION

On a vu que le courant électrique est un déplacement ordonné des porteurs qui s'effectue dans un sens bien précis. Dans le cristal de SC il peut y avoir un autre phénomène capable de créer un mouvement ordonné des porteurs. C'est le phénomène de diffusion des porteurs dû à la différence gradient de concentration.

N.B : Les porteurs déplacent toujours de la région de grande concentration vers la région de faible concentration

La loi de diffusion est connue sous la forme de la loi de FICK qui dit : « le flux de diffusion  $F$  des porteurs est proportionnel à la variation spatiale de leur densité

$$F_n = -D_n \frac{dn(x)}{dx}$$

$$F_p = -D_p \frac{dp(x)}{dx}$$

Si on considère les trois dimensions  $\begin{cases} F_n = -D_n \overrightarrow{\text{grad}}(n) \\ F_p = -D_p \overrightarrow{\text{grad}}(p) \end{cases}$

$D$  est le coefficient de diffusion des porteurs

Le courant par unité de surface est donné par le flux multiplié par la valeur de charge à trois dimensions

$$\begin{aligned} \overrightarrow{J_{Dn}} &= qD_n \overrightarrow{\text{grad}}(n) \\ \overrightarrow{J_{Dp}} &= -qD_p \overrightarrow{\text{grad}}(p) \end{aligned}$$

Le courant de diffusion total est la somme des courants de diffusion des électrons et des trous  $\overrightarrow{J_{DT}} = \overrightarrow{J_{Dn}} + \overrightarrow{J_{Dp}} = qD_n \overrightarrow{\text{grad}}(n) - qD_p \overrightarrow{\text{grad}}(p)$

### 3.3. COURANT TOTAL

En présence d'un champ électrique  $E$ , les densités de courant créé par les électrons et par les trous sont respectivement

$$\begin{aligned} \overrightarrow{J_n} &= \overrightarrow{J_{Cn}} + \overrightarrow{J_{Dn}} = qn\mu_n \overrightarrow{E} + qD_n \overrightarrow{\text{grad}}(n) \\ \overrightarrow{J_p} &= \overrightarrow{J_{Cp}} + \overrightarrow{J_{Dp}} = qp\mu_p \overrightarrow{E} - qD_p \overrightarrow{\text{grad}}(p) \end{aligned}$$

### 3.4. RELATION D'EINSTEIN

La valeur du coefficient de diffusion  $D$  dépend de la facilité des porteurs à se déplacer sous l'effet d'une force engendrée par un gradient de la densité de porteurs.

La valeur de la mobilité  $\mu$  dépend aussi de la facilité des porteurs à se déplacer sous l'effet d'une force engendrée par le champ électrique  $E$ .

La relation qui relie ces deux grandeurs est la loi d'Einstein.

Pour un semi-conducteur non dégénéré, non homogène et à l'équilibre thermodynamique (ce qui implique un niveau de fermi  $E_F$  constant dans le matériau et donc un courant nul) : ainsi dans le cas des électrons l'équation précédente se réécrit. En absence de champ électrique

externe, le mouvement des porteurs se fait de la région de plus haute concentration vers celle de plus faible concentration jusqu'à elle atteint un état d'équilibre à cause du champ électrique interne créé dans le SC.

Dans le cas d'un SC type N, à l'équilibre  $\sum$  des courant =0

$$\begin{aligned}\vec{J}_n &= qn\mu_n \vec{E}_{\text{int}} + qD_n \vec{\text{grad}}(n) = \vec{0} \\ \vec{E}_{\text{int}} &= -\frac{D_n}{\mu_n} \frac{\vec{\text{grad}}(n)}{n} \dots\dots\dots(1) \\ n &= \end{aligned}$$

On a vu que  $n = n_i \exp\left(\frac{E_F - E_{Fi}}{kT}\right) = n_i \exp\left(\frac{qV}{kT}\right)$

$$\left\langle \begin{aligned} \frac{E_F - E_{Fi}}{q} &= V \\ Tension &= \frac{\text{énergie}}{\text{charge}} \Rightarrow V = \frac{kT}{q} \end{aligned} \right\} \Rightarrow n = n_i \exp\left(\frac{qV}{kT}\right)$$

V est le potentiel interne du SC, il est lié à  $E_{\text{int}}$  par la relation  $\vec{E}_{\text{int}} = -\vec{\text{grad}}(V)$

On a

$$\begin{aligned}\vec{\text{grad}}(n) &= n_i \frac{q}{kT} \exp\left(\frac{qV}{kT}\right) \vec{\text{grad}}(V) \\ \vec{\text{grad}}(n) &= n_i \frac{q}{kT} \exp\left(\frac{qV}{kT}\right) \vec{E}_{\text{int}} \\ \Rightarrow \vec{\text{grad}}(n) &= -n \frac{q}{kT} \vec{E}_{\text{int}} \\ \vec{E}_{\text{int}} &= -\frac{kT}{q} \frac{\vec{\text{grad}}(n)}{n} \dots\dots\dots(2)\end{aligned}$$

On compare les relations 1 et 2 et on trouve que

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{kT}{q} = V$$

La même démonstration pour le SC type P

Donc la relation d'Einstein est  $\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{kT}{q} = \frac{D_p}{\mu_p}$

