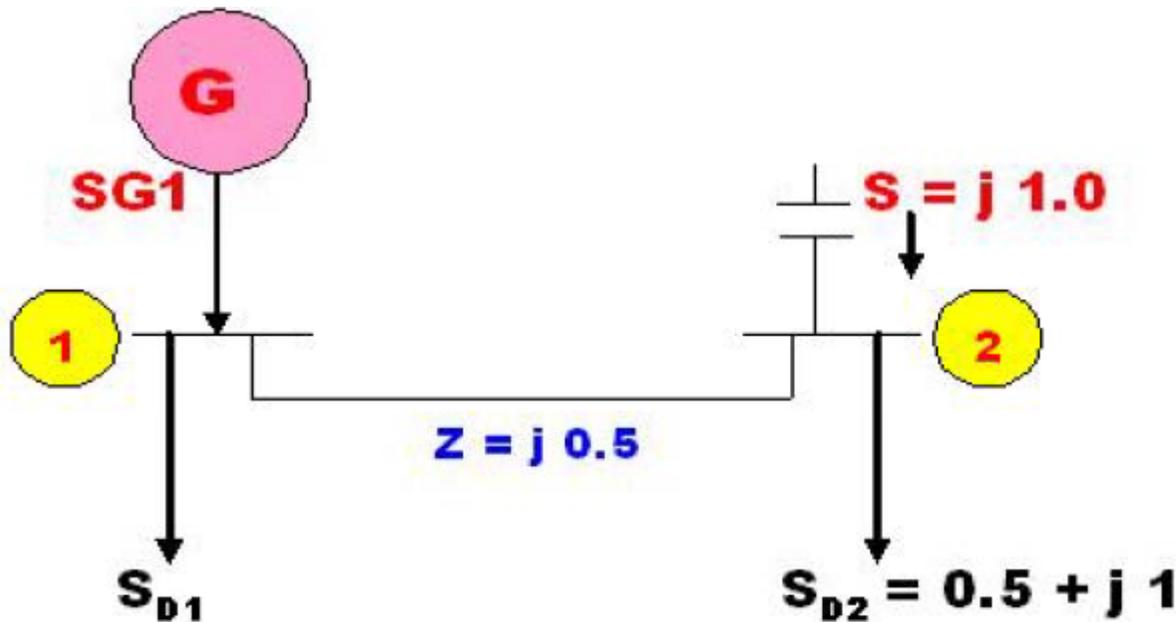


# Exercice 1

Calculer la tension au jeu de barres 2 en utilisant la methode de Gauss–Seidel. On prend  $V_1 = 1 \angle 0^\circ pu$ .



# Exercice 1

La capacité au jeu de barres 2 injecte une puissance reactive de 1.0 Pu. La puissance complexe au bus 2 est :

$$S_2 = j1.0 - (0.5 + j 1.0) = - 0.5 \text{ pu.}$$

$$V_1 = 1 \angle 0^\circ$$

$$Y_{\text{BUS}} = \begin{bmatrix} -j2 & j2 \\ j2 & -j2 \end{bmatrix}$$

$$V_2^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{22}} \left[ \frac{P_2 - jQ_2}{(V_2^{(k)})^*} - Y_{21} V_1 \right]$$

# Exercice 1

Valeur initial au jeu de barres 2 :  $V_2^0 = 1 + j 0.0 = 1 \angle 0^0$  pu.

$$\begin{aligned} V_2^1 &= \frac{1}{-j2} \left[ \frac{-0.5}{1 \angle 0^0} - (j2 \times 1 \angle 0^0) \right] \\ &= 1.0 - j0.25 = 1.030776 \angle -14.036^0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_2^2 &= \frac{1}{-j2} \left[ \frac{-0.5}{1.030776 \angle 14.036^0} - (j2 \times 1 \angle 0^0) \right] \\ &= 0.94118 - j 0.23529 = 0.970145 \angle -14.036^0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_2^3 &= \frac{1}{-j2} \left[ \frac{-0.5}{0.970145 \angle 14.036^0} - (j2 \times 1 \angle 0^0) \right] \\ &= 0.9375 - j 0.249999 = 0.970261 \angle -14.931^0 \end{aligned}$$

# Exercice 1

$$\begin{aligned} V_2^4 &= \frac{1}{-j2} \left[ \frac{-0.5}{0.970261 \angle 14.931^\circ} - (j2 \times 1 \angle 0^\circ) \right] \\ &= 0.933612 - j 0.248963 = 0.966237 \angle -14.931^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_2^5 &= \frac{1}{-j2} \left[ \frac{-0.5}{0.966237 \angle 14.931^\circ} - (j2 \times 1 \angle 0^\circ) \right] \\ &= 0.933335 - j 0.25 = 0.966237 \angle -14.995^\circ \end{aligned}$$

Comme la différence entre ces deux tensions est inférieure à  $10^{-6}$  pu, les itérations peuvent être arrêtées

# Exercice 1

Les puissances apparentes  $S_{12}$  s'écoulant du jeu de barres (1) vers (2), et  $S_{21}$  s'écoulant du jeu de barres (2) vers (1) sont;

$$I_{12} = \frac{V_1 - V_2}{Z_{12}} = \frac{1 \angle 0^\circ - 0.966237 \angle -14.995^\circ}{j 0.5}$$

$$= 0.517472 \angle -14.931^\circ$$

$$S_{12} = V_1 I_{12}^* = 1 \angle 0^\circ \times 0.517472 \angle 14.931^\circ$$

$$= 0.5 + j 0.133329 \text{ pu}$$

# Exercice 1

$$I_{21} = \frac{V_2 - V_1}{Z_{12}} = \frac{0.966237 \angle -14.995^\circ - 1 \angle 0^\circ}{j0.5}$$
$$= 0.517472 \angle -194.93^\circ$$

$$S_{21} = V_2 I_{21}^* = -0.5 + j 0.0 \text{ pu}$$

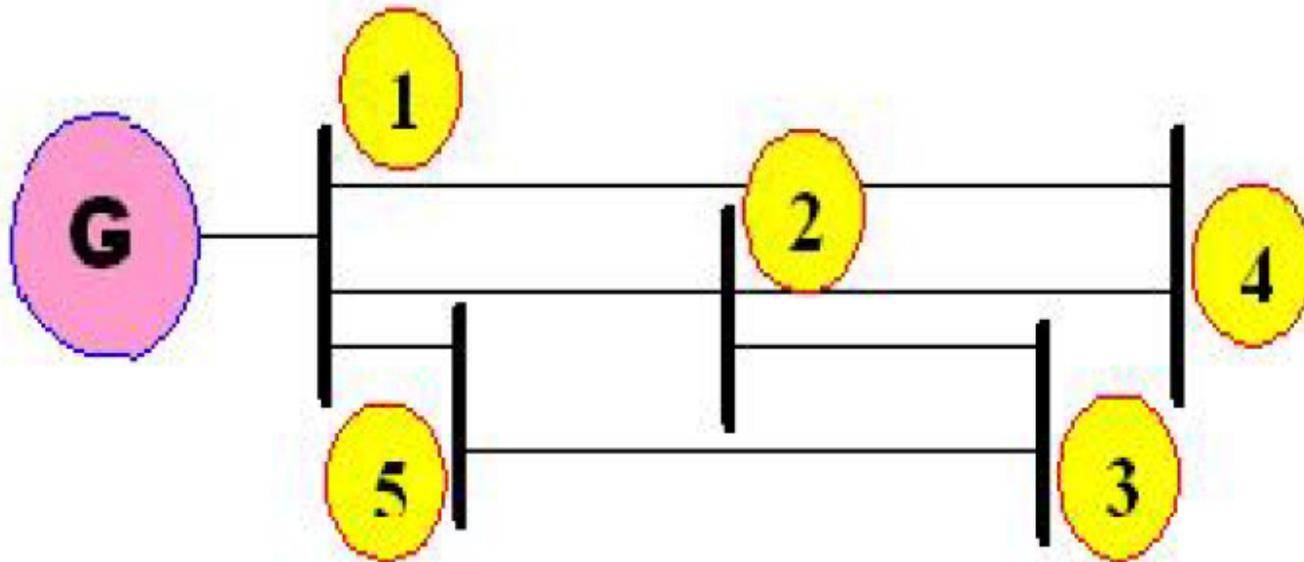
La puissance complexe perdue dans la ligne 1-2 est obtenue en faisant la somme algébrique des écoulements des puissances :

$$S_{12} + S_{21} = j 0.133329 \text{ pu}$$

On constate qu'il n'y a pas de perte de puissance active, puisque la résistance de la ligne est négligée.

# Exercice 2

Déterminer  $V_2$  ,  $V_3$ ,  $V_4$  et  $V_5$  après la première itération lors de la résolution par la méthode de Gauss-Siedel..



Le bus 1 est le bus de référence (Bilan)

Le bus 3 est un bus générateur (PV)

Les bus 2,4,5 sont des bus charges (PQ)

# Exercice 2

On donne :

SB	EB	R (pu)	X (pu)	$\frac{B_C}{2}$
1	2	0.10	0.40	-
1	4	0.15	0.60	-
1	5	0.05	0.20	-
2	3	0.05	0.20	-
2	4	0.10	0.40	-
3	5	0.05	0.20	-

Bus No.	$P_G$ (pu)	$Q_G$ (pu)	$P_D$ (pu)	$Q_D$ (pu)	$ V_{SP} $ (pu)	$\delta$
1	-	-	-	-	1.02	$0^\circ$
2	-	-	0.60	0.30	-	-
3	1.0	-	-	-	1.04	-
4	-	-	0.40	0.10	-	-
5	-	-	0.60	0.20	-	-

# Exercice 2

La matrice  $Y_{bus}$ :

$$Y_{bus} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 2.15685 & -0.58823 & 0.0+j0.0 & -0.39215 & -1.17647 \\ -j8.62744 & +j2.35294 & & +j1.56862 & +j4.70588 \\ \hline -0.58823 & 2.35293 & -1.17647 & -0.58823 & 0.0+j0.0 \\ +j2.35294 & -j9.41176 & +j4.70588 & +j2.35294 & \\ \hline 0.0+j0.0 & -1.17647 & 2.35294 & 0.0+j0.0 & -1.17647 \\ & +j4.70588 & -j9.41176 & & +j4.70588 \\ \hline -0.39215 & -0.58823 & 0.0+j0.0 & 0.98038 & 0.0+j0.0 \\ +j1.56862 & +j2.35294 & & -j3.92156 & \\ \hline -1.17647 & 0.0+j0.0 & -1.17647 & 0.0+j0.0 & 2.35294 \\ +j4.70588 & & +j4.70588 & & -j9.41176 \\ \hline \end{array}$$

# Exercice 2

Bus No.	$P_G$ (pu)	$Q_G$ (pu)	$P_D$ (pu)	$Q_D$ (pu)	$ V_{SP} $ (pu)	$\delta$
1	-	-	-	-	1.02	$0^\circ$
2	-	-	0.60	0.30	-	-
3	1.0	-	-	-	1.04	-
4	-	-	0.40	0.10	-	-
5	-	-	0.60	0.20	-	-

On trouve:

$$P_2 + jQ_2 = P_{G2} + jQ_{G2} - (P_{D2} + jQ_{D2}) = -0.6 - j0.3$$

$$P_3 + jQ_3 = P_{G3} + jQ_{G3} - (P_{D3} + jQ_{D3}) = 1.0 + jQ_{G3}$$

$$P_4 + jQ_4 = -0.4 - j0.1, \quad P_5 + jQ_5 = -0.6 - j0.2$$

# Exercice 2

Les tensions de tous les bus PQ sont supposées égales à  $1 + j0.0$  pu.

La tension au bus de référence est égale à  $V_1^0 = 1.02 + j0.0$  dans toutes les itérations.

$$\begin{aligned} V_2^1 &= \frac{1}{Y_{22}} \left[ \frac{P_2 - jQ_2}{V_2^{0*}} - Y_{21} V_1^0 - Y_{23} V_3^0 - Y_{24} V_4^0 - Y_{25} V_5^0 \right] \\ &= \frac{1}{Y_{22}} \left[ \frac{-0.6 + j0.3}{1.0 - j0.0} - \left\{ (-0.58823 + j2.35294) \times 1.02 \angle 0^\circ \right\} \right. \\ &\quad \left. - \left\{ (-1.17647 + j4.70588) \times 1.04 \angle 0^\circ \right\} - \left\{ (-0.58823 + j2.35294) \times 1.0 \angle 0^\circ \right\} \right] \\ &= 0.98140 \angle -3.0665^\circ = 0.97999 - j0.0525 \end{aligned}$$

## Exercice 2

Bus 3 est un bus PV. Par conséquent, nous devons d'abord calculer  $Q_3$ . Cela peut se faire comme suit:

$$\begin{aligned} Q_3 = & |V_3||V_1|(G_{31} \sin \delta_{31} - B_{31} \cos \delta_{31}) + |V_3||V_2|(G_{32} \sin \delta_{32} - B_{32} \cos \delta_{32}) \\ & + |V_3|^2 (G_{33} \sin \delta_{33} - B_{33} \cos \delta_{33}) + |V_3||V_4|(G_{34} \sin \delta_{34} - B_{34} \cos \delta_{34}) \\ & + |V_3||V_5|(G_{35} \sin \delta_{35} - B_{35} \cos \delta_{35}) \end{aligned}$$

$$\delta_1 = 0^\circ; \quad \delta_2 = -3.0665^\circ; \quad \delta_3 = 0^\circ; \quad \delta_4 = 0^\circ \quad \text{and} \quad \delta_5 = 0^\circ$$

$$\therefore \delta_{31} = \delta_{33} = \delta_{34} = \delta_{35} = 0^\circ \quad (\delta_{ik} = \delta_i - \delta_k); \quad \delta_{32} = 3.0665^\circ$$

## Exercice 2

$$\begin{aligned}
 Q_3 &= 1.04 [1.02 (0.0+j0.0) + 0.9814 \{-1.17647 \times \sin(3.0665^\circ) - 4.70588 \\
 &\times \cos(3.0665^\circ)\} + 1.04 \{-9.41176 \times \cos(0^\circ)\} + 1.0 \{0.0 + j0.0\} + 1.0 \{-4.70588 \times \cos(0^\circ)\}] \\
 &= 1.04 [-4.6735 + 9.78823 - 4.70588] = 0.425204 \text{ pu.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_3^1 &= \frac{1}{Y_{33}} \left[ \frac{P_3 - jQ_3}{V_3^{0*}} - Y_{31} V_1^0 - Y_{32} V_2^1 - Y_{34} V_4^0 - Y_{35} V_5^0 \right] \\
 &= \frac{1}{Y_{33}} \left[ \frac{1.0 - j0.425204}{1.04 - j0.0} - \{(-1.7647 + j4.70588) \times (0.98140 \angle -3.0665^\circ)\} \right. \\
 &\quad \left. - \{(-1.17647 + j4.70588) \times (1 \angle 0^\circ)\} \right] \\
 &= 1.05569 \angle 3.077^\circ = 1.0541 + j0.05666 \text{ pu.}
 \end{aligned}$$

# Exercice 2

Comme il s'agit d'un bus PV, l'amplitude de la tension est ajustée à la valeur spécifiée : (voir tableau)

$$V_3^1 = 1.04 \angle 3.077^\circ \text{ pu}$$

$$\begin{aligned} V_4^1 &= \frac{1}{Y_{44}} \left[ \frac{P_4 - jQ_4}{V_4^{o*}} - Y_{41} V_1^o - Y_{42} V_2^1 - Y_{43} V_3^1 - Y_{45} V_5^o \right] \\ &= \frac{1}{Y_{44}} \left[ \frac{-0.4 + j0.1}{1.0 - j0.0} - \left\{ (-0.39215 + j1.56862) \times 1.02 \angle 0^\circ \right\} \right. \\ &\quad \left. - \left\{ (-0.58823 + j2.35294) \times (0.98140 \angle -3.0665^\circ) \right\} \right] \\ &= \frac{0.45293 - j3.8366}{0.98038 - j3.92156} = 0.955715 \angle -7.303^\circ \text{ pu} = 0.94796 - j0.12149 \end{aligned}$$

## Exercice 2

$$\begin{aligned} V_5^1 &= \frac{1}{Y_{55}} \left[ \frac{P_5 - jQ_5}{V_5^{o*}} - Y_{51} V_1^o - Y_{52} V_2^1 - Y_{53} V_3^1 - Y_{54} V_4^1 \right] \\ &= \frac{1}{Y_{55}} \left[ \frac{-0.6 + j0.2}{1.0 - j0.0} - \left\{ (-1.17647 + j4.70588) \times 1.02 \angle 0^\circ \right\} \right. \\ &\quad \left. - \left\{ (-1.17647 + j4.70588) \times 1.04 \angle 3.077^\circ \right\} \right] \\ &= 0.994618 \angle -1.56^\circ = 0.994249 - j0.027 \end{aligned}$$

Donc:

$$V_1 = 1.02 \angle 0^\circ \text{ pu}$$

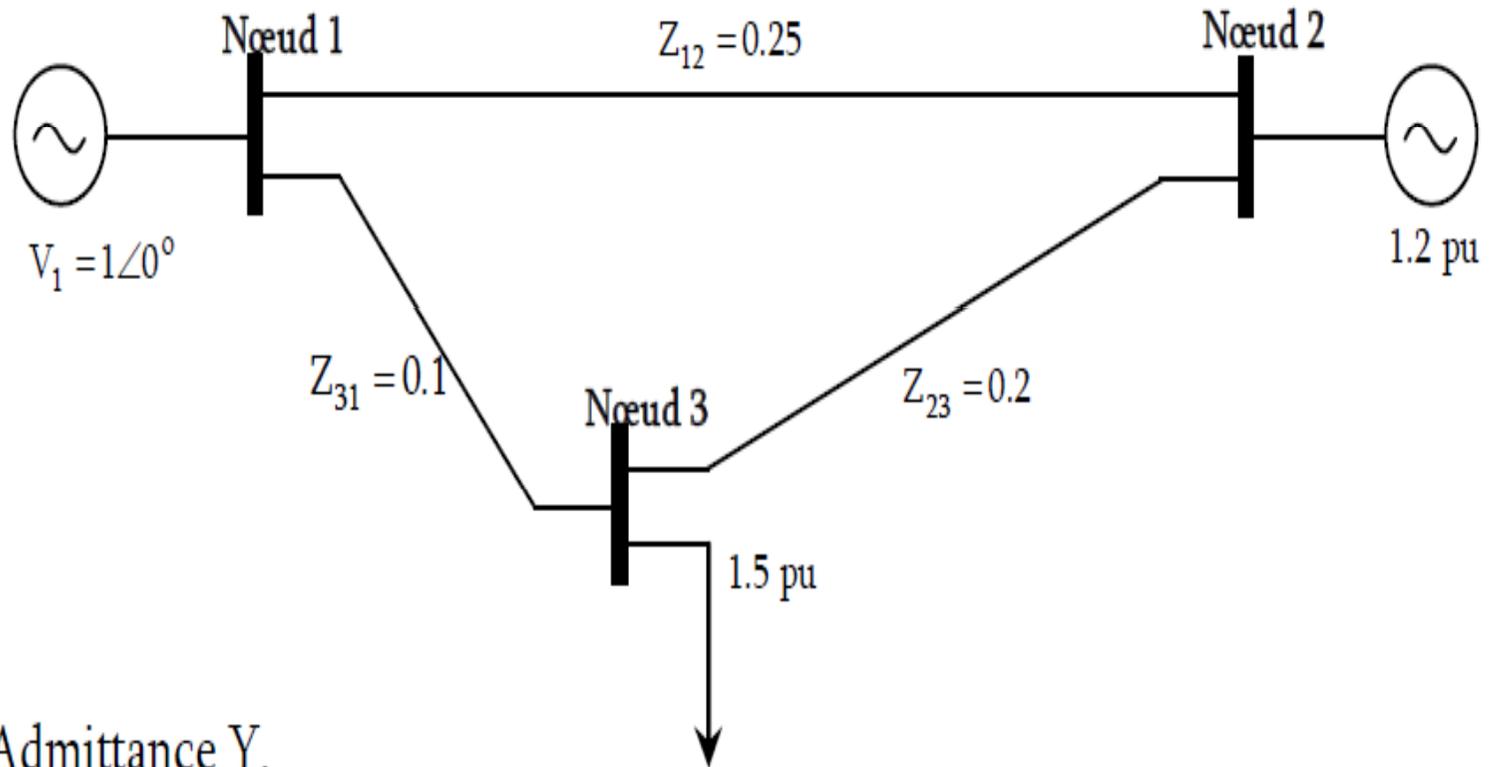
$$V_2 = 0.98140 \angle -3.066^\circ \text{ pu}$$

$$V_3 = 1.04 \angle 3.077^\circ \text{ pu}$$

$$V_4 = 0.955715 \angle -7.303^\circ \text{ pu}$$

$$V_5 = 0.994618 \angle -1.56^\circ \text{ pu}$$

# Exercice 3



Calculer :

- 1) la matrice Admittance  $Y$ .
- 2) Les tensions  $V_2$  et  $V_3$  par la méthode de Gauss-Seidel.
- 3) Les puissances transmises.
- 4) Les puissances injectées
- 5) les pertes totales du réseau.

1) la matrice Admittance Y :  $Y_{\text{bus}} = \begin{bmatrix} 14 & -4 & -10 \\ -4 & 9 & -5 \\ -10 & -5 & 15 \end{bmatrix}$

2) Les tensions  $V_2$  et  $V_3$  par la méthode de Gauss-Seidel :

$$V_i^{k+1} = \frac{1}{Y_{ii}} \left[ \frac{S_i^*}{[V_i^k]^*} - \sum_{j=1}^{i-1} Y_{ij} \cdot V_j^{k+1} - \sum_{j=i+1}^n Y_{ij} \cdot V_j^k \right]$$

$$V_2^{k+1} = \frac{1}{Y_{22}} \left[ \frac{S_2^*}{[V_2^k]^*} - Y_{21} \cdot V_1^{k+1} - Y_{23} \cdot V_3^k \right]$$

$$V_3^{k+1} = \frac{1}{Y_{33}} \left[ \frac{S_3^*}{[V_3^k]^*} - Y_{31} \cdot V_1^{k+1} - Y_{32} \cdot V_2^k \right]$$

i	$V_2$ [p.u]	$V_3$ [p.u]
0	1	1
1	1.133	0.944
2	1.086	0.923
3	1.079	0.918
4	1.078	0.917
5	1.078	0.917

3) Les puissances transmises.

$$S_2 = V_2 \left( Y_{21}^* \cdot V_1^* + Y_{22}^* \cdot V_2^* + Y_{23}^* \cdot V_3^* \right) = 1.078(-4 \cdot 1 + 9 \cdot 1.078 - 5 \cdot 0.917) = 1.2041$$

$$\Delta S_2 = S_2^{\text{cal}} - S_2 = 1.2041 - 1.2 = 0.041$$

$$\Delta P_2 = P_2^{\text{cal}} - P_2 = 1.2041 - 1.2 = 0.041 \text{ et } \Delta Q_2 = Q_2^{\text{cal}} - Q_2 = 0 - 0 = 0$$

$$S_3 = V_3 \left( Y_{31}^* \cdot V_1^* + Y_{32}^* \cdot V_2^* + Y_{33}^* \cdot V_3^* \right) = 0.917(-10 \cdot 1 - 5 \cdot 1.078 + 15 \cdot 0.917) = -1.4993$$

$$\Delta S_3 = S_3^{\text{cal}} - S_3 = -1.4993 - (-1.5) = 0.0007$$

$$\Delta P_3 = P_3^{\text{cal}} - P_3 = -1.4993 - (-1.5) = 0.0007 \text{ et } \Delta Q_3 = Q_3^{\text{cal}} - Q_3 = 0 - 0 = 0$$

4) Les puissances injectées.

$$S_1 = V_1 \left( Y_{11}^* \cdot V_1^* + Y_{12}^* \cdot V_2^* + Y_{13}^* \cdot V_3^* \right) = 1(14 \cdot 1 - 4 \cdot 1.078 - 10 \cdot 0.917) = 0.518$$

Pour le système de puissance résistive  $P_1 = S_1 = 0.518$  et  $Q_1 = 0$

5) les pertes totales du réseau (pertes des puissances dans les lignes de transmission).

$$S_{\text{perte}} = P_{\text{perte}} = S_1 + S_2 + S_3 = 0.518 + 1.2041 - 1.4993 = 0.223$$