

TD 01 : Production des RI particuliers

TD Radiobiologie Radioprotection

Dr. Lezzar

Table des matières



I - Exercice : Isotope et isobare	3
II - Exercice : Masse du noyau et masse de l'atome	4
III - Exercice : Émission d'énergie bêta-	5
IV - Exercice : Émission d'énergie bêta+ énergie alpha	6
V - Exercice : Rayonnent bêta-	7
VI - Exercice : Rayonnement bêta +	8
VII - Exercice : Rayonnement bêta+ capture électronique	9
Solutions des exercices	10

Exercice : Isotope et isobare

I

La filiation radioactive du Radon $^{226}_{88}\text{Rn}$ au Plomb $^{206}_{82}\text{Pb}$ se déroule suivant les transformations successives suivantes : $^{226}_{88}\text{Rn} \rightarrow \alpha + \text{Ra (A)} \rightarrow \alpha + \text{Ra (B)} \rightarrow \alpha + \text{Ra (C)} \rightarrow \beta^- + \text{Ra (C')} \rightarrow \beta^- + \text{Ra (D)} \rightarrow \alpha + \text{Ra (E)} \rightarrow \beta^- + \text{Ra (F)} \rightarrow \beta^- + \text{Ra (G)} \rightarrow \alpha + ^{206}_{82}\text{Pb}$

Question

[solution n°1 p.10]

1. Indiquer, parmi les différents Radium Ra, quels sont ceux qui sont des isotopes du $^{210}_{84}\text{Po}$. Même question pour le $^{206}_{82}\text{Pb}$.
2. Indiquer cette fois les isobares du $^{210}_{84}\text{Po}$.

Exercice : Masse du noyau et masse de l'atome



II

L'énergie de liaison de ${}^4_2\text{He}$ est de 28,3 MeV, connaissant les masses du proton, du neutron et de l'électron.

Question

[solution n°2 p.10]

1. Calculer la masse réelle du noyau d'hélium, puis celle de l'atome d'hélium.
2. Déterminer la masse atomique de l'hélium.
3. Calculer l'énergie de liaison nécessaire pour séparer en protons et neutrons libres chacun de ces éléments, sachant que la masse au repos de l'hélium $M_{\text{atomique}} = 4,00263 \text{ u.m.a.}$
4. En déduire l'énergie de liaison moyenne par nucléon.

Exercice : Émission d'énergie bêta-

III

Un radionucléide inconnu X émet une particule α de 5 MeV. Le noyau formé, X', émet quant à lui une particule β^- de 5 MeV également. Le nouveau noyau X'' ainsi formé a pour nombre de masse 214 et numéro atomique 83

Question

[solution n°3 p.10]

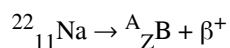
1. Indiquer les nombre de masse et numéros atomique respectifs des éléments X et X'.
2. Quelles sont les vitesses initiales des particules α et β émises ? on rappelle que pour l'électron $m_0 \cdot c^2 = 0,511 \text{ MeV}$ et pour la particule $\alpha = 4000 \text{ MeV}$

Exercice : Émission d'énergie bêta+ énergie alpha

IV

le bombardement d'un atome A inconnu par les particule α génère la formation de sodium selon la réaction suivante : ${}^A_Z\text{A} + \alpha \rightarrow {}^{22}_{11}\text{Na} + {}^1_0\text{n}$

cet isotope du sodium est radioactif et se transforme en un élément B par émission β^+ selon :



on donne u.m.a les masse atomique : $M(\text{A}) = 18,99836$, $M(\text{Na}) = 21,99437$, $M(\alpha) = 4,0026$, $m(\beta^+) = 0,000548$ et $m(\text{n}) = 1,00867$

Question

[solution n°4 p.10]

1. Compléter les réactions nucléaires et identifier les 2 élément A, B.
2. Déterminer, en MeV, l'énergie minimale des particule α pour que la réaction (1) ai lieu
3. L'énergie libérer de la réaction (2) est de 1,8 MeV, quelle est la masse atomique exacte de B ?

Exercice : Rayonnement bêta-

V

Le nucléide $^{141}_{58}\text{Ce}$ se désintègre par rayonnement β^- dont les énergies cinétiques maximales sont respectivement 0,435 et 0,580 MeV. 30% des particules β^- sont émises en coïncidence avec des photons γ d'énergie 0,145 MeV et il n'existe pas d'autre rayonnement γ .

Question

[solution n°5 p.11]

1. Représenter le diagramme énergétique de la désintégration
2. Calculer la masse de l'atome $^{141}_{58}\text{Ce}$ sachant que la masse de l'atome neutre $^{141}_{59}\text{Pr}$ est 140,9075964 uma.

Exercice : Rayonnement bêta +

VI

Le nucléide $_{30}^{62}\text{Zn}$ peut se désintégrer par β^+ ou par capture électronique K pour donner $_{29}^{62}\text{Cu}$. L'énergie cinétique maximale du positron est 0,66 MeV.

Question

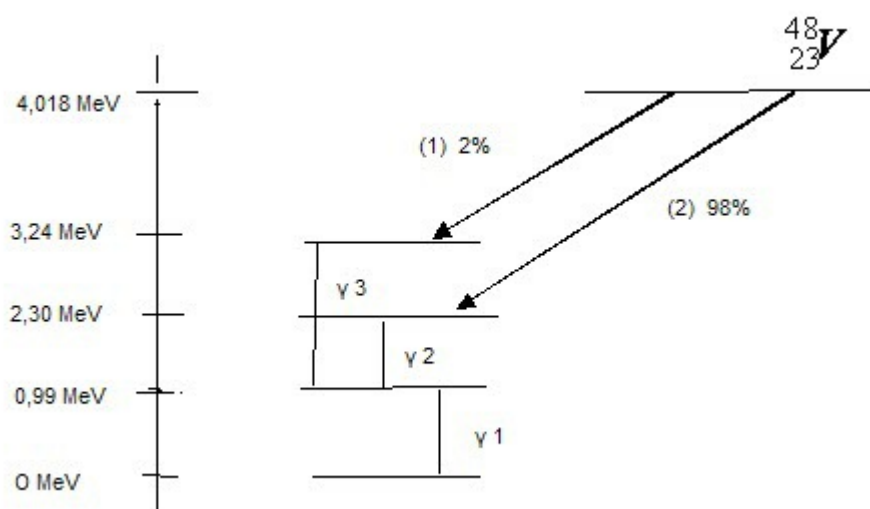
[solution n°6 p.12]

1. Tracer le schéma de désintégration de Zn.
2. Quelle est l'énergie du rayonnement β^+
3. Calculer l'énergie de la capture électronique K

Exercice : Rayonnement bêta+ capture électronique

VII

Le vanadium $^{48}_{23}\text{V}$ se désintègre selon le schéma suivant



Question

[solution n°7 p.12]

1. Identifier les modes de désintégrations possibles pour chacune des voies (1) et (2). Justifier la réponse en utilisant les données indiquées dans le schéma.
2. Sachant que l'émission β^+ représente 57 % de la voie (2), retracer le schéma en indiquant séparément les modes de désintégration et leur pourcentage absolu.
3. Calculer pour chaque mode, l'énergie cinétique totale des rayonnements émis (à l'exception des raies γ).
4. Calculer les énergies et les pourcentages d'émission des raies γ_1 , γ_2 et γ_3 .
5. Identifier ceux qui sont émis en cascade
6. Le spectre des rayonnements gamma montre l'existence d'un autre groupe de photons γ_4 . Identifier l'origine de ces photons et donner leur énergie et leur intensité.

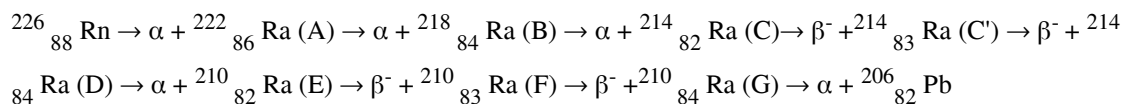
Solutions des exercices



> Solution n°1

Exercice p. 3

1. On sait que $\alpha = {}^4_2\text{He}$ et $\beta^- = {}^0_{-1}\text{e}$, donc on peut compléter la filiation proposée :



Les isotopes du ${}^{210}_{84}\text{Po}$ sont : ${}^{218}_{84}\text{Ra} \text{ (B)}$, ${}^{214}_{84}\text{Ra} \text{ (D)}$, ${}^{210}_{84}\text{Ra} \text{ (G)}$.

Les isotopes du ${}^{206}_{82}\text{Pb}$ sont : ${}^{214}_{82}\text{Ra} \text{ (C)}$, ${}^{210}_{82}\text{Ra} \text{ (E)}$.

Les isobares du ${}^{210}_{84}\text{Po}$ sont : ${}^{210}_{82}\text{Ra} \text{ (E)}$, ${}^{210}_{83}\text{Ra} \text{ (F)}$, ${}^{210}_{84}\text{Ra} \text{ (G)}$.

> Solution n°2

Exercice p. 4

1. La masse du noyau d'hélium est égale à la somme des masses de ses constituants moins son équivalent en masse de son énergie au repos, soit :

$$m_{\text{noyau}}(\text{He}) = 2 \cdot m_p + 2 \cdot m_n - (E_{\text{liaison}} / c^2) \rightarrow m_{\text{noyau}}(\text{He}) = 2 \cdot (1,007286 + 1,00867) - (28,3 / 931,6) = 4,01534 \text{ u.m.a}$$

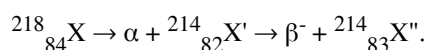
La masse de l'atome d'hélium est égale à la somme de la masse de son noyau et de la masse de ses électrons, soit : $M_{\text{atomique}}(\text{He}) = m_{\text{noyau}}(\text{He}) + 2 \cdot m_e = 4,01534 + 2 \cdot 5,486 \cdot 10^{-4} = 4,02631 \text{ u.m.a}$

2. La masse atomique est exactement équivalente, en grammes, à la masse en u.m.a, soit 4,02631 g pour l'hélium.
3. $\Delta m = 2 \cdot (m_p + m_n + m_e) - M_{\text{atomique}} = 2 \cdot (1,007587 + 1,008672 + 0,000548) - 4,002631 = 0,03098 \text{ u.m.a}$
- a.
- $$E = 0,03098 \cdot 931,6 = 28,86 \text{ MeV}$$
4. Il suffit ici de diviser l'énergie déterminée par le nombre de masses atomiques :
- $$E_{\text{nucléon}} = 28,86 / 4 = 7,21 \text{ MeV par nucléon}$$

> Solution n°3

Exercice p. 5

1. sachant que $\alpha = {}^4_2\text{He}$ et $\beta^- = {}^0_{-1}\text{e}$, on peut remonter la filiation :



2. D'après la relation d'Einstein : $E(v) = E_0 + E_c = m(v) \cdot c^2 = m_0 \cdot c^2 \cdot (1 - (v/c)^2)^{-1/2} \Leftrightarrow E_0 + E_c = E_0 \cdot (1 - (v/c)^2)^{-1/2}$

$$\text{D'après la relation } \beta^- : 0,511 + 5 = 0,511 \cdot (1 - (v/c)^2)^{-1/2} \rightarrow v = 0,995 \cdot c$$

$$\text{D'après la relation } \alpha : 4000 + 5 = 4000 \cdot (1 - (v/c)^2)^{-1/2} \rightarrow v = 0,049 \cdot c$$

> Solution n°4

Exercice p. 6

- $^{19}_9\text{A} + \alpha \rightarrow ^{22}_{11}\text{Na} + ^1_0\text{n} \rightarrow \text{A} = \text{F}$
 $^{22}_{11}\text{Na} \rightarrow ^{22}_{10}\text{B} + \beta^+ \rightarrow \text{B} = \text{Ne}$
- La réaction (1) a lieu si la somme des masses produits est supérieure à la somme des masses des réactifs, soit : $M_{\text{A}} + M_{\alpha} + \Delta m = M_{\text{Na}} + m_{\text{n}}$

$\Delta m = M_{\text{Na}} + m_{\text{n}} - (M_{\text{A}} + M_{\alpha}) = 21,99437 + 1,00867 - (18,99836 + 4,00260) = 0,00208 \text{ u.m.a}$

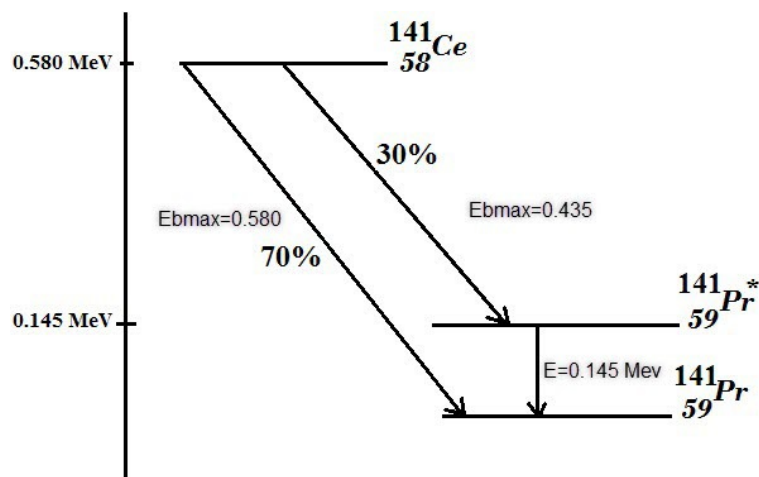
$E = \Delta m \cdot c^2 = 0,00208 \cdot 931,6 = 1,94 \text{ MeV} \rightleftharpoons E_{\text{lib}} = E_{\alpha} = 1,94 \text{ MeV}$. Elle représente l'énergie minimale des particules α pour que la réaction (1) ait lieu.
- $m_{\text{Na}} = m_{\beta^+} + m_{\text{B}} + \Delta m$ ou en masse atomique $M_{\text{B}} = M_{\text{Na}} - \Delta m \rightarrow M_{\text{B}} = M_{\text{Na}} - (E_{\text{lib}} - 2 \cdot m_e \cdot c^2) / c^2 = 21,99437 - [(1,8 - 1,022) / 931,6] = 21,99134 \text{ u.m.a}$

> Solution n°5

Exercice p. 7

Dans le cas de la désintégration du noyau du "Cérium" on est dans le cas où = alors = donc le noyau fils est celui du "Praséodyme".

- D'après l'énoncé nous avons deux spectres d'émission bêta dont 30 % des cas accompagnés d'émission de photon gamma. Ce qui veut dire que dans 30 % des cas le noyau fils est obtenu dans un état excité. Le diagramme de désintégration (est dirigé vers le sens des Z croissant).



- Nous allons maintenant appliquer cette relation au cas de la désintégration β^- où le noyau fils est obtenu à l'état fondamental. ($E_{\gamma}=0$).

La relation de conservation de l'énergie totale devient : $M() = M() + \Delta m \rightarrow \Delta m = M_{\text{atomique}}(X) - M_{\text{atomique}}(Y) = E_{\text{lib}} (\text{MeV}) / 931.6 \text{ MeV}$.

$$M_{\text{atomique}}(X) = 140,9075964 + (0,580 / 931,6) = 140,90821905 \text{ u.m.a}$$

Nous allons maintenant reprendre cette exercice en considérant la désintégration β^- vers un noyau fils excité. $M(X) = M(Y) + \Delta m$ avec $\Delta m \cdot c^2 = E_{\text{lib}} = E_{\gamma} + E_{\beta\text{-max}} = 0,435 + 0,145$

En termes de masse atomique on a : $M_{\text{atomique}}(X) = M_{\text{atomique}}(Y) + \Delta m$

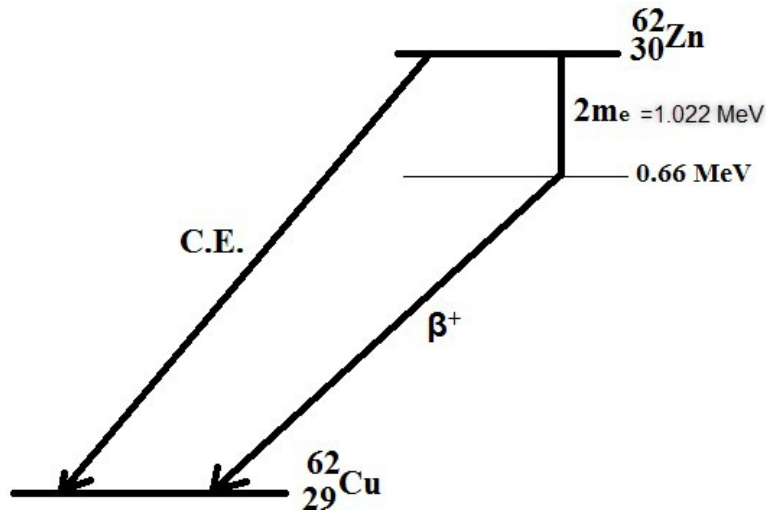
Application numérique : $M_{\text{atomique}}(X) = 140,9075964 + [(0,435 + 0,145) / 931,6] = 140,90821905 \text{ uma}$

> Solution n°6

Exercice p. 8

La désintégration β^+ n'est possible que si : $M_{\text{atomique}}(X) - M_{\text{atomique}}(Y) > 2m_e$

La capture électronique n'est possible que si : $M_{\text{atomique}}(X) - M_{\text{atomique}}(Y) > E_l(e^-)$



2. E_{β^+} = énergie cinétique du positon = 0.66 MeV

3. $E_{\text{CE}} = E_{\beta^+} + 2m_e c^2 = 1.682 \text{ MeV}$.

> Solution n°7

Exercice p. 9

1. Le mode de désintégration (1) peut être aussi bien une désintégration bêta plus ou une capture électronique. Mais, en calculant la différence entre le niveau d'énergie du vanadium et du Titan excité :

$$\Delta E = 4,018 - 3,24 = 0,778 \text{ MeV} < 2m_e c^2$$

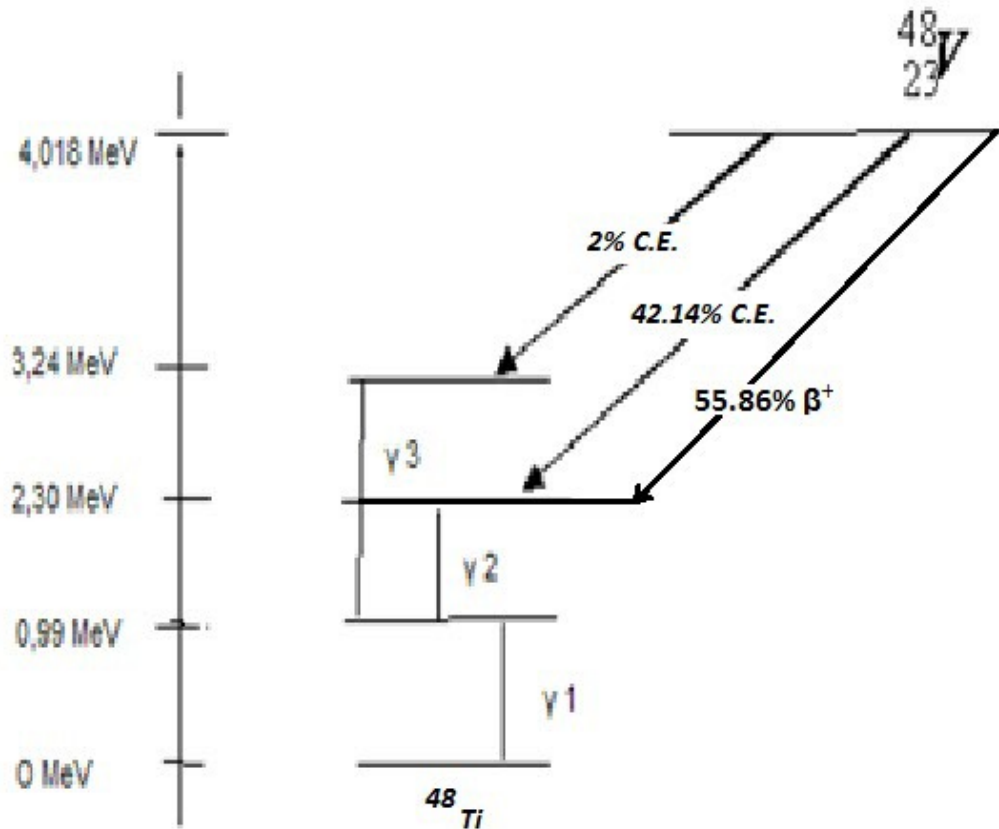
Seule la capture électronique est possible.

De même pour le mode de désintégration (2) nous avons $\Delta = 4,018 - 2,30 = 1,718 > 2m_e c^2$ Les deux processus de désintégration sont alors possibles.

2. Calculons tout d'abord les différents rapports d'embranchement :

(1) : $R_{\text{C.E.}} = 2\%$

(2) : $R_{\text{C.E.}} = 43 \cdot 98 / 100 = 42.14 \%$, $R_{\beta^+} = 57 \cdot 98 / 100 = 55.86 \%$



3. Pour la voie (1) (C.E.): Il y a émission $E_{\text{CE}} = E_{\text{lib}} - (E_{\gamma 3} + E_{\gamma 1}) = 4,018 - 3,24 = 0,778 \text{ MeV}$

Pour la voie (2) : Lors de la C.E. : $E_{\text{CE}} = E_{\text{lib}} - (E_{\gamma 2} + E_{\gamma 1}) = 4,018 - 2,30 = 1,718 \text{ MeV}$

Lors de la désintégration bêta+ : $E_{\beta^+ \text{max}} = E_{\text{lib}} - (E_{\gamma 2} + E_{\gamma 1}) - 2 \cdot m_e \cdot c^2 = 4,018 - 2,30 - 1,022 = 0,696 \text{ MeV}$

4. Les photons γ_1 et γ_2 sont émis en cascade lors du processus de la voie (2) donc pour ce mode :

$$P_{\gamma 1} = P_{\gamma 2} = 98\%$$

Mais 2% de γ_1 proviennent également du processus de la voie (1) alors : $P_{\gamma 1} = 2 + 98 = 100\%$

Le photon γ_3 est lors de la désintégration de la voie (1) avec la probabilité $P_{\gamma 3} = 2\%$.

Alors au total nous avons les photons mono-énergétiques suivants :

$P_{\gamma 1} = 100\%$, $P_{\gamma 2} = 98\%$ et $P_{\gamma 3} = 2\%$. donc $E_{\gamma 1} = 0,99 \text{ MeV}$, $E_{\gamma 2} = 2,3 - 0,99 = 1,31 \text{ MeV}$ et $E_{\gamma 3} = 3,24 - 0,99 = 2,25 \text{ MeV}$

5. les photon γ émis en cascade sont : $\gamma_2 \rightarrow \gamma_1$, $\gamma_3 \rightarrow \gamma_1$

6. L'émission β^+ s'accompagne de l'annihilation du positron dans la matière suivant le processus suivant :

$$e^+ + e^- \rightarrow \text{Intensité} = 2 \text{ photons } \gamma \text{ avec } E_{\gamma 4} = 0,511 \text{ MeV}$$