

# Chapitre 1 : Logique Et Raisonnements

## Exercices Supplémentaires

### Exercice 1.

Soit  $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$  une fonction. Exprimer à l'aide des quantificateurs les assertions suivantes :

- ①  $f$  est constante.
- ②  $f$  n'est pas constante.
- ③  $f$  s'annule.
- ④  $f$  est décroissante.
- ⑤  $f$  n'est pas décroissante.

### Exercice 2 (Raisonnement direct).

Soit  $\mathbb{Q}$  l'ensemble des rationnels défini par :

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N}^* \right\}.$$

Montrer que :

- ①  $\forall x, y \in \mathbb{Q} : x + y \in \mathbb{Q}$ .
- ②  $\forall x, y \in \mathbb{Q} : x \times y \in \mathbb{Q}$ .

### Exercice 3 (Raisonnement par contraposée).

Soit  $a \in \mathbb{R}$ , montrer que :

$$\forall \varepsilon > 0, |a| \leq \varepsilon \implies a = 0.$$

### Exercice 4 (Raisonnement par contre-exemple).

Montrer que :

$$\forall x, y, z, t \in \mathbb{R} : \left( \begin{array}{c} x \leq y \\ \wedge \\ z \leq t \end{array} \right) \implies (x - z \leq y - t).$$

est fausse.